# 基于支持向量机的飞机系统辨识 方法研究

刘岳锋<sup>1,\*</sup>,李雅<sup>2</sup>,段卓毅<sup>1</sup>,武虎子<sup>1</sup> 1.航空工业第一飞机设计研究院,陕西 西安 710089 2.中国飞行试验研究院,陕西 西安 710089

**摘 要:**支持向量机系统辨识方法相比传统辨识方法具有诸多优点。本文将支持向量机引入飞机系统辨识,建立离散差分 形式的飞机运动方程,并利用离散系统与连续系统转换方法获得飞机纵向模态特性。研究表明该方法正确有效,信号带噪 声时辨识精度较好,具有一定的工程应用价值。

关键词:支持向量机,系统辨识,飞机,模态特性,噪声

中图分类号:V212

## 文献标识码:A

DOI: 10.19452/j.issn1007-5453.2019.07.011

飞机运动学模型是进行飞行品质分析和飞行控制系统 设计的基础。利用试飞数据,通过系统辨识获得飞机运动 学模型是一种可靠的方法。常用的系统辨识方法包括最小 二乘法<sup>[1]</sup>、极大似然法<sup>[2]</sup>等,这些方法均具有较好的辨识精 度,但小样本时辨识精度较低,且噪声影响大。

支持向量(SVM)以结构风险最小化原则为基础<sup>[3]</sup>,解 决了小样本问题、结构选择问题和局部极值问题<sup>[4]</sup>。目前, 国内外研究者针对支持向量机系统辨识方法开展大量研 究,并应用于诸多领域<sup>[5~7]</sup>。在飞机系统辨识领域,支持向 量机辨识方法的应用较为少见。尹德义、汤剑等利用支持 向量机辨识飞行控制系统<sup>[8,9]</sup>,吴辰等将支持向量机方法用 于辨识飞机气动力<sup>[10]</sup>。

本文将支持向量机用于飞机运动学模型的辨识,并提 取飞机本体模态特性。本文方法获得的模型可用于飞行品 质评估和控制律设计。

## 1 飞机纵向运动方程

假设飞机基准运动为水平直线飞行,则飞机的纵向运 动方程为:

$$\frac{q(s)}{\delta_e(s)} = \frac{b_1 s^3 + b_2 s^3 + b_3 s^1 + b_4}{s^4 + a_1 s^3 + a_2 s^2 + a_3 s + a_4}$$
(1)

式中:q为俯仰角速率; $\delta_e$ 为升降舵偏角; $a_1, a_2, a_3, a_4, b_1, b_2, b_3, b_4$ 均为传递函数系数。

传递函数分母项即为系统的特征方程:

$$s^4 + a_1 s^3 + a_2 s^2 + a_3 s + a_4 = 0$$
 (2)

特征方程的解即为飞机纵向运动特征根。根据特征根 可以获得飞机纵向短周期和长周期模态特性。由于短周期 模态特性更为重要,本文仅求解短周期模态参数。

## 2 支持向量机系统辨识

#### 2.1 支持向量机原理

基于支持向量机的系统辨识实质是选择适当的支持向 量机模型来逼近实际系统。本文采用最小二乘支持向量机 (LSSVM)来辨识系统模型。

对于训练样本集 $D = \{(x_k, y_k) | k = 1, 2, \dots, N\}$ ,可以由回 归函数来估计:

$$f(x) = (\boldsymbol{w} \cdot \boldsymbol{\varphi}(x)) + b \tag{3}$$

收稿日期:2019-05-10, 退修日期:2019-06-15, 录用日期:2019-06-20

\*通信作者. Tel.: 029-86832287 E-mail: lyfcrazy@163.com



引用格式: Liu Yuefeng, Li Ya, Duan Zhuoyi, et al. Study of aircraft system identification based on support vector machine [J]. Aeronautical Science & Technology, 2019, 30(07):68-72. 刘岳锋, 李雅, 段卓毅, 等. 基于支持向量机的飞机系统辨识方法研究[J]. 航空科学技术, 2019, 30(07):68-72.

式中: $(x_k, y_k) \in R^n \times R$ 分别为输入和输出数据;w为权向量; b为偏差量。

LSSVM的函数估计问题可转化为求解以下最优化问题:

$$\begin{cases} \min_{\boldsymbol{w}, b, e} J(\boldsymbol{w}, e) = \frac{1}{2} \boldsymbol{w}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{w} + \frac{1}{2} \gamma \sum_{k=1}^{n} e_{k}^{2} \\ s.t \\ y_{k} = (\boldsymbol{w} \cdot \boldsymbol{\varphi}(x_{k})) + b + e_{k}, \quad k = 1, 2, \cdots, N \end{cases}$$

$$\tag{4}$$

式中: $e_k \in R$ 为误差变量; $\gamma > 0$ 为规则化参数,用于折中训 练误差和模型的复杂度; $\varphi(\cdot):R^n \to R^{n_k}$ 是将原始空间映射 到一个高维希尔伯特特征空间的核空间映射函数。

构造拉格朗日函数:

$$L(\boldsymbol{w}, b, e, \alpha) = J(\boldsymbol{w}, e) - \sum_{k=1}^{N} \alpha_k \left\{ \left( \boldsymbol{w} \cdot \boldsymbol{\varphi} \left( \boldsymbol{x}_k \right) \right) + b + e_k - y_k \right\}$$
(5)

对拉格朗日函数求导,并令导数为0,有:

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{w}} = 0 \longrightarrow \boldsymbol{w} = \sum_{k=1}^{N} \alpha_{k} \varphi \left( x_{k} \right) \\ \frac{\partial L}{\partial b} = 0 \longrightarrow \boldsymbol{w} = \sum_{k=1}^{N} \alpha_{k} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial e_{k}} = 0 \longrightarrow \alpha_{k} = \gamma e_{k} \\ \frac{\partial L}{\partial \alpha_{k}} = 0 \longrightarrow \boldsymbol{w}^{\mathrm{T}} \cdot \varphi \left( x_{k} \right) + b + e_{k} - y_{k} = 0 \end{cases}$$
(6)

消除变量w和e,可得以下矩阵方程:

$$\begin{bmatrix} 0 & \mathbf{1}_{v}^{\mathrm{T}} \\ \mathbf{1}_{v} & \Omega + \gamma^{-1}I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b \\ \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ y \end{bmatrix}$$
(7)

式中:

$$I_{v} = [1 \cdots 1]$$

$$y = [y_{1} \ y_{2} \cdots y_{N}]$$

$$\alpha = [\alpha_{1} \cdots \alpha_{N}]$$

$$\Omega_{kl} = \varphi(x_{k})^{\mathrm{T}} \varphi(x_{l})$$

$$\Xi \Xi \Xi \Phi = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{1}_{v}^{\mathrm{T}} \\ \mathbf{1}_{v} \ \Omega + \gamma^{-1}I \end{bmatrix} \overrightarrow{\Pi} \overrightarrow{\Xi}, \square \overrightarrow{\Pi} \overrightarrow{\Pi};$$

$$\begin{bmatrix} b \\ \alpha \end{bmatrix} = \boldsymbol{\Phi}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ y \end{bmatrix}$$
(8)

根据默塞尔(Mercer)条件<sup>[2]</sup>,存在映射 $\varphi(\cdot)$ 和核函数  $K(\cdot, \cdot), 使得:$ 

$$K(x_k, x_l) = \varphi(x_k)^{\mathrm{T}} \varphi(x_l)$$
(9)

将式(7)和式(9)代入式(3),可以得到LSSVM回归函数为:

$$f(x) = \sum_{k=1}^{N} \alpha_k K(x_k, x) + b$$
(10)

式中: $\alpha_k$ 、b由式(8)求解;核函数 $K(\cdot, \cdot)$ 需要根据具体情况选取。

## 2.2 运动方程离散化

利用支持向量机辨识方法,首先建立离散形式参数模型。对于 n 个自由度的系统运动方程,离散差分方程为:  $y(k) + \beta_1 y(k-1) + \beta_2 y(k-2) + \dots + \beta_n y(k-n) =$  $\gamma_1 u(k-1) + \gamma_2 u(k-2) + \dots + \gamma_n u(k-n)$ (11)

转换为离散传递函数为:

$$G(z^{-1}) = \frac{Y(z^{-1})}{U(z^{-1})} = \frac{\gamma_1 z^{-1} + \dots + \gamma_n z^{-n}}{1 + \beta_1 z^1 + \dots + \beta_n z^{-n}}$$
(12)

式中: $\beta_1$ , $\beta_2$ ,…, $\beta_n$ , $\gamma_1$ , $\gamma_2$ …, $\gamma_n$ 均为系统待辨识参数。

对于如式(11)所示的离散参数模型,支持向量机核函数采用线性核函数。

## 2.3 模态提取

利用系统辨识获得的离散方程不便于直接求取飞机的 模态参数,为此需要将离散方程转换为连续方程。利用离 散系统和连续系统的等价关系式,可将离散方程转化为连 续方程。

利用双线性变换公式
$$z^{-1} = \frac{2 - T_s s}{2 + T_s s}$$
,  $T_s$ 为采用时间。求

得连续传递函数(1)与离散传递函数(12)之间的系数关 系式:

$$\begin{cases} b_{n-j} = \frac{1}{a_n} \sum_{i=0}^n \gamma_i w_{ij}, \quad j = 0, 1, \dots, n \\ a_{n-j} = \frac{1}{a_n} \sum_{i=0}^n \beta_i w_{ij}, \quad j = 0, 1, \dots, n \\ a_n = \sum_{i=0}^n a_i w_{i0} \\ a_0 = 1 \\ w_{ij} = \sum_{k=0}^j (-1)^{i-k} C_{n-i}^{j-k} C_i^k 2^j T_s^{n-j} \end{cases}$$
(13)

式中:n为系统阶次;C<sup>q</sup>为排列关系式。

根据系统的连续传递函数特征方程,可以求得特征值 $\lambda_1, \dots, \lambda_n,$ 而飞机各模态频率和阻尼与特征值的关系为:

$$\begin{cases} \omega_{ni} = \sqrt{\left(\operatorname{real}(\lambda_{i})\right)^{2} + \left(\operatorname{imag}(\lambda_{i})\right)^{2}} \\ \zeta_{ni} = \frac{\operatorname{real}(-\lambda_{i})}{\omega_{ni}} \end{cases} \quad i = 1, \dots, n \quad (14)$$

## 3 算例分析

## 3.1 数值仿真

以空客公司A300飞机巡航状态为例,纵向短周期运动 方程(状态空间形式)为:



图1 方向舵输入仿真数据

Fig.1 Simulation data of rudder input





令采样时间*T*<sub>s</sub> = 0.05s,仿真时间10s,系统输入为升降 舵偏度,输出为迎角和俯仰角速率,不考虑噪声影响。从1s 开始施加倍脉冲输入,升降舵输入信号如图1所示。运用 本文LSSVM系统辨识方法,采用线性核函数,并选取合适 的规则化参数,辨识得到离散差分纵向运动方程,再根据 2.3节转换关系式(13),将其转换为连续运动方程。

图2为俯仰角速率理论曲线与辨识曲线(实线为理论 值,虚线为辨识值)。由图2可知,LSSVM辨识系统估计值 与理论值非常接近,说明无噪声影响时,LSSVM辨识方法 精度较高。

表1为纵向短周期模态辨识结果与理论值对比。由表 1可知,利用LSSVM辨识方法获得的模态值具有很高的 精度。

#### 表1 纵向短周期模态理论值与辨识值

Table 1 The theory and identification value of longitudinal short period modal

	短周期 <i>ω<sub>nsp</sub></i>	短周期 $\xi_{sp}$
理论值	1.7914	0.4797
LSSVM	1.7939	0.4805

#### 3.2 试飞数据辨识

以某运输机巡航状态定直平飞为例,飞行高度 H= 9000m,飞行速度 V=800km/h,质量 m=140000kg。根据试飞 数据,利用本文LSSVM辨识方法,获得纵向运动方程。

图3为升降舵输入的试飞数据,图4为实际试飞数据和 辨识估计数据(实线为试飞数据,虚线为辨识数据)。由图 可知,LSSVM辨识系统的仿真结果与试飞数据接近,由于 试飞数据具有噪声,说明存在噪声影响时,支持向量机辨识 方法仍然具有较高精度。

表2为短周期模态辨识值与理论值对比。由表2可知, 利用支持向量辨识方法获得的模态值与理论值接近。



图3 方向舵输入试飞数据 Fig.3 Flight test data of rudder input



图4 俯仰角速率响应曲线

Fig.4 Respond curve of pitch angle velocity

表2 纵向短周期模态理论值与辨识值

Table 2 The theory and identification value of longitudinal short period modal

	短周期 $\omega_{nsp}$	短周期 $\xi_{\rm sp}$
理论值	1.8934	0.5256
LSSVM	1.9212	0.5135

## 4 结论

本文将支持向量机引入飞机运动方程辨识,并通过模态提取方法获得飞机纵向模态特性。分别基于数值仿真和 试飞数据开展系统辨识算例研究。算例表明基于支持向量 机的飞机系统辨识方法精度较高,模态参数与理论值接近。 同时,在试飞数据存在噪声时,该方法仍然具有较高的辨识 精度,说明该方法具有较强的抗噪声能力。

#### 参考文献

- [1] Hsu D S H,Hsia T C , Wu M C. An efficient method for creating benchmark classifications for automatic workpiece classification systems[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 1998,14(7): 481-494.
- [2] Schoukens J, Pintelon R. Identification of linear systems [M]. Belgium: Pergamon Press, 1991.
- [3] Vapnik V N. The nature of statistical learning theory [M]. New York: Springer, 1999.
- [4] 胡良谋,曹克强.支持向量机故障诊断及控制技术[M].北京: 国防工业出版社,2011.

Hu Liangmou, Cao Keqiang. Fault diagnosis and control

technology based on support vector machine[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2011. (in Chinese )

- [5] Gretton A, Doucet A. Support vector regression for black-box system identification[C]//. Proc. of The 11th IEEE Signal Processing Workshop on Statistical Signal Processing, 2001: 341-344.
- [6] Shuichi A, Tomonori O, Ryugo K. A system identification method for linear regression models based on support vector machine[J]. Transactions of the Society of Instrument and Control Engineers, 2001, 37(12): 1189-1191.
- [7] 尉询楷, 李应红. 基于支持向量机的航空发动机辨识模型[J]. 航空动力学报, 2004, 19(5): 684-688.
  Wei Xunkai, Li Yinghong. A novel aero-engine identification model based on support vector machines[J]. Journal of Aerospace Power, 2004, 19(5): 684-688. (in Chinese )
- [8] 尹德义,李中健.基于支持向量机的飞行控制系统辨识[J]. 飞行力学, 2010, 28(6):45-47.
  Yin Deyi, Li Zhongjian. Identification of flight control system based on support vector machine[J]. Flight Dynamics, 2010, 28 (6): 45-47. (in Chinese )
- [9] 汤剑, 李中健, 屈晓波. 飞行控制系统辨识方法研究[J]. 计算机仿真, 2012, 29(9): 50-52.
  Tang Jian, Li Zhongjian, Qu Xiaobo. Research on identification of flight control system [J]. Computer Simulation, 2012, 29 (9):50-52. (in Chinese)
- [10] 吴辰,姚宏.支持向量回归机在飞机气动力建模中的应用[J]. 计算机仿真, 2013, 30(10): 128-132.

Wu Chen, Yao Hong. Application of support vector regression for aerodynamic modeling[J]. Computer Simulation, 2013, 30 (10):128-132.(in Chinese) (责任编辑 皮卫东)

#### 作者简介

刘岳锋(1986-)男,博士,工程师。主要研究方向:飞行 力学。 Tel:029-86832287 E-mail:lyfcrazy@163.com 李雅(1982-)女,学士,工程师。主要研究方向:飞行 试验。 Tel:18709213646 E-mail:314962158@qq.com 段卓毅(1966-)男,博士,博士生导师,研究员。主要研究 方向:飞行器总体气动设计。 Tel:029-86862588 E-mail:lcrong2015@163.com 武虎子(1981-)男,博士,高级工程师。主要研究方向:飞 行力学。 Tel:029-86862261 E-mail:whz1981123@126.com

## Study of Aircraft System Identification Based on Support Vector Machine

Liu Yuefeng<sup>1,\*</sup>, Li Ya<sup>2</sup>, Duan Zhuoyi<sup>1</sup>, Wu Huzi<sup>1</sup>

1. AVIC The first Aircraft Institute, Xi'an 710089, China

2. Chinese Flight Test Establishment, Xi'an 710089, China

**Abstract:** The method of system identification based on support vector machine has a lot of advantages. This paper leads into support vector machine on aircraft system identification, establishing the discrete equation of aircraft motion, and calculating the modal characteristic of aircraft using the transfer method of discrete system and continue system. The results show that the method is correct and effective, and has better accuracy when signal has noise. So it has a certain engineering value.

Key Words: support vector machine; system identification; aircraft; modal characteristic; noise