航空科学技术
Aeronautical Science & Technology
May. 15 2018 Vol. 29 No.05 32-37

影响多站时差定位精度的关键因素分析

吴福平[1,*]，邓皓[1]，何建华[2]

1. 航空工业第一飞机设计研究院， 陕西 西安 710089

2. 西北工业大学，陕西 西安 710072

摘　要：为了提高多站时差定位精度，从其基本原理出发，建立了定位精度分布模型，通过计算机仿真分析，比较了定位过程中编队队形等关键因素对定位精度的影响。结果表明，当多站无源定位系统在指定区域执行任务时，可以采用“T”形与菱形编队来提高部分区域的定位精度；而当其对全方位大空域进行搜索监控时，更适合采用“Y”形编队来保证各方向上相同的定位精度；把主平台设置在编队队形的顶点时，主平台向左右方向的定位精度较高；在机载平台执行任务时，最好保持基线指向不变，而根据待定位标的空间方位实时改变基线长度，从而提高整个系统的定位精度。

关键词：无源定位；多站时差定位；队形编排；精度分析

中图分类号：TN97　　**文献标识码**：A　　**DOI**：10.19452/j.issn1007-5453.2018.05.032

时差定位（TDOA）的理论算法、定位精度分析等已经有了大量的研究，并取得了一定的成果[1]。时差定位是反“罗兰”定位系统的应用，随着多平台通信的发展和时差测量技术的进步，成为现代高精度无源定位的主要方法之一[2]。影响时差定位精度的因素很多，其中比较重要的有到达时间的测量精度和接收机平台自身的定位精度，还有载机的编队队形和几何关系等，但尚没有系统性的分析比较[3~7]。

本文将在推导三维时差定位系统的几何精度因子（Geometric Dilution of Precision，GDOP）的基础上，通过仿真分析，系统地研究编队队形、主机载平台、基线长与指向变化对定位精度的影响。

1 时差定位原理及其精度分析模型

对辐射源进行二维定位只需要三个平台，当对目标高程不进行假设时，对辐射源进行三维定位则至少需要 4 个平台。若定位系统由一个主机载平台及三个副机载平台构成，设机载平台的空间位置为 $(x_i, y_i, z_i)^{\mathrm{T}}$，$i$=0，1，2，3，其中 i=0 表示主机载平台，i=1，2，3 表示副机载平台。辐射源的空间位置为 $(x, y, z)^{\mathrm{T}}$，r_i 表示辐射源与第 i（i=0，1，2，3）个机载平台之间的距离，Δr_i 表示辐射源到第 i（i=1，2，3）个副机载平台与辐射源到主机载平台之间的距离差，定位方程为：

$$\begin{cases} r_0^2=(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2 \\ r_i^2=(x-x_i)^2+(y-y_i)^2+(z-z_i)^2 \\ \Delta r_i=r_i-r_0=c\Delta t_i \end{cases} \quad (i=1,2,3) \tag{1}$$

式中：c 为电磁波速度；Δt_i 为主机载平台与各副机载平台之间的时差。

简化式（1）得：

$$(x_0-x_i)\,x+(y_0-y_i)\,y+(z_0-z_i)\,z=k_i+r_0\cdot\Delta r_i \tag{2}$$

其中：

$$k_i=\frac{1}{2}\left[\Delta r_i^2+(x_0^2+y_0^2+z_0^2)-(x_i^2+y_i^2+z_i^2)\right] \quad (i=1,2,3) \tag{3}$$

计算辐射源位置的估计值为：

$$\begin{cases} \hat{x}=m_1+n_1\cdot r_0 \\ \hat{y}=m_2+n_2\cdot r_0 \\ \hat{z}=m_3+n_3\cdot r_0 \end{cases} \tag{4}$$

其中：

$$\begin{cases} m_i=\sum_{j=1}^{n}a_{ij}\cdot k_j \\ n_i=\sum_{j=1}^{n}a_{ij}\cdot \Delta r_j \end{cases} \quad (i=1,2,3) \tag{5}$$

收稿日期：2018-04-03；　　退修日期：2018-04-14；　　录用日期：2018-04-20

* 通信作者 . Tel.：029-86832829　　E-mail：13892859158@139.com

引用格式：Wu Fuping, Deng Hao, He Jianhua. Key factors analysis of multi-stations TDOA passive location precision [J]. Aeronautical Science & Technology, 2018, 29(05): 32-37. 吴福平，邓皓，何建华．影响多站时差定位精度的关键因素分析 [J]. 航空科学技术，2018，29(05)：32-37.

代入到 r_0 的表达式中，有：

$$\alpha \cdot r_0^2 + 2\beta \cdot r_0 + \gamma = 0 \tag{6}$$

其中：

$$\begin{cases} \alpha = n_1^2 + n_2^2 + n_3^2 - 1 \\ \beta = (m_1 - x_0)n_1 + (m_2 - y_0)n_2 + (m_3 - z_0)n_3 \\ \gamma = (m_1 - x_0)^2 + (m_2 - y_0)^2 + (m_3 - z_0)^2 \end{cases} \tag{7}$$

解出 r_0，将 r_0 代入辐射源的估计值公式，即可得结果。通过该方法可以解得 r_0 的两个值 r_{01} 和 r_{02}，若两值异号，则取正值作为 r_0；若均为正，则定位模糊，需用其他信息来修正。

将式（1）中的 $\Delta r_i = r_i - r_0$ 两边进行微分求导，得：

$$\begin{aligned} \mathrm{d}(\Delta r_i) &= \mathrm{d}(r_i - r_0) \\ &= (c_{ix} - c_{0x})\mathrm{d}x + (c_{iy} - c_{0y})\mathrm{d}y + \\ &\quad (c_{iz} - c_{0z})\mathrm{d}z + (k_i - k_0) \quad (i = 1,2,3) \end{aligned} \tag{8}$$

式中：

$$\begin{cases} c_{ix} = \dfrac{\partial r_i}{\partial x} = -\dfrac{\partial r_i}{\partial x_i} = \dfrac{x - x_i}{r_i} \\ c_{iy} = \dfrac{\partial r_i}{\partial y} = -\dfrac{\partial r_i}{\partial y_i} = \dfrac{y - y_i}{r_i} \quad (i = 0,1,2,3) \\ c_{iz} = \dfrac{\partial r_i}{\partial z} = -\dfrac{\partial r_i}{\partial z_i} = \dfrac{z - z_i}{r_i} \end{cases} \tag{9}$$

$$k_i = c_{ix}\mathrm{d}x_i + c_{iy}\mathrm{d}y_i + c_{iz}\mathrm{d}z_i \quad (i = 0,1,2,3) \tag{10}$$

令：

$$\boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} c_{1x} - c_{0x} & c_{1y} - c_{0y} & c_{1z} - c_{0z} \\ c_{2x} - c_{0x} & c_{2y} - c_{0y} & c_{2z} - c_{0z} \\ c_{3x} - c_{0x} & c_{3y} - c_{0y} & c_{3z} - c_{0z} \end{bmatrix} \tag{11}$$

$$\begin{cases} \mathrm{d}\boldsymbol{X}_s = [k_1 - k_0, k_2 - k_0, k_3 - k_0]^{\mathrm{T}} \\ \mathrm{d}\boldsymbol{X} = [\mathrm{d}x \quad \mathrm{d}y \quad \mathrm{d}z]^{\mathrm{T}} \\ \mathrm{d}\boldsymbol{Y} = [\mathrm{d}(\Delta r_1), \mathrm{d}(\Delta r_2), \mathrm{d}(\Delta r_3)]^{\mathrm{T}} \end{cases} \tag{12}$$

由此可以将式（8）表示的误差方程改写为矩阵形式：

$$\mathrm{d}\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{C}\mathrm{d}\boldsymbol{X} + \mathrm{d}\boldsymbol{X}_s \tag{13}$$

通过伪逆法可求得目标辐射源的定位误差估计值为：

$$\mathrm{d}\hat{\boldsymbol{X}} = \left(\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}\right)^{-1}\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\left(\mathrm{d}\boldsymbol{Y} - \mathrm{d}\boldsymbol{X}_s\right) \tag{14}$$

令：

$$\left(\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}\right)^{-1}\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{B} = \left[b_{ij}\right]_{3\times 3} \tag{15}$$

由于各时间差的测量中都包含了主机载平台的测量信息，即各 Δr_i 中的时间差测量中都含有共同的相关因素，因此各时间差的测量误差是相关的。假设各 Δr_i 测量误差经过系统修正后为零均值，而机载平台误差各元素之间及各机载平台位置误差间互不相关，那么定位误差协方差为：

$$\boldsymbol{P}_{\mathrm{d}\hat{\boldsymbol{X}}} = E\left[\mathrm{d}\hat{\boldsymbol{X}}\mathrm{d}\hat{\boldsymbol{X}}^{\mathrm{T}}\right] = \boldsymbol{B}\left\{E\left[\mathrm{d}\boldsymbol{Y}\mathrm{d}\boldsymbol{Y}^{\mathrm{T}}\right] + E\left[\mathrm{d}\boldsymbol{X}_s\mathrm{d}\boldsymbol{X}_s^{\mathrm{T}}\right]\right\}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}} \tag{16}$$

其中：

$$E\left[\mathrm{d}\boldsymbol{Y}\mathrm{d}\boldsymbol{Y}^{\mathrm{T}}\right] = \begin{bmatrix} \sigma_{\Delta r_1}^2 & \eta_{12}\sigma_{\Delta r_1}\sigma_{\Delta r_2} & \eta_{13}\sigma_{\Delta r_1}\sigma_{\Delta r_3} \\ \eta_{12}\sigma_{\Delta r_1}\sigma_{\Delta r_2} & \sigma_{\Delta r_2}^2 & \eta_{23}\sigma_{\Delta r_2}\sigma_{\Delta r_3} \\ \eta_{13}\sigma_{\Delta r_1}\sigma_{\Delta r_3} & \eta_{23}\sigma_{\Delta r_2}\sigma_{\Delta r_3} & \sigma_{\Delta r_3}^2 \end{bmatrix} \tag{17}$$

式中：$\sigma_{\Delta r_i}$ 为主机载平台与第 i 个机载平台之间的距离测量误差的标准差；η_{ij} 为 Δr_i 与 Δr_j 的相关系数。

根据概率论相关知识：

$$\eta_{ij} = \frac{\mathrm{cov}\left(\Delta r_i, \Delta r_j\right)}{\sigma_{\Delta r_i}\sigma_{\Delta r_j}} \tag{18}$$

$$E\left[\mathrm{d}\boldsymbol{X}_s\mathrm{d}\boldsymbol{X}_s^{\mathrm{T}}\right] = \begin{bmatrix} c_{1x}^2\sigma_{x_1}^2 + c_{1y}^2\sigma_{y_1}^2 + c_{1z}^2\sigma_{z_1}^2 & 0 & 0 \\ 0 & c_{2x}^2\sigma_{x_2}^2 + c_{2y}^2\sigma_{y_2}^2 + c_{2z}^2\sigma_{z_2}^2 & 0 \\ 0 & 0 & c_{3x}^2\sigma_{x_3}^2 + c_{3y}^2\sigma_{y_3}^2 + c_{3z}^2\sigma_{z_3}^2 \end{bmatrix} + \left(c_{0x}^2\sigma_{x_0}^2 + c_{0y}^2\sigma_{y_0}^2 + c_{0z}^2\sigma_{z_0}^2\right)\boldsymbol{I}_3 \tag{19}$$

式中：$\boldsymbol{I}_3$ 为三阶方阵。

设定机载平台位置误差在各方向上的标准差相同，即：

$$\sigma_{x_i}^2 = \sigma_{y_i}^2 = \sigma_{z_i}^2 = \sigma_s^2 \quad (i = 0,1,2,3) \tag{20}$$

又由于：

$$c_{ix}^2 + c_{iy}^2 + c_{iz}^2 = \frac{(x_t - x_i)^2 + (y_t - y_i)^2 + (z_t - z_i)^2}{r_i^2} = 1 \quad (i = 0,1,2,3) \tag{21}$$

由此得到：

$$E\left(\mathrm{d}\boldsymbol{X}_s\mathrm{d}\boldsymbol{X}_s^{\mathrm{T}}\right) = \sigma_s^2\left(\boldsymbol{I}_3 + \boldsymbol{I}_3\right) \tag{22}$$

式中：$\boldsymbol{I}_3$ 为三阶单位矩阵。

设定：

$$E\left(\mathrm{d}\boldsymbol{Y}\mathrm{d}\boldsymbol{Y}^{\mathrm{T}}\right) + E\left(\mathrm{d}\boldsymbol{X}_s\mathrm{d}\boldsymbol{X}_s^{\mathrm{T}}\right) = \left[\sigma_{ij}^2\right]_{n\times n} \tag{23}$$

$$\boldsymbol{P}_{\mathrm{d}\hat{\boldsymbol{X}}} = \left[m_{lh}\right]_{3\times 3} \tag{24}$$

其中：

$$\sigma_{ij}^2 = \begin{cases} \sigma_{\Delta r_i}^2 + 2\sigma_s^2 & if \quad i = j \\ \eta_{ij}\sigma_{\Delta r_i}\sigma_{\Delta r_j} + \sigma_s^2 & if \quad i \neq j \end{cases} \tag{25}$$

$$m_{lh} = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} b_{li}b_{hj}\sigma_{ij}^2 \quad (l,h = 1,2,3) \tag{26}$$

由此可得到目标在空间中三维方向上的定位误差分别为：

$$\begin{cases} \sigma_{\hat{x}}^2 = m_{11} = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} b_{1i}b_{1j}\sigma_{ij}^2 \\ \sigma_{\hat{y}}^2 = m_{22} = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} b_{2i}b_{2j}\sigma_{ij}^2 \\ \sigma_{\hat{z}}^2 = m_{33} = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} b_{3i}b_{3j}\sigma_{ij}^2 \end{cases} \tag{27}$$

因此，三维时差定位系统的精度可以用 GDOP 表示为：

$$\mathrm{GDOP}=\sqrt{\sigma_{\hat{x}}^2+\sigma_{\hat{y}}^2+\sigma_{\hat{z}}^2}=\left[\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\left(b_{1i}b_{1j}+b_{2i}b_{2j}+b_{3i}b_{3j}\right)\sigma_{ij}^2\right]^{1/2} \tag{28}$$

由式（28）可知，多站时差无源定位不同于单站定位系统，其精度不仅与机载平台的时差测量及位置测量误差有关，还与各机载平台的构型、几何位置有关。下面将通过仿真来对机载编队的几何构型及几何位置等对 GDOP 的影响情况进行仿真比较。

2 定位精度的影响因素

2.1 编队队形

多站时差定位系统的编队形式非常多，本文选取具有代表性的编队方式："Y" 形、"T" 形和菱形进行仿真。以 4 个平台时差无源定位系统为例，令 4 个平台不在一个水平面上，三种编队队形如图 1 所示。

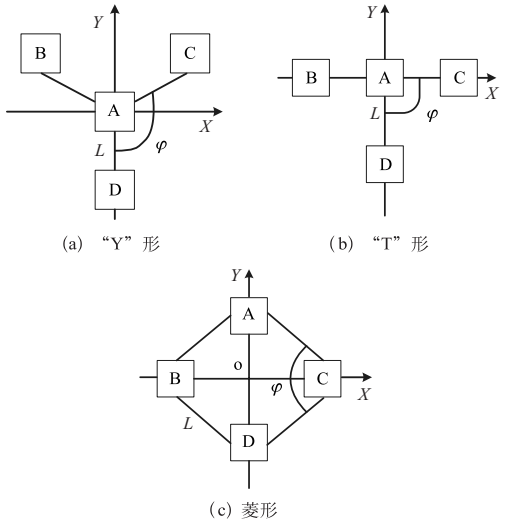


图 1 三种编队队形

Fig.1 Three formation patterns

图 1 中 A 为主机载平台，B，C，D 为三个副机载平台，假设目标高度差为 10km，取基线长度为 L=10km，"Y" 形中 φ=120°，"T" 形中 φ=90°，菱形中 φ=60°。假设时差测量误差标准差为 10ns，是通过测量各平台信号到达时间间接得到的，相关系数 η=0.5，机载平台位置误差在各方向上的标准差为 15m。具体各机载平台在空间中的位置见表 1，表 1 的单位为 km。

通过计算机仿真可得到三种平台构形中多站时差定位的精度分析图，如图 2 所示。图 2 中横轴为 X 坐标轴，纵轴为 Y 坐标轴，仿真图中曲线上标出的数字代表 GDOP 的值，单位为 km，划出的曲线是 GDOP 等高线（图 3、图 5、图 6 与图 2 含义相同）。

表 1 三种编队形式 4 个平台空间位置

Table 1 Four agents positions of three formation patterns

平台构型	A	B	C	D
"Y" 形	(0, 0, 10.02)	(−8.66, 5, 10)	(8.66, 5, 10)	(0, −10, 10)
"T" 形	(0, 0, 10.02)	(−10, 0, 10)	(10, 0, 10)	(0, −10, 10)
菱形	(0, 5, 10.02)	(−8.66, 0, 10)	(8.66, 0, 10)	(0, −5, 10)

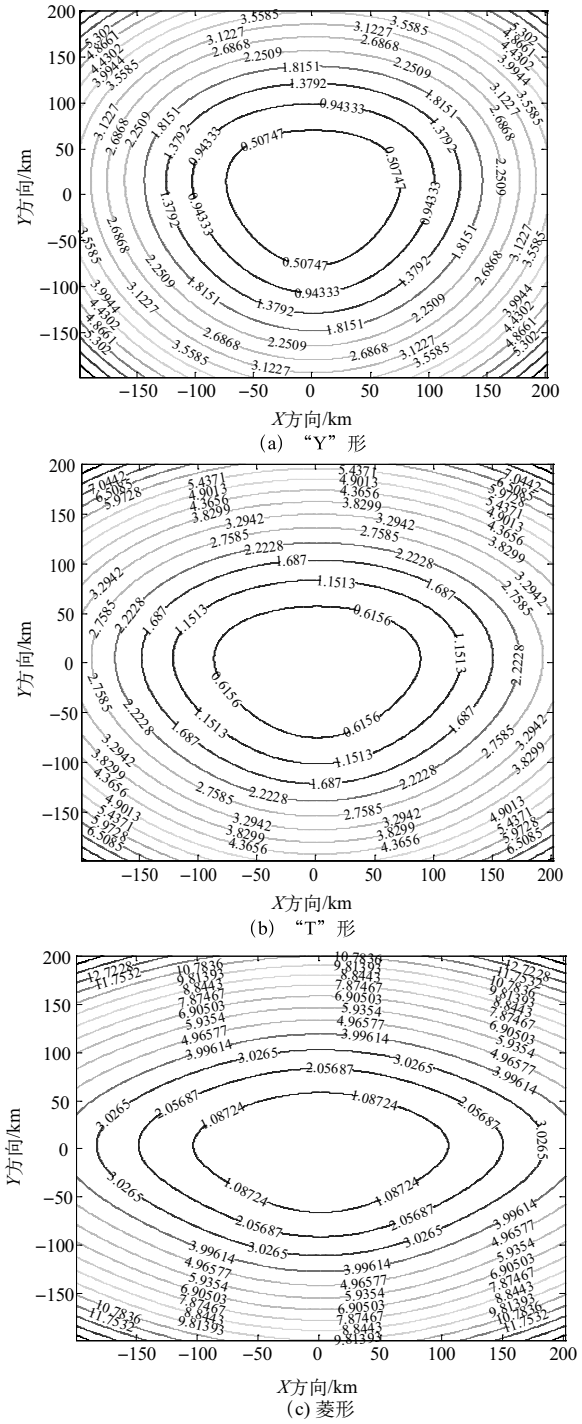


图 2 不同编队的 GDOP 图

Fig.2 GDOP diagram in each formation pattern

由图 2 可知不同机载平台构形的定位精度各有特点：“Y” 形编队中，目标位于任何方向上的定位误差变化基本不大，以近似圆形的误差曲线向外扩散，保证了其定位精度在各个方向上基本相同，为最基础的编队队形；“T” 形编队的定位精度较接近于 “Y” 形编队，但其在一定的扇形范围内精度较高，在横向的三平台连线上的定位精度较高，而当目标位置变远时，效果相对变差；菱形编队的误差曲线更接近于椭圆，一定的扇形范围内又优于 “T” 形编队的效果，但其在纵向远距离上的定位精度远远低于其他两种。所以，当多站无源定位系统在指定区域执行任务时，可以采用 “T” 形与菱形编队来提高部分区域的定位精度，而当其对全方位大空域进行搜索监控时，更适合采用 “Y” 形编队来保证各方向上相同的定位精度。

2.2 主机载平台的选择

在多站无源定位中，主机载平台的选择同样影响着系统在部分位置的定位精度。以 2.1 节中的 “Y” 形编队为例，将图 1 (a) 中的主平台 A 分别与三个副平台 B，C，D 对换，得到其定位精度分析图如图 3 所示，图中 o 为主机载平台位置，+ 为三个副机载平台位置。

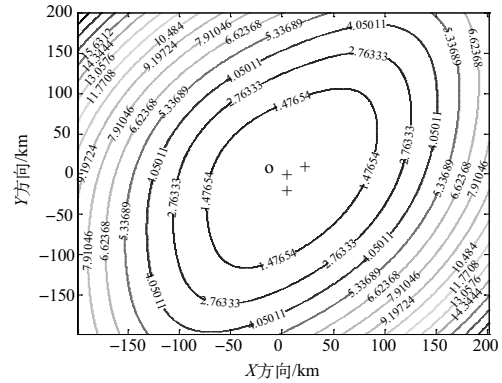
比较图 2 (a) 与图 3 (a)，可以分析得出改变主平台位置，将 A，B 平台互换后，左下和右上区域的定位精度较高。由于对称性，图 3 (a) 与图 3 (b) 实际上只是颠倒了一下，而图 3 (c) 中主平台左右方向的精度较高。总的来说，当把主平台设置在编队队形的顶点时，主平台向左右方向的定位精度较高，因此，主平台的位置应根据实际侦察、作战的需要进行选择。

2.3 基线长度与指向变化

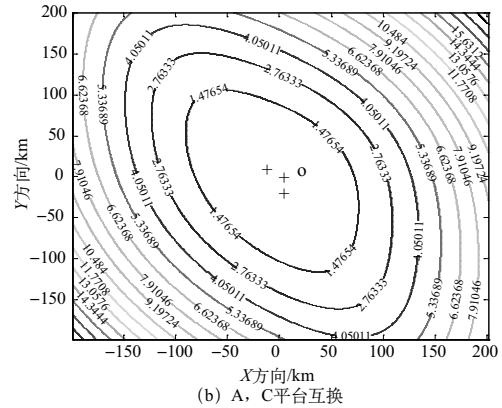
在实战情况下，由于各种原因，通常很难采用规则的平台构型来规范编队形式。因此，不规则编队队形的应用在实际中更为广泛，它可以被看作是从规则的平台构型中衍生出来的，通常具有非对称性。而其主要体现在两个方面：基线长度与基线指向。仍以 2.1 节图 1 (a) 中的 “Y” 形编队为例，分别改变主平台 A 的基线长度与基线指向来分析不规则编队对多站无源定位精度的影响，如图 4 所示。

其他条件不变，改变 A 平台的基线长度为 L=20km，得到的精度分析图如图 5 所示；同时将 A 平台上移，θ=30°，得到精度分析图如图 6 所示。

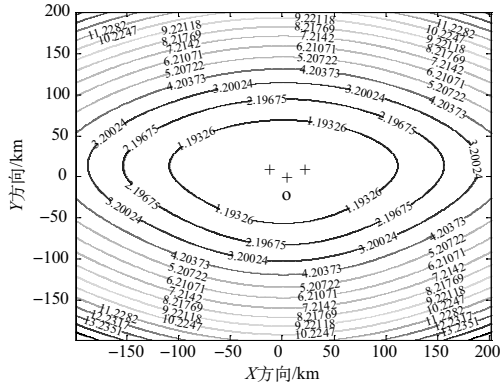
根据图 5、图 6 可以得到：增加某一方向上的基线长度，定位精度在其左右方向上有非常显著的提高，而在其他方向上的定位精度只是略微下降；当改变基线指向时，定位曲线会随之发生改变，其定位精度在该机载平台的近距离区域只有略微的下降，而对于远距离区域的目标，其定位精度会大幅度下降。因此，在机载平台执行任务时，最好保持基线指向不变，而根据所测目标的空间方位实时改变基线长度，从而提高整个系统的定位精度。



(a) A，B平台互换



(b) A，C平台互换



(c) A，D平台互换

图 3 主平台位置变化后的 GDOP 图

Fig.3 GDOP diagram after exchange in position between agents

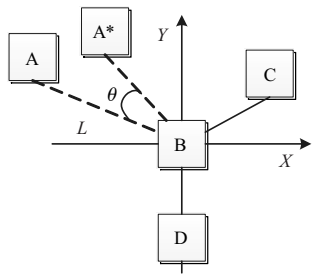


图 4 “Y” 形不规则编队

Fig.4 Irregular “Y” formation pattern

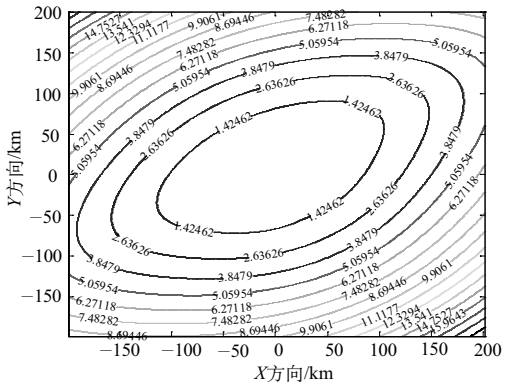


图 5 基线长度变化后的 GDOP 图

Fig.5 GDOP diagram after alteration in length of baseline

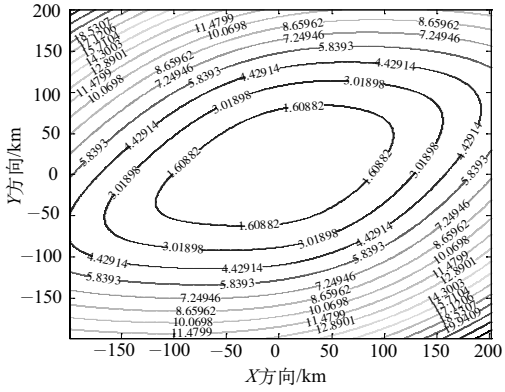


图 6 基线指向变化后的 GDOP 图

Fig.6 GDOP diagram after alteration in direction of baseline

3 结束语

利用多站无源定位系统中基于时差定位的基本原理，构建多站无源定位模型，并对其进行了多站无源定位精度分析，通过公式直观地说明了影响整个系统定位精度的因素。通过实例仿真分析了编队队形、主平台的选择、基线长度与基线指向变化对系统的精度影响，并针对性地提出了相应的作战环境中提高定位精度的有效方法，对编队作战有重要的参考意义。

参考文献

[1] 胡来招 . 无源定位 [M]. 北京：国防工业出版社，2005.
Hu Laizhao. Passive location[M]. Beijing：National Defense Industry Press, 2005.(in Chinese)

[2] 张正明 . 辐射源无源定位研究 [M]. 西安：西安电子科学技术大学，2000.
Zhang Zhengming. Research on passive location[M]. Xi’an：Xidian University, 2000. (in Chinese)

[3] Ray P S. A novel pulse TOA analysis technical for radar identification[J]. IEEE Transaction on Aerospace and Electronic System，1998,34(3)：716–721.

[4] 杨林，周一宇，孙仲康 . TDOA 被动定位方法及精度分析 [J]. 国防科技大学学报，1998，20(2)：49–53.
Yang Lin, Zhou Yiyu, Sun Zhongkang. TDOA passive location and accuracy analysis[J]. Journal of National University of Defense and Technology,1998,20(2)：49–53. (in Chinese)

[5] 冯富强，张海彦，陈永光 . 基于实验数据的时差定位系统定位精度推算 [J]. 现代雷达，2005，27(12)：11–13.
Feng Fuqiang, Zhang Haiyan, Chen Yongguang. Calculation method for location accuracy of tri–station TDOA system based on experimental data[J]. Modern Radar, 2005, 27(12)：11–13. (in Chinese)

[6] 陈永光 . 无源 TDOA 定位精度分析与推算模型 [J]. 电子对抗实验，2003，13(4)：1–6.
Chen Yongguang. Modeling and accuracy analysis of passive TDOA location[J]. Electronic Warfare, 2003,13(4)：1–6. (in Chinese)

[7] 孙仲康，周一宇 . 单多基地有源无源定位技术 [M]. 北京：国防工业出版社，1996.
Sun Zhongkang, Zhou Yiyu. Active and passive location technology based on mono and multi-platform[M]. Beijing：National Defense Industry Press,1996. (in Chinese)

作者简介

吴福平（1962— ）男，高级工程师。主要研究方向：机载火控系统设计。
Tel：029–86832829
E-mail：13892859158@139.com
邓皓（1980— ）男，高级工程师。主要研究方向：机载火控系统设计。
Tel：029–86832829
E-mail：young.8008@126.com
何建华（1967— ）男，副教授。主要研究方向：航电火控系统、多传感器管理和集群作战指挥控制研究。
Tel：13689250496
E-mail：hjh@nwpu.edu.cn

Key Factors Analysis of Multi-stations TDOA Passive Location Precision

Wu Fuping[1,*], Deng Hao[1], He Jianhua[2]

1. AVIC The First Aircraft Institute, Xi'an 710089, China

2. Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China

Abstract: A kind of multi-stations TDOA passive location method and its Geometric Dilution of Precision (GDOP) have been introduced. The key factors, formation of the aircrafts, the leader aircraft choosing, the length and direction of the baseline, which affect the position accuracy have been compared by computer simulation analysis. The results show that: using "T" or rhombus formation for improving TDOA part of location accuracy when having a location task in a specified area; using "Y" formation for ensuring location accuracy in all direction when surveillance and searching all-round and large airspace; in order to improving location accuracy, it's essential to maintain the baseline direction and change the length of the baseline according to the real-time measured target angle.

Key Words: passive location; multi-stations TDOA; formation layout; precision analysis

Received: 2018-04-03； **Revised:** 2018-04-14； **Accepted:** 2018-04-20

***Corresponding author.Tel.:** 029-86832829 **E-mail:** 13892859158@139.com