# 数字图像相关法在平板热屈曲 试验中的应用研究



刘宁夫\*,蒋军亮,田敏

中国飞机强度研究所,陕西 西安 710065

**摘 要:**将基于非接触全场光学测量方法的数字图像相关法应用于网格加筋平板热屈曲试验。为了减小结构热屈曲试验中 石英灯辐射加热设备和高温物体自身热辐射的影响,采用单侧加热单侧测量并通过光学滤光技术成功获得了瞬态气动加热 环境下典型网格加筋平板的全场热变形,分析得到网格加筋平板在特定力载荷和支持边界条件下的热屈曲临界温升,此种 非接触式高温数字图像测量方法可以作为判定结构热屈曲的重要手段。试验结果表明,数字图像相关法适用范围广、抗干 扰能力强、测量精度高,在结构热屈曲试验领域具有重要的应用前景。

关键词:热屈曲,数字图像相关法,网格加筋板,高温变形测量

#### 中图分类号:V215.4

文献标识码:A

网格加筋板壳结构是航空航天飞行器常用的结构形式,常常会受到压缩、剪切或压剪组合载荷的作用。随着高超声速技术的发展,板壳结构还要承受严酷的气动加热,热屈曲失稳是其常见的失效模式<sup>[1]</sup>。目前研究人员大多以解析法和有限元法研究板壳结构的热屈曲问题,对于结构热屈曲试验验证开展较少,且采用传统的高温应变计和接触式位移传感器进行高温变形测量受到诸多限制,缺少结构热屈曲的判别手段<sup>[2]</sup>。

本文将数字图像相关法这一基于光学图像变形测量方 法应用于网格加筋平板热屈曲试验,对瞬态气动加热条件 下的典型网格加筋平板的热屈曲行为进行研究。

## 1 平板热屈曲理论

平板受到面内的压缩、剪切载荷或温度变化时,外力与 板的应力处于平衡状态。当载荷或温度变化低于临界值 时,其面外位移w为零,即板的中面仍保持为平面。当载荷 或温度变化达到某一临界值时,平衡的平面形式变为不稳 定,此时虽然面外载荷为零,而平板弯曲微分方程仍可以有 面外位移w的非零解,即平板发生屈曲。使平板产生以某

#### DOI: 10.19452/j.issn1007-5453.2019.09.016

种模态w弯曲的中立平衡的面内载荷,称为平板的屈曲临 界载荷,可产生同样效果的平板温度变化,称为平板的屈曲 临界温升。

平板热屈曲理论以"小挠度理论"为基础,该理论假设 挠度w与壁厚h之比是高阶小量,且忽略了结构屈曲时压 力载荷的变化,所以小挠度理论也称为线性屈曲理论或经 典稳定性理论<sup>[3,4]</sup>。

#### 1.1 平板线弹性屈曲基本微分方程

矩形平板在受到面内压力(*p<sub>x</sub>*,*p<sub>y</sub>*,*p<sub>xy</sub>)作用下处于平面应力 状态,如图1所示。其薄膜力平衡了外力的作用,即<i>N<sub>x</sub>=-p<sub>x</sub>*。 在临界状态下平板处于小扰动弯曲平衡状态,此时平板产 生面内位移*u*,*v*,挠度*w*为零,任意小扰动均会使平板偏离 基本平衡状态,根据静力平衡法可得平板小挠度屈曲基本 微分方程<sup>[5]</sup>:

$$\frac{D}{h}\nabla^2 \nabla^2 w = \sigma_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \sigma_y \frac{\partial^2 w}{\partial \gamma^2} + 2\tau_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$
(1)

式中:D为弯曲刚度,D=Eh<sup>3</sup>/12(1-v<sup>2</sup>)。

对于求解此类微分方程,需代入平板的边界条件,以四 边简支矩形板为例:

收稿日期:2019-08-16;退修日期:2019-08-23;录用日期:2019-08-30 \*通信作者.Tel.:029-88268611 E-mail.liuningfu83@163.com

引用格式: Liu Ningfu, Jiang Junliang, Tian Min.Applicatial of digital image correlation method in plate thermal buckling test [J].Aeronautical Science & Technology, 2019, 30(09): 108-113. 刘宁夫, 蒋军亮,田敏. 数字图像相关法在平板热屈曲试验中的应用研究[J]. 航空科学 技术, 2019, 30(09): 108-113.



图1 矩形平板平面应力状态 Fig.1 Rectangular plate subjected to in-plane load

$$\begin{cases} x = 0, aw = 0, \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0\\ y = 0, bw = 0, \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0 \end{cases}$$
(2)

设平板的屈曲挠度函数为:

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{a}$$
(3)

式中:*m*,*n*分别为*X*,*Y*方向平板屈曲波形的半波数,只能取 正整数,显然式(3)中屈曲挠度函数满足式(2)中的所有边界 条件。将式(3)代入式(1)中可求得平板小挠度屈曲基本微 分方程的解:

$$A_{mn}\left[\pi^{4}\left(\frac{m^{2}}{a^{2}}+\frac{n^{2}}{b^{2}}\right)^{2}-\frac{p_{x}}{D}\frac{m^{2}\pi^{2}}{a^{2}}\right]=0$$
(4)

若使式(4)有非零解,则式中方括号项等于零,由此 可得:

$$p_x = \frac{Da^2 \pi^2}{m^2} \left[ \frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right]^2$$
(5)

屈曲临界载荷即为满足式(5)的最小载荷,由函数的极 值条件:dp<sub>x</sub>/dm=0,可得当m = a/b时p<sub>x</sub>取得极小值。将m值 代回到式(5)中,得到平板屈曲临界载荷为:

$$\left(p_{x}\right)_{\rm er} = k \frac{D\pi^{2}}{{\rm b}^{2}} \tag{6}$$

式中:k称为临界载荷系数或临界应力系数,且为:

$$k = \left(\frac{mb}{a} + \frac{a}{mb}\right)^2 \tag{7}$$

#### 1.2 平板热屈曲基本微分方程

各向同性的平板受均匀温度变化时若允许其自由膨胀 或收缩,平板无热应力产生。当平板在平面内受约束或存 在不均匀的温度分布时,薄膜力发生变化,可能发生热屈曲 现象。

四边简支的矩形平板在受到面内均匀温度变化Δ*T*作 用下处于平面应力状态,如图2所示。



图2 受均匀温度变化四边简支矩形平板



当平板处于临界平衡状态时,其热屈曲基本微分方程 与式(1)相同,同时矩形平板在笛卡尔坐标下热弹性本构 方程:

$$\begin{cases} \sigma_x = \frac{E}{1 - v^2} \left( \varepsilon_x + v \varepsilon_y \right) - \frac{E \alpha \Delta T}{1 - v} \\ \sigma_y = \frac{E}{1 - v^2} \left( \varepsilon_y + v \varepsilon_x \right) - \frac{E \alpha \Delta T}{1 - v} \\ \tau_{xy} = \frac{E \gamma_{xy}}{2 \left( 1 + v \right)} \end{cases}$$
(8)

式中: a 为线膨胀系数,由于平板面内位移被完全约束,可知 *ε*<sub>x</sub>和*ε*<sub>y</sub>均为零。仍然采用式(2)和式(3)中边界条件和屈曲挠 度函数,将式(8)代入热屈曲基本微分方程中,可得:

$$A_{mn}\left\{D\left[\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2\right] - \frac{E\alpha h\Delta T}{1-\nu}\right\} = 0$$
(9)

若使式(9)有非零解,则式中方括号项等于零,当*m=n=* 1时,Δ*T*取得极值,即热屈曲临界温升:

$$\left(\Delta T\right)_{\rm cr} = \frac{\pi^2 h^2}{12(1+\nu)\alpha b^2} \left(1 + \frac{b^2}{a^2}\right) \tag{10}$$

#### 1.3 平板热屈曲工程分析方法

线弹性屈曲理论和平板热屈曲理论可以求解理想平板 的屈曲临界载荷和热屈曲临界温升,实际结构应用通常是 热弹性耦合问题<sup>[6]</sup>。对于此类问题,研究人员首先采用经 验公式和有限元法进行屈曲稳定性分析,然后通过热屈曲 试验验证分析的准确性<sup>[7]</sup>。

目前,薄壁结构热屈曲试验通常采用石英灯辐射的方

式模拟瞬态气动加热,在结构的边界上设计不同的支持夹 具模拟各类支持边界条件,在结构热屈曲判定上通过接触 式高温应变和位移测量,确定屈曲临界载荷或临界温升,但 由于高温应变计和位移计使用成本较高且存在诸多条件限 制,目前缺乏准确有效的热屈曲试验研究手段。

## 2 数字图像相关法

#### 2.1 基本原理

数字图像相关法(DIC)是一种基于计算机视觉技术的 图像测量方法,又称为数字散斑相关法,该方法于20世纪 80年代由日本的Yamaguchi和美国的W.H. Peters分别独立 提出,是一种用于全场应变测量的非接触式测量方法。 DIC测量系统主要包括图像观测系统和数据处理系统,由 光源、CCD相机和后处理计算机组成,如图3所示。



图 3 DIC 测量系统示意图 Fig.3 Schematic diagram of DIC system

物体在变形过程中,其表面随机分布的粒子的反射光 强度会随着变形过程而发生改变,通过计算机分析变形前 后反射光强度或灰度的相对变化,可以得到被测物体表面 的位移场,这就是DIC法的基本原理。如图4所示,对于被 测物体表面的任意一点,其变形情况可以通过以该点为中 心的子区域的移动和变形来完成,在被测物体变形后,通过 插值计算子区域中各标记点的位移进而求导运算得到应变 场。对于平面测量可采用单个CCD相机,若采用两个或多 个组成一定角度的CCD相机,则可以进行三维重构,获得 被测物体的空间变形。

#### 2.2 DIC 高温变形测量方法

在地面瞬态气动加热试验中使用 DIC 法进行高温变形 测量(200℃~1200℃)时,由于采用石英灯辐射施加热载荷, 整个试验区域会出现大量0.20~0.76μm的电磁波辐射<sup>[8]</sup>,故 数字图像测量系统需布置在被测物体的非加热一侧,两侧 之间其他区域使用耐高温陶瓷板对电磁波进行遮挡,图5 为DIC 高温变形测量系统示意图。

普朗克定律和维恩位移定律表明,当物体温度升高时,



图4 子区域变形示意图





Fig.5 Schematic diagram of high temperature deformation measuring system

表面辐射的波长也会逐渐向短波长方向移动,从而辐射出 可被人眼和摄像机探测的可见光,这样会使获得的图像亮 度显著增强并可能出现严重的曝光,影响DIC法的分析精 度。在高温变形测量时,为了去除被测物体自身的电磁辐 射,使用蓝光光源,并在CCD相机前增加蓝光滤光片,图6 为蓝光光源下获得的数字图像。



图6 蓝光光源下数字图像 Fig.6 Digital image under blue illuminant

# 3 试验与讨论

## 3.1 试验件及试验装置

选取典型网格加筋平板进行单轴压缩热屈曲试验,试 件采用2A12铝合金锻件整体机加,蒙皮厚度2mm,正交网 格筋条高度10mm,上下加载端进行了局部加强,试件具体 形式如图7所示,材料随温度变化物性参数见表1。



图7 典型网格加筋结构试件 Fig.7 Typical mesh stiffened plate

表1 2A12铝合金材料物性参数

温度/℃	20	100	200	250
弹性模量E/MPa	71000	61300	53900	49000
泊松比γ	0.33	0.33	0.33	0.33
屈服强度/MPa	373	284	226	168
线膨胀系数 α(×10-6)	22.5	22.5	23.6	24.5

Table 1 Material parameters of 2A12 aluminum alloy

平板热屈曲试验系统由拉压载荷试验机、支持边界夹 具、石英灯辐射加热器和数字图像采集系统组成,如图8所 示。试验时,将试件和支持边界夹具安装在加载试验机上 下夹头上,上下端模拟简支约束条件,首先将力载荷加载至 式(6)计算得到的平板线弹性屈曲载荷20%P<sub>er</sub>,然后在试件 一侧通过布置在试件表面的热电偶反馈对石英灯辐射加热 器进行闭环加热控制,同时在试件另一侧布置数字图像采 集系统,在开始力载荷加载前记录初始状态下试件表面图 像作为"基准图像",随后采集不同温度下被测试件表面的 数字图像作为"测量图像",然后由数字图像相关法分析处 理得到试件的应变和位移场。



下ig.8 Installation of heating and loading system

#### 3.2 试验结果

由试验的加温加载方法可知,力载荷仅作为载荷边界 条件在试验过程中保持恒定,随着温度的升高,材料刚度逐 渐降低直至发生热屈曲现象。利用数字图像相关法获得了 网格加筋平板空间变形场,图9中给出了试件面外位移,可 见在375℃时试件侧边位移明显增大。



Fig.9 Out-of-plane thermal deformation

选取图6中试件网格中心点处数据进行分析,图10给 出了各点沿加载方向的应变和径向位移变化曲线,各点应 变在375℃时发生明显分叉,说明此时结构发生热屈曲,各 点应变值去除根据表1积分拟合的线性膨胀后即为结构的 真实热应变,当平板试件端部仅受载荷约束时,热膨胀产生 的热变形远大于真实热应变,说明在高温结构设计时必须 采取减缓热应力的设计。



# 4 结论

本文以航空航天领域广泛使用的网格加筋平板为研究 对象,将数字图像相关法这种非接触式光学测量手段应用 于典型网格加筋平板压缩热屈曲试验中,通过后图像处理 计算方法计算得到了平板结构的空间热变形,获得了在相 应力载荷状态和简支边界下的热屈曲临界温升,解决了以 往结构热试验中缺乏热屈曲判定手段的不足。说明此非接 触式高温变形测量技术在结构热试验领域具有广泛和重要 的工程应用前景。

### 参考文献

[1] 崔德刚.结构稳定性设计手册[M].北京:航空工业出版社,

1996.

Cui Degang. Structural stability design manual [M]. Beijing: Aircraft Industry Press, 1996.(in Chinese)

- [2] 宫文然,吴振强,李海波,等.飞行器壁板结构热屈曲分析与 试验研究进展[J].强度与环境,2016,43(4);9-16.
   Gong Wenran, Wu Zhenqiang, Li Haibo, et al. Review of the investigation on thermal buckling analysis and experiment for aircraft panel structures[J]. Structure and Environment Engineering,2016,43(4);9-16.(in Chinese)
- [3] 李耀宙.复合材料圆筒形薄壳热屈曲问题研究[D].大连:大连理工大学,2015.

Li Yaozhou. Investigation on thermal buckling behavior of composites thin-wall cylindrical shell[D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2015. (in Chinese)

- [4] 高金海,刘书国,冯笑男,等.高温环境下板壳结构局部屈曲 理论研究[J].推进技术,2015,36(2):285-291.
  Gao Jinhai, Liu Shuguo, Feng Xiaonan, et al. Theoretical investigation of local buckling of plate-shell structures at elevated temperatures[J]. Journal of Propulsion Technology, 2015,36(2):285-291. (in Chinese)
- [5] 吴连元.板壳稳定性理论[M].武汉:华中理工大学出版社, 1996.

Wu Lianyuan. Theory of plate and shell stability [M]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology Press, 1996. (in Chinese)

- [6] Earl A T. Thermal structures of aerospace applications[R]. AIAA Education Series, 1996.
- [7] Larry H. Thermal-mechanical testing of hypersonic vehicle structures[R]. Hypersonic/ MURI Review Meeting, 2007.
- [8] 潘兵,吴大方,高镇同.1200°C高温热环境下全场变形的非接触光学测量方法研究[J].强度与环境,2011,2(4):52-59.
  Pan Bing, Wu Dafang, Gao Zhentong. Study of non-contact optical metrology for full-field deformation measurement at 1200°C [J]. Structure and Environment Engineering, 2011,2 (4):52-59.(in Chinese)
- [9] Wang Zewu, Han Quanfeng. Investigation on inconsistency of theoretical solution of thermal buckling critical temperature rise for cylindrical shell [J]. Thin-Walled Structures, 2017, 119: 438-446.
- [10] Xu Yingjie, Ren Shixuan, Zhang Weihong. Study of thermal

buckling behavior of plain woven C/SiC composite plate using	强度分析与验证。		
digital image correlation technique and finite element	Tel: 029-88268611		
simulation [J]. Thin-Walled Structures, 2018, 131: 385-392.	E-mail: liuningfu83@163.com		
(责任编辑 陈东晓)	蒋军亮(1968-)男,学士,研究员。主要研究方向:结构热		
	强度。		
作者简介	Tel: 029-88268608		
刘宁夫(1987-)男,硕士,工程师。主要研究方向:结构热	E-mail: 645438955@qq.com		

# Application of Digital Image Correlation Method in Plate Thermal Buckling Test

#### Liu Ningfu\*, Jiang Junliang, Tian Min

Aircraft Strength Research Institute of China, Xi'an 710065, China

**Abstract:** The digital image correlation method based on the non-contact full-field optical measurement technique has been applied to the meshing stiffened plate thermal buckling experiments. In order to reduce the influence of the thermal radiation of the quartz lamp radiant heating devices and the high temperature objects in the structural thermal buckling tests. The full network reinforced flat plate successfully obtained under the instantaneous aerodynamic heating environment by the one-side heating single-side measurement and the optical filter technology. Subsequently, the critical buckling temperature rise of meshing stiffened plate was analyzed under specific force load and support boundary conditions. The non-contact high temperature digital image measurement method, which can be used as an important means to determine the structural thermal buckling. The digital image correlation method has the advantages of wide application range, strong anti-interference ability and high measurement accuracy, which has been shown in the experimental results, and it holds critical prospects in the field of structural thermal buckling tests.

**Key Words:** thermal buckling; digital image correlation method; meshing stiffened plate; high temperature thermal deformation