

# 无人机终端定约束条件下的定航程 轨迹规划方法



王海\*,陶呈纲,唐勇,杨朝旭

航空工业成都飞机设计研究所,四川 成都 610091

**摘要:**面向无人机四维航迹精确控制实践中出现的等速飞行约束下的定时定向到达飞行控制需求,本文针对由此带来的指定始/末端点及端点航向条件下的定航程轨迹规划问题,提出了一种启发式弹性改进 Dubins 路径搜索规划方法,基于 Dubins 最短路径曲线,设置适当的弹性拉伸点,通过对轨迹进行启发式弹性调整来搜索给定航程的最优解,实现了给定任意始/末端点位置、端点期望航向、航程以及无人机转弯性能曲线同时约束下的无人机在线航迹规划,仿真结果验证了该规划方法的可行性、有效性和计算效率。

**关键词:**改进 Dubins 路径;弹性拉伸;定航程;飞控仿真;飞行制导

中图分类号:V249.1

文献标识码:A

DOI: 10.19452/j.issn1007-5453.2019.09.019

无人机在实际的使用中,对飞行航迹的控制约束需求,通常包括指定的飞行转弯半径约束,指定的飞入点、飞离点,以及该两点处指定的飞行航向等。在解决此类约束下的航迹规划问题时,可以通过 Dubins 路径规划方法获得满意的解,该种由直线和圆弧段组成的复合路径已被证明是平面内满足最小转弯半径约束的两个矢量间的最短路径。

Dubins 轨迹规划方法得到了国内外学者的广泛关注。吴友谦<sup>[1]</sup>利用 Dubins 曲线原理对定点飞行任务的两点或者多点目标进行分析计算,寻找出一条最短的飞行路径;李欣<sup>[2]</sup>将 Dubins 算法与改进的自组织映射神经网络算法相结合,提出了一种在运动学约束条件下的多无人机任务分配与路径规划算法;胡蕾<sup>[3]</sup>将 Dubins 曲线和具有角度约束的改进 A\* 搜索算法结合应用于路径规划中,解决了路径长度最短的问题;吴克风<sup>[4]</sup>证明了任意距离条件下的 Dubins 最短路径;杨学光<sup>[5]</sup>在 Dubins 算法的基础上能够生成一条具有终值条件的二维最小时间路径;刘俊云<sup>[6]</sup>将 Dubins 算法应用于无人机的自主飞行过程。参考文献[7]提出了一种基于 Dubins 路径的协同规划方法;参考文献[8]和参考文献[9]提出了用 Dubins 路径求解 TSP 问题;参考文献[10]关注了 Dubins 路径鲁棒性的问题。

但在无人机的工程实践中,一旦始末端矢量及转弯半径确定后,其 Dubins 航路的航程就被唯一地确定,导致经典 Dubins 航路在下列典型使用场景中无法直接应用:

(1) 低机动无人机的飞行表速包线范围窄,导致其地速调节能力弱,在对时间敏感的任务中,往往受不确定因素(如风场变化、突发任务变更等)影响而失去对到达时间的有效控制能力。

(2) 无人机处于无动力飞行状态下,其能量随时间递减,在面临定点定向控制需求时,必须基于当前能量状态来严格控制剩余飞行路径长度,过长或过短都会导致任务的失败。

在这两种典型场景下,均需要对剩余待飞航路进行实时规划,并进行严格的控制才能满足任务需求。归纳来说,此类问题实际是一个在确定的始末端矢量及转弯半径约束条件下的定航程航迹规划问题,其求解目标可以表达为:

$$\begin{aligned} & \text{for } \forall L_{\text{fix}}, \text{ Solve } P \\ & \text{s.t.} \\ & \begin{cases} P|_{t=0} = p_0 \\ P|_{t=T} = p_1 \\ P|_R \geq R_{\text{fix}} \\ \|P\| = L_{\text{fix}} \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

收稿日期:2019-08-15; 退修日期:2019-08-23; 录用日期:2019-08-30

\*通信作者.Tel.: 18190876326 E-mail: 1207352713@qq.com

引用格式: Wang Hai, Tao Chenggang, Tang Yong, et al. Fixed distance path programming method for UAV under the constraint of fixed terminal[J]. Aeronautical Science & Technology, 2019, 30(09): 130-134. 王海,陶呈纲,唐勇,等. 无人机终端定约束条件下的定航程轨迹规划方法[J]. 航空科学技术, 2019, 30(09): 130-134.

式中:  $P$  为待规划求解的航迹,  $p_0$  和  $p_1$  分别给定的起始点矢量和终止点矢量,  $R_{\text{fix}}$  为无人机的最小转弯半径能力,  $L_{\text{fix}}$  为期望规划获得的航迹航程, 如图 1 所示。

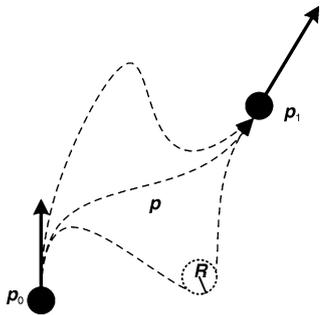


图 1 问题描述示意

Fig. 1 Problem description

对此, 本文提出一种基于 Dubins 曲线的弹性改进方法, 通过对航迹在指定方向上的拉伸以改变并规划满足需求航程的飞行航迹, 描述了该方法的基本原理、求解方法和效率分析, 本方法具备较好的工程实践可行性和有效性。

## 1 弹性 Dubins 轨迹规划原理

经典 Dubins 轨迹是由分段的圆弧和线段组合而成的, 可满足无人机转弯半径能力约束条件, 主要包括 CLC (Circle-Line-Circle) 和 CCC (Circle-Circle-Circle) 两种类型。前者是由两段圆弧及圆弧的切线线段构成, 而后者则是由三段相切的圆弧组成。按始末点矢量切圆旋转方向的不同, CLC 又可分为同向旋转(A)和异向旋转(B)两种, 如图 2 所示。

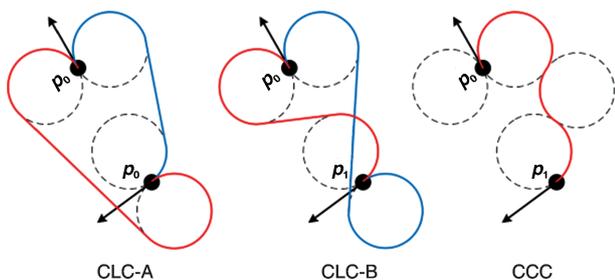


图 2 典型的 Dubins 轨迹示意图

Fig. 2 Typical Dubins path diagram

考虑到 CCC 的形式以及异向旋转的 CLC 并不总是存在, 并且对于定航程航迹规划问题, 如果所需规划航程小于 Dubins 这一最短轨迹的航程, 那么该规划问题是无意义的, 因此不失一般性, 本文主要考虑同向旋转的 CLC-A 形式的

Dubins 轨迹  $P_{\text{clc}} = \text{Dubins}(p_0, p_1)$ , 其轨迹长度的求解表达如下:

设起始点矢量和终止点矢量(正北  $x$  坐标, 正东  $y$  坐标, 航向)如下:

$$p_0 = (mx_0, my_0, \text{dir}_0) \quad (2)$$

$$p_1 = (mx_1, my_1, \text{dir}_1)$$

令:

$$\theta = \arctan 2(my_1 - my_0, mx_1 - mx_0) \quad (3)$$

$$\alpha = \text{dir}_0 - \theta \quad (4)$$

$$\beta = \text{dir}_1 - \theta$$

$$d = \sqrt{(my_1 - my_0)^2 + (mx_1 - mx_0)^2} / R_{\text{fix}} \quad (5)$$

记  $k_s = \pm 1$  为逆/顺时针标志, 则 CLC-A 类型 Dubins 曲线一共有两条, 其长度  $L_{\text{CLC}}$  的计算公式为:

$$\begin{cases} t_{\text{CLC}} = k_s \left[ -\alpha + \arctan \frac{(\cos \beta - \cos \alpha) \cdot k_s}{d + (\sin \alpha - \sin \beta) \cdot k_s} \right] \\ p_{\text{CLC}} = \sqrt{(\cos \beta - \cos \alpha)^2 \cdot k_s^2 + [d + (\sin \alpha - \sin \beta) \cdot k_s]^2} \\ q_{\text{CLC}} = k_s \cdot (\beta - \alpha) - t_{\text{CLC}} \end{cases} \quad (6)$$

$$L_{\text{CLC}} = p_{\text{CLC}} R_{\text{fix}} + (t_{\text{CLC}} + q_{\text{CLC}}) R_{\text{fix}} \pi / 180 \quad (7)$$

在给定始末点矢量的情况下, CLC 路径的航程是定值, 并不具备可调整性, 因此为了能够同时满足任意  $L_{\text{fix}}$  和转弯半径能力约束条件, 可将  $P$  的解形式由单个 Dubins ( $p_0, p_1$ ) 曲线改进为两个 Dubins 曲线的组合, 即:

$$P = \text{Dubins}(p_0, z) + \text{Dubins}(z, p_1) \quad (8)$$

式中:  $z$  的矢量方向并不固定, 只需同时与  $p_0$  和  $p_1$  均存在 Dubins 曲线即可, 即  $z$  点处的切圆与  $p_0$  和  $p_1$  的切圆没有发生重合。此种航迹求解方式, 相当于对原 Dubins 轨迹在特定方向上进行了弹性拉伸, 从而获得航程的可规划性, 如图 3 所示。

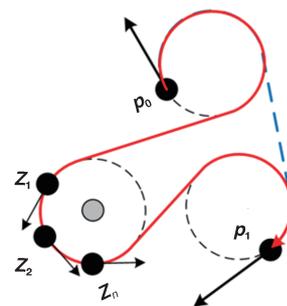


图 3 第三个 Dubins 拉伸圆

Fig. 3 The third Dubins stretching circle

需要注意的是,对于同一条弹性拉伸的Dubins轨迹, $z$ 的选择实际上不是唯一的,为了保证在求解过程的确切性,将弹性拉伸操纵的自由度赋予 $z$ 所在的切圆 $O$ 。对于拉伸圆 $O$ 的拉伸方向,实际可以是任意方向,但本文将其设定为以 $p_0$ 和 $p_1$ 两点为焦点椭圆的短轴方向,主要原因是:(1)随着在对原Dubins轨迹进行拉伸的长度增加,整体拉伸后的规划航迹呈现出最佳的均匀性和对称性,利于求解;(2)拉伸过程不宜超出目标航段的轴向范围,从而使飞机实际飞行航迹的确切性具有较好的预判性,便于空域管理;(3)具有较好对称性的航迹,在空中遇到不确定风场扰动的时候,具有更强的重规划调整能力。

图4呈现了按焦点 $p_0$ 和 $p_1$ 所构成椭圆短轴方向弹性拉伸的改进Dubins轨迹情况。图5则示意了分别向对称两个方向对原Dubins轨迹进行拉伸情况下轨迹航程与拉伸长度之间的关系。通常来说,CLC-A类Dubins航迹在弹性拉伸量较小的时候,其航程会呈现出轻微的非线性和突变特性,但随着拉伸量的增加,航程的增加趋势变得更为线性。

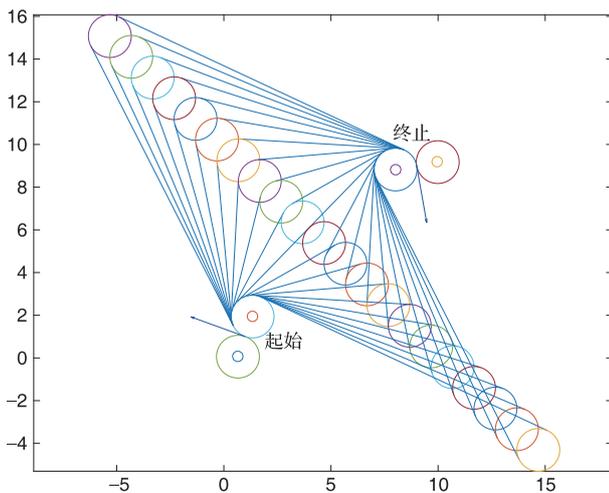


图4 Dubins弹性拉伸  
Fig. 4 Dubins flexible stretching

如果给定的目标航程小于弹性CLC-A类Dubins路径的最小值时,意味着弹性Dubins路径规划是无解的,也即规划目标超出了无人机的可达能力,此时需要对任务目标做出相应调整。

## 2 弹性Dubins轨迹的求解方法

上一节中描述了给定始末端矢量约束、转弯半径能力约束下,通过给定不同的弹性拉伸圆位置,可以获得航程可

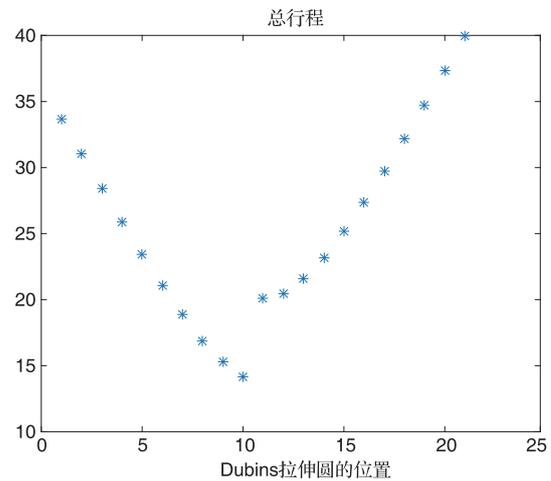


图5 弹性拉伸圆的位置与总行程的关系  
Fig.5 The relation of flexible stretching circle and flying range

调的弹性Dubins航迹确定方法,但给定航程的条件下,存在非唯一的弹性拉伸圆解,且逆向求解Dubins方程(8)获得解析解的难度较大,因此本文采取正向搜索的求解方法。

(1) 基于 $p_0$ 和 $p_1$ 和最小转弯半径能力约束 $R_{fix}$ ,求解标准的CLC-A型的最短Dubins轨迹;

(2) 找到该轨迹与 $p_0$ 和 $p_1$ 短轴相交点的切圆作为弹性拉伸的起点圆;

(3) 根据Target值,计算弹性拉伸圆的搜索区间 $O \in [low, top]$ ,沿左右两个方向有两种可能;

(4) 对于确定搜索区间 $[low, top]$ ,取区间中点 $m = (low + top)/2$ 作为新的弹性拉伸圆位置,并计算弹性拉伸Dubins航迹 $P = \text{Dubins}(p_0, O) + \text{Dubins}(O, p_1)$ 的航程 $L$ ;

(5) 如果 $L < L_{fix}$ ,则确定新的搜索区间为 $[m, top]$ ;如果 $L > L_{fix}$ ,则确定新的搜索区间为 $[low, m]$ ;

(6) 重复步骤4和步骤5,如果迭代次数超过允许的最大值,则终止搜索。

该迭代搜索算法的收敛次数 $n$ 满足:

$$n = \text{ceil} \left( \frac{\log(\text{top} - \text{low}) - \log(\text{error})}{\log(2)} \right)$$

由此可知,以100km范围内的搜索区间为例,若要使搜索误差收敛至1m,所需要的搜索次数大约为16次,由此具有较好的机载计算实时性。

## 3 仿真分析

构建无人机在给定始末端点矢量约束、最小转弯半径能力约束下的三自由度定时到达虚拟飞行场景:

$$\begin{aligned} \dot{x}_E &= V_{\text{aspd}} \cos \chi_E + V_{\text{wind}} \cos \eta \\ \dot{y}_E &= V_{\text{aspd}} \sin \chi_E + V_{\text{wind}} \sin \eta \\ V_{\text{gnd}} &= \sqrt{\dot{x}_E^2 + \dot{y}_E^2} \\ \dot{\chi}_E &= g \tan \phi R_{\text{fix}} / V_{\text{gnd}} \end{aligned} \quad (9)$$

式中:  $\dot{x}_E$  和  $\dot{y}_E$  为飞机北/东向速度,  $\chi_E$  为飞机的航迹飞行方向(正北为  $0^\circ$ ),  $\eta$  为风场方向,  $V_{\text{gnd}}$  和  $V_{\text{aspd}}$  分别为飞机的实际地速和真空速,  $\phi$  为飞机的盘旋滚转角。

### (1) 算例一

从相同的始端约束  $p_0$  出发, 转弯半径能力约束设为 2500m, 任意给定一个末端约束矢量  $p_1$ , 设置无风环境 ( $V_{\text{wind}} = 0$ ), 按照本文所提的弹性 Dubins 航迹方法进行规划, 并控制无人机做等高等表速飞行, 其在定时到达约束下的飞行航迹如图 6 所示。

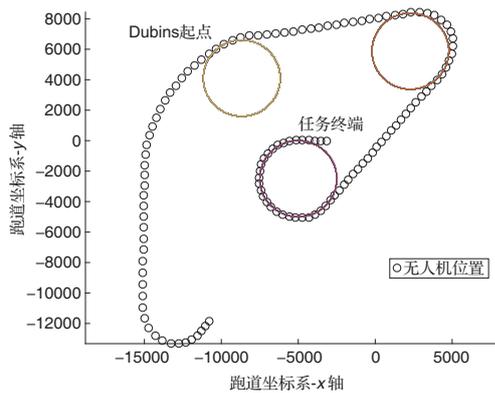


图6 无风条件下的静态规划结果

Fig.6 Static programming without wind

### (2) 算例二

在算例一的基础上, 加入稳定风场 ( $V_{\text{wind}}=10, \eta=60^\circ$ ), 飞机在实际飞行中, 随着航迹方向的调整, 其飞行总速是动态变化的。在本例仿真中, 体轴系中是从顺风逐渐变化到逆风, 地速会先减小再增大。因此当到达时间不能满足所需精度的时候, 会对飞行航迹进行一次重规划, 重新确定弹性拉伸 Dubins 航迹。图 7 中, 一共在线进行了三次重规划, 在总速减小的过程中, 所规划航迹的航程也随之减小, 最终保证了末端矢量的定时到达。

仿真试验结果表明, 本文提出的无人机定航程弹性 Dubins 轨迹规划方法, 针对低机动窄表速包线的无人机, 可以使其较好地应对飞行环境中不确定因素产生的影响, 从而顺利完成对时间较敏感的飞行任务。

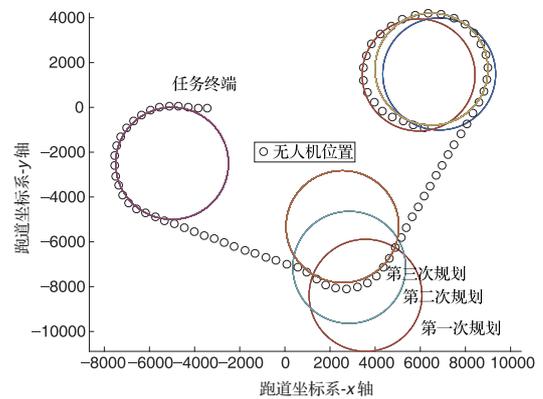


图7 风场环境下的在线重规划结果

Fig. 7 Re-programming under wind condition

## 4 结论

针对给定始/末端点及端点航向条件下的定航程轨迹规划问题, 本文提出了弹性 Dubins 轨迹规划算法, 通过合理设置的弹性拉伸圆, 使得所规划轨迹具备良好的对称性和线性特征, 仿真结果表明所提出的定航程轨迹规划算法具备良好的工程实践可行性与高效性。

本文主要针对 CLC-A 类做了详细的探讨, 后续可以对其其他类型的 Dubins 曲线进行探讨, 以进一步扩大规划算法的可规划路径范围。

AST

## 参考文献

- [1] 吴友谦. 基于 Dubins 曲线的无人直升机轨迹规划[J]. 计算机工程与设计, 2011, 32(4):1426-1429.  
Wu Youqian. Trajectory planning for unmanned helicopter based on Dubins curves[J]. Computer Engineering and Design, 2011, 32(4):1426-1429. (in Chinese)
- [2] 李欣. 运动学约束条件下多 UAV 任务分配算法[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2016, 37(12):1639-1644.  
Li Xin. Task assignment under kinematical constraints for multi-AUV system[J]. Journal of Harbin Engineering University, 2016, 37(12):1639-1644. (in Chinese)
- [3] 胡蔷. 基于 Dubins 曲线和改进 A\* 算法的 AUV 路径规划方法[J]. 计算机测量与控制, 2016, 24(8):259-262.  
Hu Qiang. AUV path planning method based on improved A\* search and Dubins curve[J]. Computer Measurement and Control, 2016, 24(8):259-262. (in Chinese)
- [4] 吴克风. 任意距离下 Dubins 最短路径研究[J]. 战术导弹技术, 2017(1):77-84.

- Wu Kefeng. Research on shortest path in any distance based on Dubins method[J]. Tactical Missile Technology, 2017(1): 77-84. (in Chinese)
- [5] 杨学光. 具有终值条件的无人机三维路径规划算法研究[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2010.  
Yang Xueguang. Algorithms for 3D UAV path planning with terminal conditions[D]. Xi'an: Xidian University, 2010. (in Chinese)
- [6] 刘俊云. 小型无人机动力学建模与控制方法研究[D]. 南京: 南京理工大学, 2015.  
Liu Junyun. Research on dynamic modeling and control method of small UAV[D]. Nanjing: Nanjing University of Science Technology, 2015. (in Chinese)
- [7] Shanmugavel M, Tsourdos A, White B, et al. Co-operative path planning of multiple UAVs using Dubins paths with clothoid arcs[J]. Control Engineering Practice, 2010, 18(9): 1084-1092.
- [8] Savla K, Frazzoli E, Bullo F. Traveling salesperson problems for the Dubins vehicle[J]. IEEE Trans. on Automation Control, 2008, 53(6): 1378-1391.
- [9] Jerome L N, Feron E, Frazzoli E. On the Dubins traveling salesman problem[J]. IEEE Transaction on Automation Control, 2012, 57(1): 265-270.
- [10] Wolek A, Woolsey C. Disturbance rejection in Dubins path planning[C]//Proceeding of the IEEE American Control Conference, 2012: 4873-4878. (责任编辑 陈东晓)

### 作者简介

王海(1992-)男, 硕士研究生, 助理工程师。主要研究方向: 飞行品质与控制律设计。

Tel: 18190876326 E-mail: 1207352713@qq.com

陶呈纲(1987-)男, 硕士, 高级工程师。主要研究方向: 飞行品质与控制律设计。

唐勇(1982-)男, 硕士, 高级工程师。主要研究方向: 飞控系统与控制律设计。

杨朝旭(1962-)男, 硕士, 研究员。主要研究方向: 飞控系统设计。

## Fixed Distance Path Programming Method for UAV Under the Constraint of Fixed Terminal

Wang Hai\*, Tao Chenggang, Tang Yong, Yang Zhaoxu

AVIC Chengdu Aircraft Design Research Institute, Chengdu 610091, China

**Abstract:** Facing the 4D accurate path programming problem of UAV with narrow velocity envelop, under the constriction of fixed beginning vector, ending vector, minimum turning radius and fixed length, this article developed an improved elastic Dubins path programming method, which apply appropriate elastic stretching point and searches elastic distance by Heuristic method. Simulation results proved the feasibility, effectiveness and calculation efficiency of the planning algorithm.

**Key Words:** improved Dubins-path; elastic stretching; fixed distance expectation; flight control simulation; flight guidance

Received: 2019-08-15; Revised: 2019-08-23; Accepted: 2019-08-30

\*Corresponding author. Tel. : 18190876326 E-mail: 1207352713@qq.com