航空科学技术
Aeronautical Science & Technology
Feb. 25 2020 Vol. 31 No.2 46-53

燃料消耗下吸气式高超声速飞行器自适应控制

高刚*，张金鹏，李群生
中国空空导弹研究院，河南 洛阳 471009

摘　要：针对高超声速飞行器纵向动态，考虑飞行器燃料消耗，设计了自适应控制器。首先，基于一个改进的飞行器模型，利用反馈线性化方法对其进行线性化，进而分析飞行器燃料消耗对线性化动态的影响。基于此分析结果，同时考虑避免控制律应用过程中可能出现的执行器震颤现象，利用模型参考自适应控制方法，基于Lyapunov函数，为飞行器设计自适应控制器。稳定性分析表明，在飞行器燃料消耗所引起的不确定下，所设计控制器能够保证跟踪误差全局一致最终有界。仿真结果表明，在飞行器燃料消耗所引起不确定影响下，所设计控制器具有良好的跟踪效果与鲁棒性。

关键词：高超声速飞行器；燃料消耗；自适应控制；反馈线性化；稳定性分析

中图分类号：TJ765　　**文献标识码：**A　　DOI：10.19452/j.issn1007-5453.2020.02.006

高超声速飞行器因其能够快速全球可达，具有巨大的军事价值和潜在的经济价值，近年来成为各国发展的重点，如中国的WU-14及美国的HTV-2。相对于普通飞行器，高超声速飞行器具有巨大的速度优势，更强的载荷携带能力，以及可能重复使用的特性。另一方面，就军事目的而言，高超声速飞行器优越的机动性大大增加了其拦截难度。

在采用轻质材料的情况下，高超声速飞行器在快速飞行过程中由于气流扰动等因素，可能发生气动弹性振动。考虑冲压发动机与机体的融合构型和高超声速飞行器弹性机体，推进系统及气动力学之间存在强耦合作用。与此同时，高超声速飞行器具有高马赫数飞行特性，参数快时变特征。上述特点使得高超声速飞行器控制具有巨大的挑战性[1,2]。

高超声速飞行器控制研究集中于具有X-33或X-38构型无动力高超声速飞行器(NHV)的再入控制[3,4]，及具有锥体加速器或X-30构型吸气式高超声速飞行器(AHV)的巡航控制[5,6]。

吸气式高超声速飞行器方面，现有参考文献涉及三个主要的飞行器模型。其一是美国航空航天局（NASA）兰利研究中心提出的刚性NASA-LRC模型，主要考察一个具有锥体加速器构型高超飞行器的纵向动态[5,7]。利用计算流体力学，第二个包含弹性模态的CSULA-GHV是由加州州立大学多学科飞行动态及控制实验室提出，它描述了一个全尺寸X-30构型高超声速飞行器的纵向动态[8,9]。利用Lagrange方程，对于一个X-30构型飞行器的纵向动态，美国空军研究实验室推导了第三个具有弹性模态的AFRL-OSU模型[6,10]。

本文研究基于AFRL-OSU模型，其中部分动力学描述是系统状态及控制输入的隐函数，不具有通常控制器设计所要求的相对规范的形式。利用曲线拟合方法，几位作者给出了AFRL-OSU模型的曲线拟合形式[6,11-13]，大大降低了控制分析的难度，同时保留了原模型的基本动态特征[6]。采用AFRL-OSU模型，参考文献[11]、参考文献[14]、参考文献[15]中假设弹性模态可以直接测量，将其用于控制反馈。参考文献[16]利用线性参数时变的建模及控制方法研究AFRL-OSU模型，参考文献[17]提出高超声速飞行器保性能控制，参考文献[18]利用T-S模糊控制方法设计保性能控制器。基于有限的状态信息，参考文献[19]提出输出反馈控制器。基于反馈线性化系统，参考文献[20]讨论了高

收稿日期：2019-07-26；　退修日期：2019-08-20；　录用日期：2019-11-20
基金项目：航空科学基金（20160112002，2016ZA12002）
*通信作者．Tel.：13673906055　E-mail：kong.ko@foxmail.com
引用格式：Gao Gang，Zhang Jinpeng，Li Qunsheng. Robust control for an air-breathing hypersonic vehicle against fuel consumption[J]. Aeronautical Science & Technology，2020，31(02)：46-53. 高刚，张金鹏，李群生．燃料消耗下吸气式高超声速飞行器自适应控制[J]. 航空科学技术，2020，31(02)：46-53.

超声速飞行器的鲁棒最优控制问题。

对比无动力高超声速飞行器，吸气式高超声速飞行器在飞行过程中必然产生燃料消耗，引起飞行器质量及转动惯量变化[13]。在此前提下，针对吸气式高超声速飞行器控制问题，现有研究并不充分。针对此问题，考虑燃料消耗引起的飞行器质量及转动惯量变化，本文研究吸气式高超声速飞行器的自适应控制问题，在控制律设计过程中注意避免执行器震颤现象。

1 模型分析

1.1 高超声速飞行器纵向动态

考虑一个X-30构型的飞行器，本节中的分析基于AFRL-OSU模型。对此高超声速飞行器模型，其不稳定性及控制难点主要体现在纵向运动平面。在无滚转的情况下解耦于横向动态，飞行器的纵向动态可描述为：

$$
\begin{aligned}
&\dot{h}=V\sin(\theta-\alpha)\\
&\dot{V}=\frac{1}{m}(T\cos\alpha-D)-g\sin(\theta-\alpha)\\
&\dot{\alpha}=\frac{1}{mV}(-T\sin\alpha-L)+Q+\frac{g}{V}\cos(\theta-\alpha)\\
&\dot{\theta}=Q\\
&\dot{Q}=\frac{M}{I}+\frac{\tilde{\psi}_1}{I}\ddot{\eta}_1+\frac{\tilde{\psi}_2}{I}\ddot{\eta}_2\\
&k_1\ddot{\eta}_1=-2\zeta_1\omega_1\dot{\eta}_1-\omega_1^2\eta_1+N_1-\tilde{\psi}_1\frac{M}{I}-\frac{\tilde{\psi}_1\tilde{\psi}_2\ddot{\eta}_2}{I}\\
&k_2\ddot{\eta}_2=-2\zeta_2\omega_2\dot{\eta}_2-\omega_2^2\eta_2+N_2-\tilde{\psi}_2\frac{M}{I}-\frac{\tilde{\psi}_2\tilde{\psi}_1\ddot{\eta}_1}{I}
\end{aligned}
\tag{1}
$$

式中：$k_1=1+\frac{\tilde{\psi}_1}{I},k_2=1+\frac{\tilde{\psi}_2}{I}$；$\tilde{\psi}_1=\int_{-L_f}^{0}\hat{m}_f\xi\phi_f(\xi)\mathrm{d}\xi$；$\tilde{\psi}_2=\int_{0}^{L_a}\hat{m}_a\xi\phi_a(\xi)\mathrm{d}\xi$。

模型中的气动力和力矩具有形式：

$$
\begin{aligned}
&L(h,V,\alpha,\delta_e)=\frac{1}{2}\bar{\rho}V^2SC_L(\alpha,\delta_e)\\
&D(h,V,\alpha,\delta_e)=\frac{1}{2}\bar{\rho}V^2SC_D(\alpha,\delta_e)\\
&T(h,V,\alpha,\Phi)=\frac{1}{2}\bar{\rho}V^2SC_T(\alpha,\Phi)\\
&M(h,V,\alpha,\delta_e,\Phi)=z_TT(h,V,\alpha,\Phi)+\frac{1}{2}\bar{\rho}V^2S\bar{c}\left(C_{M,\alpha}(\alpha)+C_{M,\delta_e}(\delta_e)\right)\\
&N_1=N_1^{\alpha^2}\alpha^2+N_1^{\alpha}\alpha+N_1^0\\
&N_2=N_2^{\alpha^2}\alpha^2+N_2^{\alpha}\alpha+N_2^{\delta_e}\delta_e+N_2^0
\end{aligned}
$$

式中：模型中空气密度满足$\bar{\rho}=\rho_0 e^{-\frac{h-h_0}{h_s}}$。此外，气动升力、阻力、力矩及发动机推力的曲线拟合表达式可写为：

$$
\begin{aligned}
&C_L(\alpha,\delta_e)=C_L^{\alpha}\alpha+C_L^{\delta_e}\delta_e+C_L^0\\
&C_D(\alpha,\delta_e)=C_D^{\alpha^2}\alpha^2+C_D^{\alpha}\alpha+C_D^{\delta_e^2}\delta_e^2+C_D^{\delta_e}\delta_e+C_D^0\\
&C_{M,\alpha}(\alpha)=C_{M,\alpha}^{\alpha^2}\alpha^2+C_{M,\alpha}^{\alpha}\alpha+C_{M,\alpha}^0,C_{M,\delta_e}(\delta_e)=c_e\delta_e\\
&C_T(\alpha,\Phi)=C_T^{\alpha^3}(\Phi)\alpha^3+C_T^{\alpha^2}(\Phi)\alpha^2+C_T^{\alpha}(\Phi)\alpha+C_T^0(\Phi)\\
&C_T^{\alpha^3}(\Phi)=\beta_3\Phi+\beta_3',C_T^{\alpha^2}(\Phi)=\beta_2\Phi+\beta_2'\\
&C_T^{\alpha}(\Phi)=\beta_1\Phi+\beta_1',C_T^0(\Phi)=\beta_0\Phi+\beta_0'
\end{aligned}
$$

式中：动压$\bar{q}=\frac{1}{2}\bar{\rho}V^2$。

以上模型中，包含5个刚性状态变量，即高度h、速度V、迎角α、俯仰角θ及俯仰角速率Q。同时，模型包含4个弹性状态变量$\eta_1,\dot{\eta}_1,\eta_2,\dot{\eta}_2$。以上模型中，输出高度$h$主要由升降舵偏转$\delta_e$调节，而输出速度$V$主要受油门开度$\Phi$的影响。可以看到，系统中各变量间存在复杂的耦合，如由于系统发动机与气动外形的相互作用，除推力外，油门开度Φ间接影响俯仰力矩。另外，对升降舵偏转δ_e，其在调节俯仰力矩的同时，通过相对较弱的耦合间接影响升力、阻力及广义弹性力。此外由式(1)，刚性状态变量俯仰角速率的动态受弹性模态的影响，同时广义弹性力依赖于迎角，由此系统弹性模态及刚性动态间存在耦合。

1.2 面向控制的模型设计

对式(1)，升降舵与升力及阻力间存在耦合，由此控制输入δ_e会出现在输出h,V的低阶导数中。由于耦合$C_L^{\delta_e},C_D^{\delta_e^2},C_D^{\delta_e}$相对较弱，可以考虑在控制器设计过程中将其忽略。与此同时，为避免输入解耦矩阵奇异，考虑油门开度Φ命令实现过程的一个二阶动态扩展，将弹性模态忽略，可得：

$$
\begin{aligned}
&\dot{h}=V\sin(\theta-\alpha)\\
&\dot{V}=\frac{1}{m}(T\cos\alpha-D)-g\sin(\theta-\alpha)\\
&\dot{\alpha}=\frac{1}{mV}(-T\sin\alpha-L)+Q+\frac{g}{V}\cos(\theta-\alpha)\\
&\dot{\theta}=Q\\
&\dot{Q}=\frac{M}{I}\\
&\ddot{\Phi}=-2\zeta\omega\dot{\Phi}-\omega^2\Phi+\omega^2\Phi_c
\end{aligned}
\tag{2}
$$

此时，考虑控制输入升降舵偏转δ_e及油门开度命令Φ_c，利用Matlab符号计算，对输出高度h及速度V求高阶导数，可以验证式(2)具有满相对度。在此模型中，其状态变量取为高度h、速度V、迎角α、俯仰角θ、俯仰角速率Q、油门开度Φ及$\dot{\Phi}$。选取阻尼系数$\zeta=0.7$，固有频率$\omega=20$，式(2)中最后一个方程描述真实飞行器中油门开度Φ命令实现过程中的一个滞后效应，具有现实意义。

对式(1)或式(2)，其运行区间见表1。

表1 飞行器运行区间

Table 1 The flight envelope of the vehicle

下界	数值	上界	数值
h^-	25908m	h^+	36576m
V^-	2286m/s	V^+	3200.4m/s
α^-	−10°	α^+	10°
θ^-	−10°	θ^+	10°
Q^-	−10(°)/s	Q^+	10(°)/s

可以验证，对表1给定的运行区间，考虑控制输入升降舵偏转δ_e及油门开度命令$\varPhi_c$，对输出高度h及速度V求高阶导数，式(2)具有非奇异的输入解耦矩阵。

在本文中，式(2)主要用于控制器设计及飞行器稳定性分析。对所设计控制器仿真验证采用式(1)，其中包含式(2)中忽略的弱耦合及弹性模态。

2 模型不确定性分析

2.1 模型不确定性

在真实的高超声速飞行过程中，由于冲压发动机的燃料消耗，飞行器质量及转动惯量均会产生显著的变化[13]，其可表示为：

$$m = m_0(1+\Delta m)$$

$$I = I_0(1+\Delta I)$$

式中：m_0,I_0分别为m,I的标称值；$|\Delta m| \le 50\%$，$|\Delta I| \le 50\%$表示相应变量的加性不确定性，其可记为：

$$p = [m\ I]^{\mathrm{T}}, \varOmega_p = \{p \mid |\Delta m| \le 50\%, |\Delta I| \le 50\%\} \tag{3}$$

2.2 飞行器的反馈线性化模型

在本节，使用反馈线性化技术，得到一个高超声速飞行器的线性化模型，其中包含由不确定参数导致的未知动态。考虑高超声速飞行器纵向式(2)，为消除稳态误差，在系统中增加积分变量：

$$h^* = \int_{t_0}^{t} h(\tau)\mathrm{d}\tau, V^* = \int_{t_0}^{t} V(\tau)\mathrm{d}\tau$$

则式(2)写为：

$$\dot{z} = f(z) + g(z)v,\ y^* = \begin{bmatrix} h^* \\ V^* \end{bmatrix} \tag{4}$$

式中：

$$z = \begin{bmatrix} h^* & V^* & h & V & \alpha & \theta & Q & \varPhi & \dot{\varPhi} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}},$$

$$v = \begin{bmatrix} \delta_e \\ \varPhi_c \end{bmatrix}。$$

非线性函数：

$$f(z) = \begin{bmatrix} h \\ V \\ V\sin(\theta-\alpha) \\ \dfrac{1}{m}(T\cos\alpha - D) - g\sin(\theta-\alpha) \\ \dfrac{1}{mV}(-T\sin\alpha - L) + Q + \dfrac{g}{V}\cos(\theta-\alpha) \\ Q \\ \dfrac{1}{I}z_T T + \dfrac{1}{2I}\rho V^2 S\bar{c} C_{M,\alpha}(\alpha) \\ \dot{\varPhi} \\ -2\zeta\omega\dot{\varPhi} - \omega^2\varPhi \end{bmatrix}$$

$$g(z) = [g_1(z) \quad g_2(z)] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \dfrac{1}{2I}\rho V^2 S\bar{c} c_e & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \omega^2 \end{bmatrix}$$

对于式(4)，可以验证：

$$L_{g_1(z)}L^4_{f(z)}\left(h^*\right) \ne 0, L_{g_2(z)}L^4_{f(z)}\left(h^*\right) \ne 0$$

$$L_{g_1(z)}L^3_{f(z)}\left(V^*\right) \ne 0, L_{g_2(z)}L^3_{f(z)}\left(V^*\right) \ne 0$$

由此，高度积分h^*具相对阶$r_h=5$，速度积分V^*具相对阶$r_V=5$，此时式(2)具有满相对阶及零内动态。能线性化非线性式(2)的坐标变换$x=T(z)$可表示为：

$$x = [x_1 \quad x_2 \quad \cdots \ x_9]^{\mathrm{T}} = [h^* \quad L_{f(x)}h^* \quad L^2_{f(x)}h^* \quad L^3_{f(x)}h^* \quad L^4_{f(x)}h^*]$$
$$\cdots[V^* \quad L_{f(x)}V^* \quad L^2_{f(x)}V^* \quad L^3_{(x)}V^*]^{\mathrm{T}}$$

应用此坐标变换，由$L^4_{f(z)}h^* = L^3_{f(z)}h$, $L^3_{f(z)}V^* = L^2_{f(z)}V$，可得：

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= x_5 \\ \dot{x}_5 &= L^4_{f(z)}h + (L_{g_1(z)}L^3_{f(z)}h)\delta_e + (L_{g_2(z)}L^3_{f(z)}h)\varPhi_c \\ \dot{x}_6 &= x_7 \\ \dot{x}_7 &= x_8 \\ \dot{x}_8 &= x_9 \\ \dot{x}_9 &= L^3_{f(z)}V + (L_{g_1(z)}L^2_{f(z)}V)\delta_e + (L_{g_2(z)}L^2_{f(z)}V)\varPhi_c \end{aligned} \tag{5}$$

令：

$$F_1(z)=\begin{bmatrix} L_{f(z)}^4 h \\ L_{f(z)}^3 V \end{bmatrix}$$

及：

$$G_1(z)=\begin{bmatrix} L_{g_1(z)}L_{f(z)}^3 h & L_{g_2(z)}L_{f(z)}^3 h \\ L_{g_1(z)}L_{f(z)}^2 V & L_{g_2(z)}L_{f(z)}^2 V \end{bmatrix}$$

$$F(z)=F_1(z)\Big|_{(m_0,I_0)}\quad G(z)=G_1(z)\Big|_{(m_0,I_0)} \tag{6}$$

可以验证，标称条件下的输入解耦矩阵 $G(z)$ 在实际飞行包线内具有非奇异性。

2.3 模型不确定性分析

考虑由式(3)描述的不确定参数，在以上推导中，G_1 由Matlab符号计算得到，其具有表达式：

$$G_1(z,p)=\begin{bmatrix} G_{11}(z,p) & G_{12}(z,p) \\ G_{21}(z,p) & G_{22}(z,p) \end{bmatrix}$$

其中：

$$\begin{aligned}G_{11}(z,p)=&\frac{1}{2mI}\Big(\frac{1}{2}\rho_0 e^{\frac{-h+h_0}{h_s}}V^2S(\cos(\theta-\alpha)C_L^{\alpha}-\\&\sin(\theta-\alpha)(2C_D^{\alpha^2}\alpha+C_D^{\alpha}))+\sin(\theta)(3\beta_3'\alpha^2+\\&2\beta_2'\alpha+\beta_1')+\cos(\theta)(\beta_3'\alpha^3+\beta_2'\alpha^2+\beta_1'\alpha+\\&\beta_0')+\sin(\theta)\Phi(3\beta_3\alpha^2+2\beta_2\alpha+\beta_1)+\cos(\theta)\\&\Phi(\beta_3\alpha^3+\beta_2\alpha^2+\beta_1\alpha+\beta_0))\rho_0 e^{\frac{-h+h_0}{h_s}}V^2S^2c_e\end{aligned}$$

$$G_{12}(z,p)=\frac{\omega^2\sin(\theta)}{m}(\beta_3\alpha^3+\beta_2\alpha^2+\beta_1\alpha+\beta_0)$$

$$\begin{aligned}G_{21}(z,p)=&\frac{1}{2mI}\Big(-\frac{1}{2}\rho_0 e^{\frac{-h+h_0}{h_s}}V^2S(2C_D^{\alpha^2}\alpha+C_D^{\alpha})+\\&(3\beta_3'\alpha^2+2\beta_2'\alpha+\beta_1')\cos(\alpha)-(\beta_3'\alpha^3+\\&\beta_2'\alpha^2+\beta_1'\alpha+\beta_0')\sin(\alpha)+(3\beta_3\alpha^2+2\beta_2\alpha+\\&\beta_1)\cos(\alpha)\Phi-(\beta_3\alpha^3+\beta_2\alpha^2+\beta_1\alpha+\beta_0)\\&\sin(\alpha)\Phi\,\rho_0 e^{\frac{-h+h_0}{h_s}}V^2S^2c_e\end{aligned}$$

$$G_{22}(z,p)=\frac{\omega^2\cos(\alpha)}{m}(\beta_3\alpha^3+\beta_2\alpha^2+\beta_1\alpha+\beta_0)$$

显然：

$$G_1=\frac{m_0}{m}G\begin{bmatrix}\frac{I_0}{I} & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$$

可得：

$$G_1=G\Lambda,\Lambda=\begin{bmatrix}\frac{m_0I_0}{mI} & 0\\ 0 & \frac{m_0}{m}\end{bmatrix}$$

$$\min_i\Big\{\min_{p\in\Omega_r}\{\lambda_i(\Lambda)\}\Big\}=\min_{p\in\Omega p}\Big(\frac{m_0I_0}{mI}\Big)\geqslant\lambda_0\geqslant\frac{4}{9}>0,\ i=1,2 \tag{7}$$

这里 $\lambda_i(\cdot)$ 表示括号内矩阵的第 i 个特征值。

3 控制器设计

吸气式高超声速飞行器在飞行过程中的燃料消耗，会引起飞行器的飞行参数变化。针对这种变化，相比于建立精确的燃料消耗模型，本节将此参数变化视为一种不确定因素，基于其对飞行器反馈线性化模型的影响分析，针对高超声速飞行器的不确定模型设计自适应控制器，同时在控制律设计过程中注意避免执行器震颤现象。

3.1 控制器设计

由 $v=\begin{bmatrix}\delta_e\\ \Phi_c\end{bmatrix}$，应用静态反馈：

$$v=G^{-1}(z)(-F(z)+u) \tag{8}$$

那么对式(5)，其可写为：

$$\begin{aligned}&\dot{x}=Ax+B(G_1(z)G^{-1}(z)u+\omega(z))\\&y=Cx\end{aligned} \tag{9}$$

式中：$\omega(z)=F(z)-G_1(z)G^{-1}(z)F(z)+G(z)\vartheta(z)$，

$\vartheta(z)=G^{-1}(z)(F_1(z)-F(z))$。

系统中状态，输入及输出矩阵具有下面的结构：

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{A}=\mathrm{diag}\{\boldsymbol{A}_1\ \boldsymbol{A}_2\}\\&\boldsymbol{B}=\mathrm{diag}\{\boldsymbol{B}_1\ \boldsymbol{B}_2\}\\&\boldsymbol{C}=\mathrm{diag}\{\boldsymbol{C}_1\ \boldsymbol{C}_2\}\end{aligned} \tag{10}$$

这里子矩阵具有Brunovsky规范形式：

$$\boldsymbol{A}_1=\begin{bmatrix}0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0\end{bmatrix},\boldsymbol{A}_2=\begin{bmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&0&0&0\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{B}_1=\begin{bmatrix}0\\0\\0\\0\\1\end{bmatrix},\ \boldsymbol{B}_2=\begin{bmatrix}0\\0\\0\\1\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{C}_1=\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0&0&0&0\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{C}_2=\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1&0&0&0\end{bmatrix}$$

式(9)中的不确定项满足：

$$\begin{aligned}&\left\|G^{-1}(z)\omega(z)\right\|=\left\|G^{-1}(z)\begin{pmatrix}F(z)-G_1(z)G^{-1}(z)F(z)+\\G(z)\vartheta(z)\end{pmatrix}\right\|=\\&\left\|G^{-1}(z)F(z)-\Lambda G^{-1}(z)F(z)+\vartheta(z)\right\|\leq\\&\left\|I-\Lambda\right\|\ \left\|G^{-1}(z)F(z)\right\|+\left\|\vartheta(z)\right\|\leq a_1\phi_1(z)\end{aligned} \tag{11}$$

及

$$\left\|G^{-1}(z)\big(G_1(z)G^{-1}(z)-I\big)\right\|=\left\|(I-\Lambda)G^{-1}(z)\right\|\leq a_1\phi_2(z) \tag{12}$$

这里 $\|\cdot\|$ 表示矩阵的Frobenius范数，$a_1=\max\{\|I-\Lambda\|,1\}$ 为一个正常数，$\phi_1(z)$ 为任一标量函数满足 $\phi_1(z)\geq$

$\|G^{-1}(z)F(z)\|+\|\vartheta(z)\|\geq 0$，$\phi_2(z)$为任一标量函数满足$\phi_2(z)\geq\|G^{-1}(z)\|\geq 0$。

对于式(9)，它需要跟踪的参考命令可描述为：

$$y_m=\begin{bmatrix}y_{m1}\\y_{m2}\end{bmatrix}$$

式中：y_{m1}是5阶可微的，y_{m2}是4阶可微的，令：

$$x_m=\begin{bmatrix}y_{m1} & \dot{y}_{m1} & y_{m1}^{(2)} & y_{m1}^{(3)} & y_{m1}^{(4)} & y_{m2} & \dot{y}_{m2} & y_{m2}^{(2)} & y_{m2}^{(3)}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

$$r_m=\begin{bmatrix}y_{m1}^{(5)} & y_{m2}^{(4)}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{13}$$

这里假设$x_m\in L_\infty$，$r_m\in L_\infty$，L_∞表示全部有界函数构成的空间。对于以上参考命令，可写为参考模型：

$$\begin{aligned}\dot{x}_m&=\boldsymbol{A}x_m+\boldsymbol{B}r_m\\y_m&=Cx_m\end{aligned} \tag{14}$$

这里状态、输入及输出矩阵由式(10)给出，其中状态及输入矩阵$(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B})$是可控的，因此存在一个镇定的矩阵$\boldsymbol{K}_0$及正定矩阵$\boldsymbol{P},\boldsymbol{Q}$满足：

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{A}_c=\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}K_0\in\boldsymbol{H}\\&\boldsymbol{A}_c^{\mathrm{T}}P+\boldsymbol{P}A_c=-\boldsymbol{Q}\end{aligned} \tag{15}$$

这里H表示全部Hurwitz矩阵的集合。考虑反馈线性化式(9)，其控制输入被不确定项影响，将鲁棒控制器设计为：

$$u=r_m+K_0e+K(t) \tag{16}$$

式中：r_m由式(13)给出，跟踪误差$e=x-x_m$，K_0见式(15)；$K(t)$被设计来保证不确定参数下非线性系统(9)的参考命令跟踪，如：

$$K(t)=\frac{-a_wG(z)G^{\mathrm{T}}(z)B^{\mathrm{T}}Pe}{\lambda_0\|G^{\mathrm{T}}(z)B^{\mathrm{T}}Pe\|} \tag{17}$$

式中：$a_w=a_1\phi_1(z)+a_1\phi_2(z)\|K_0e+r_m\|$。

此时，跟踪误差$e=x-x_m$满足$\lim\limits_{t\to\infty}e=0$，由此$\lim\limits_{t\to\infty}\big(y(t)-y_m(t)\big)=0$。

需要注意的是，式(17)中包含一项$\dfrac{1}{\lambda_0\|G^{\mathrm{T}}(z)B^{\mathrm{T}}Pe\|}$，在$e$接近于零时，这一项可能导致执行器震颤[21]。为保证控制过程不受震颤影响，可行方法是将此项替换为连续信号，如下所示：

$$K(t)=\frac{-a_w\phi^2(z)G(z)G^{\mathrm{T}}(z)B^{\mathrm{T}}Pe}{\phi(z)\|G^{\mathrm{T}}(z)B^{\mathrm{T}}Pe\|+\varepsilon} \tag{18}$$

$$\dot{a}_w=-\gamma\sigma a_w+\gamma\frac{\phi^2(z)\|G^{\mathrm{T}}(z)B^{\mathrm{T}}Pe\|^2}{\phi(z)\|G^{\mathrm{T}}(z)B^{\mathrm{T}}Pe\|+\varepsilon},a_w(t_0)\geq 0 \tag{19}$$

$$\phi(z)=\phi_1(z)+\phi_2(z)\|K_0e+r_m\|$$

式中：γ及σ表示某些正常数，函数$\phi_1(z)$，$\phi_2(z)$及参数a_1见式(11)及式(12)，信号r_m由式(13)定义。

对于具有满相对阶及可逆输入解耦矩阵（式(6)）的非线性系统（式(4)），考虑不确定参数（式(3)），如果矩阵$\boldsymbol{K}_0$、正定矩阵$\boldsymbol{P},\boldsymbol{Q}$设计为满足条件式(15)，那么控制律式(8)、式(16)与式(18)保证跟踪误差$e=x-x_m$全局一致最终有界。

3.2 稳定性分析

对非线性系统式(4)，应用鲁棒控制律式(8)、式(16)与式(18)，由反馈线性化模型式(9)减去式(14)，得到误差动态系统：

$$\dot{e}=A_ce+B\Big(G_1(z)G^{-1}(z)K(t)+\omega(z)+\big(G_1(z)G^{-1}(z)-I\big)\big(K_0e+r_m\big)\Big)$$

考虑Lyapunov函数：

$$V=e^{\mathrm{T}}Pe+\frac{1}{\lambda_0\gamma}(a_1-\lambda_0a_w)^2$$

令：

$$W=\omega(z)+\big(G_1(z)G^{-1}(z)-I\big)\big(K_0e+r_m\big)$$

可给出Lyapunov函数的导数：

$$\begin{aligned}&\dot{V}=\dot{e}^{\mathrm{T}}Pe+e^{\mathrm{T}}P\dot{e}-\frac{2}{\gamma}(a_1-\lambda_0a_w)\dot{a}_w=\\&\Big(A_ce+B\big(G_1(z)G^{-1}(z)K(t)+W\big)\Big)^{\mathrm{T}}Pe+\\&e^{\mathrm{T}}P\Big(A_ce+B\big(G_1(z)G^{-1}(z)K(t)+W\big)\Big)=\\&-e^{\mathrm{T}}Qe+2e^{\mathrm{T}}PB\big(G_1(z)G^{-1}(z)K(t)+W\big)\\&-\frac{2}{\gamma}(a_1-\lambda_0a_w)\dot{a}_w=-e^{\mathrm{T}}Qe+2e^{\mathrm{T}}PB\\&\left(G_1(z)G^{-1}(z)\frac{-a_w\phi^2(z)G(z)G^{\mathrm{T}}(z)B^{\mathrm{T}}Pe}{\phi(z)\|G^{\mathrm{T}}(z)B^{\mathrm{T}}Pe\|+\varepsilon}+W\right)-\\&\frac{2}{\gamma}(a_1-\lambda_0a_w)\dot{a}_w\end{aligned}$$

注意到自适应律式(19)及$a_w(t_0)\geq 0$，由其通解：

$$a_w=\mathrm{e}^{-\gamma\sigma(t-t_0)}a_w(t_0)+\int_{t_0}^{t}\mathrm{e}^{-\gamma\sigma(t-\tau)}\gamma\frac{\phi^2(z)\|G^{\mathrm{T}}(z)B^{\mathrm{T}}Pe\|^2}{\phi(z)\|G^{\mathrm{T}}(z)B^{\mathrm{T}}Pe\|+\varepsilon}\mathrm{d}\tau$$

可得$a_w(t)\geq 0$，$t\geq t_0$。考虑式(7)，可得：

$$\begin{aligned}&\dot{V}=-e^{\mathrm{T}}Qe-2e^{\mathrm{T}}PBG_1(z)G^{-1}(z)\frac{a_w\phi^2(z)G(z)G^{\mathrm{T}}(z)B^{\mathrm{T}}Pe}{\phi(z)\|G^{\mathrm{T}}(z)B^{\mathrm{T}}Pe\|+\varepsilon}+\\&2e^{\mathrm{T}}PBW-\frac{2}{\gamma}(a_1-\lambda_0a_w)\dot{a}_w\leq-e^{\mathrm{T}}Qe-\frac{2\lambda_0a_w\phi^2(z)\|G^{\mathrm{T}}(z)B^{\mathrm{T}}Pe\|^2}{\phi(z)\|G^{\mathrm{T}}(z)B^{\mathrm{T}}Pe\|+\varepsilon}+\\&2e^{\mathrm{T}}PBW-\frac{2}{\gamma}(a_1-\lambda_0a_w)\dot{a}_w\end{aligned}$$

接下来，由不等式：

$$\left\|G^{-1}(z)W\right\|\le\left\|\left\|G^{-1}(z)\omega(z)\right\|\right\|+\left\|G^{-1}(z)\left(G_1(z)G^{-1}(z)-I\right)\right\|$$

$$\left\|K_0e+r_m\right\|\le a_1\phi_1(z)+a_1\phi_2(z)\left\|K_0e+r_m\right\|=a_1\phi(z)$$

给出：

$$\dot V\le -e^{\mathrm T}Qe-\frac{2\lambda_0a_w\phi^2(z)\left\|G^{\mathrm T}(z)B^{\mathrm T}Pe\right\|^2}{\phi(z)\left\|G^{\mathrm T}(z)B^{\mathrm T}Pe\right\|+\varepsilon}+2\left\|G^{-1}(z)W\right\|$$

$$\left\|G^{\mathrm T}(z)B^{\mathrm T}Pe\right\|-\frac{2}{\gamma}(a_1-\lambda_0a_w)\dot a_w\le -e^{\mathrm T}Qe-$$

$$\frac{2\lambda_0a_w\phi^2(z)\left\|G^{\mathrm T}(z)B^{\mathrm T}Pe\right\|^2}{\phi(z)\left\|G^{\mathrm T}(z)B^{\mathrm T}Pe\right\|+\varepsilon}+2a_1\phi(z)\left\|G^{\mathrm T}(z)B^{\mathrm T}Pe\right\|-$$

$$\frac{2}{\gamma}(a_1-\lambda_0a_w)\dot a_w,=-e^{\mathrm T}Qe+2\left\|G^{\mathrm T}(z)B^{\mathrm T}Pe\right\|$$

$$\left(-\frac{\lambda_0a_w\phi^2(z)\left\|G^{\mathrm T}(z)B^{\mathrm T}Pe\right\|}{\phi(z)\left\|G^{\mathrm T}(z)B^{\mathrm T}Pe\right\|+\varepsilon}+a_1\phi(z)\right)-\frac{2}{\gamma}(a_1-\lambda_0a_w)\dot a_w=$$

$$-e^{\mathrm T}Qe+\frac{2(a_1-\lambda_0a_w)\phi^2(z)\left\|G^{\mathrm T}(z)B^{\mathrm T}Pe\right\|^2}{\phi(z)\left\|G^{\mathrm T}(z)B^{\mathrm T}Pe\right\|+\varepsilon}+$$

$$\frac{2a_1\varepsilon\phi(z)\left\|G^{\mathrm T}(z)B^{\mathrm T}Pe\right\|}{\phi(z)\left\|G^{\mathrm T}(z)B^{\mathrm T}Pe\right\|+\varepsilon}-\frac{2}{\gamma}(a_1-\lambda_0a_w)\dot a_w=$$

$$-e^{\mathrm T}Qe+2(a_1-\lambda_0a_w)\left(\frac{\phi^2(z)\left\|G^{\mathrm T}(z)B^{\mathrm T}Pe\right\|^2}{\phi(z)\left\|G^{\mathrm T}(z)B^{\mathrm T}Pe\right\|+\varepsilon}-\frac{\dot a_w}{\gamma}\right)+$$

$$\frac{2a_1\varepsilon\phi(z)\left\|G^{\mathrm T}(z)B^{\mathrm T}Pe\right\|}{\phi(z)\left\|G^{\mathrm T}(z)B^{\mathrm T}Pe\right\|+\varepsilon}$$

考虑自适应律式(19)及 $\frac{\phi(z)\left\|G^{\mathrm T}(z)B^{\mathrm T}Pe\right\|}{\phi(z)\left\|G^{\mathrm T}(z)B^{\mathrm T}Pe\right\|+\varepsilon}<1$，可以得到：

$$\dot V\le -e^{\mathrm T}Qe+2\sigma a_w(a_1-\lambda_0a_w)+2a_1\varepsilon$$

令 $\bar a=a_1-\lambda_0a_w$，可给出：

$$2a_w\left(a_1-\lambda_0a_w\right)=2a_w\bar a=2\bar a\frac{1}{\lambda_0}(a_1-\bar a)=$$

$$\frac{1}{\lambda_0}\left(-\bar a^2+a_1^2-(\bar a-a_1)^2\right)\le\frac{1}{\lambda_0}\left(-\bar a^2+a_1^2\right)$$

由此可得：

$$\dot V\le -e^{\mathrm T}Qe-\frac{\sigma\bar a^2}{\lambda_0}+\frac{\sigma a_1^2}{\lambda_0}+2a_1\varepsilon\le-\lambda_VV+\lambda_\varepsilon \tag{20}$$

令 $\lambda_{\min}(\cdot)$，$\lambda_{\max}(\cdot)$ 表示括号内矩阵的最小及最大特征值，式(20)中常数 λ_V，λ_ε 具有以下形式：

$$\lambda_V=\min\left(\frac{\lambda_{\min}(Q)}{\lambda_{\max}(P)},\gamma\sigma\right),\quad \lambda_\varepsilon=\frac{\sigma a_1^2}{\lambda_0}+2a_1\varepsilon$$

当时间趋于无穷，式(20)给出：

$$V(t)\le \mathrm e^{-\lambda_V(t-t_0)}V(t_0)+\int_{t_0}^{t}\mathrm e^{-\lambda_V(t-\tau)}\lambda_\varepsilon\mathrm d\tau=\mathrm e^{-\lambda_V(t-t_0)}V(t_0)+$$

$$\frac{\lambda_\varepsilon}{\lambda_V}\left(1-\mathrm e^{-\lambda_V(t-t_0)}\right)\to\frac{\lambda_\varepsilon}{\lambda_V}$$

这就表明对任意 $\delta>0$，存在 $T>0$，由此对任意 $t>T$，有 $\left|V(t)-\frac{\lambda_\varepsilon}{\lambda_V}\right|\le\frac{\lambda_\varepsilon\delta}{\lambda_V}$，此时 $V(t)\le\frac{\lambda_\varepsilon}{\lambda_V}(1+\delta)$。接下来，令：

$$\Omega_e=\left\{e\middle|\|e\|\le\left(\frac{\lambda_\varepsilon(1+\delta)}{\lambda_V\lambda_{\min}(P)}\right)^{\frac12}\right\}$$

同时注意到对 $t>T$，有：

$$\lambda_{\min}(P)\|e\|^2\le e^{\mathrm T}Pe+\frac{1}{\lambda_0\gamma}\left(a_1-\lambda_0a_w\right)^2=V(t)\le\frac{\lambda_\varepsilon}{\lambda_V}(1+\delta)$$

跟踪误差 e 在有限时间内收敛到剩余集 Ω_e，这表明跟踪误差 $e=x-x_m$ 全局一致最终有界。

4 仿真

选取参考文献[6]给出的高度参考命令及速度参考命令，验证所设计控制器的有效性及鲁棒性。在满足约束式(3)，其中 $|\Delta m|\le50\%$，$|\Delta I|\le50\%$ 的前提下，执行以下25轮 Monte Carlo 仿真，每次仿真中不确定参数 m,I 随机取值。叠加25轮仿真结果，高超声速飞行器的高度及速度跟踪性能如图1（1ft=0.3048m）~图3所示。

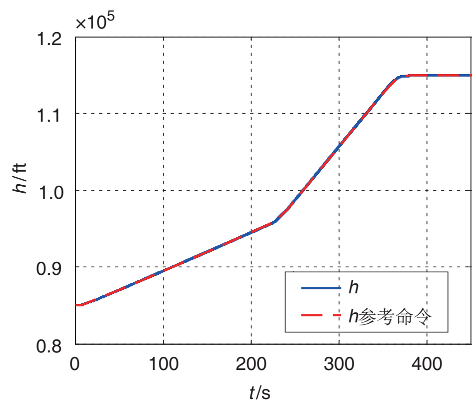

图1 飞行器高度跟踪性能

Fig.1 The altitude tracking performance

在所执行的25轮 Monte Carlo 仿真中，在不确定参数质量及转动惯量影响下，所设计自适应控制器实现了期望的高度及速度指令跟踪效果，表明所设计控制器的有效性及鲁棒性。

5 结论

对高超声速飞行器，考虑其纵向动态模型，在复杂耦

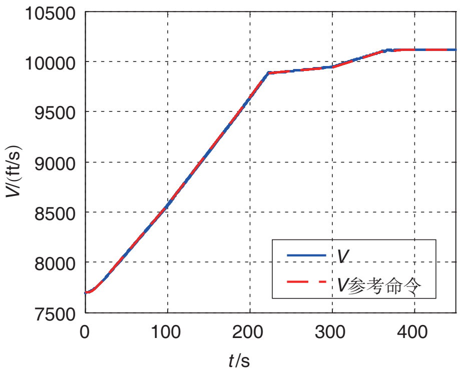

图2 飞行器速度跟踪性能

Fig.2 The velocity tracking performance

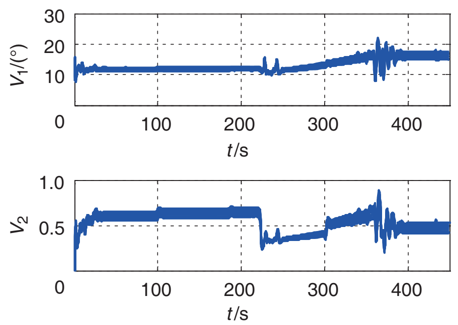

图3 飞行器控制输入

Fig.3 Control inputs of the vehicle

合，不确定参数的影响下，本文考虑其参考命令跟踪控制问题。为降低问题复杂性，对高超声速飞行器纵向模型进行反馈线性化。考虑燃料消耗导致的模型不确定参数，分析此线性化模型，并基于分析结果设计了自适应控制器，同时在控制律设计过程中注意避免执行器震颤现象。基于Lyapunov函数的稳定性分析结果表明，所设计控制器能保证跟踪误差全局一致最终有界。基于高超声速飞行器的非线性模型进行数值仿真，结果表明所设计控制器具有良好的参考轨迹跟踪控制性能，实现了期望的鲁棒性。

参考文献

[1] 王鹏飞, 王洁, 时建明, 等. 吸气式高超声速飞行器控制研究综述[J]. 航空兵器, 2015(3): 3-7.
Wang Pengfei, Wang Jie, Shi Jianming, et al. Research progress on control system of air-breathing hypersonic flight vehicles[J]. Aero Weaponry, 2015(3): 3-7. (in Chinese)

[2] 卜伟祥. 高超声速飞行器控制研究进展[J]. 航空兵器, 2018(1): 47-61.
Pu Weixiang. Progress on flight control of hypersonic flight vehicles[J]. Aero Weaponry, 2018(1): 47-61. (in Chinese)

[3] Shtessel Y, McDuffie J, Jackson M, et al. Sliding mode control of the X-33 vehicle in launch and re-entry modes[C]// AIAA Guidance, Navigation and Control Conference, 1998.

[4] Recasens J J, Chu Q P, Mulder J A. Robust model predictive control of a feedback linearized system for a lifting-body re-entry vehicle[C]// AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit, 2005.

[5] Shaughnessy J D, Pinckney S Z, Mcminn J D, et al. Hypersonic vehicle simulation model, winged-cone configuration[R]. Technical Report 102610, NASA Langley Research Center, 1990.

[6] Parker J T, Serrani A, Yurkovich S, et al. Control-oriented modeling of an air-breathing hypersonic vehicle[J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2007(3): 856-869.

[7] Wang Q, Stengel R F. Robust nonlinear control of a hypersonic aircraft[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2000(5): 577-585.

[8] Mirmirani M D, Wu C, Clark A, et al. Modeling for control of a generic airbreathing hypersonic vehicle[C]// AIAA Guidance, Navigation and Control Conference, 2005.

[9] Clark A, Wu C, Mirmirani M D, et al. Development of an airframe-propulsion integrated generic hypersonic vehicle model[C]// The 44th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, 2006.

[10] Bolender M A, Doman D B. Nonlinear longitudinal dynamical model of an air-breathing hypersonic vehicle[J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2007(4): 374-387.

[11] Williams T, Bolender M A, Doman D B, et al. An aerothermal flexible mode analysis of a hypersonic vehicle[C]// AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference and Exhibit, 2006.

[12] Fiorentini L, Serrani A, Bolender M A, et al. Nonlinear robust adaptive control of flexible air-breathing hypersonic vehicles[J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2009(2): 401-416.

[13] Sigthorsson D O, Jankovsky P, Serrani A, et al. Robust linear output feedback control of an airbreathing hypersonic vehicle[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2008(4): 1052-1066.

[14] Li H, Cheng Y, Si Y, et al. Reference tracking control for

flexible air–breathing hypersonic vehicle with actuator delay and uncertainty[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2011(2): 141-145.
[15] Li H, Wu L, Si Y, et al. Multi–objective fault–tolerant output tracking control of a flexible air–breathing hypersonic vehicle [J]. Journal of Systems and Control Engineering, 2010(4): 647-667.
[16] Wilcox Z D, MacKunis W, Bhat S, et al. Lyapunov–based exponential tracking control of a hypersonic aircraft with aerothermoelastic effects[J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2010(4): 1213-1224.
[17] Li H, Si Y, Wu L, et al. Guaranteed cost control with poles assignment for a flexible air–breathing hypersonic vehicle[J]. International Journal of Systems Science, 2011(4): 863-876.
[18] Hu X, Wu L, Hu C, et al. Fuzzy guaranteed cost tracking control for a flexible air–breathing hypersonic vehicle[J]. IET Control Theory and Applications, 2012(6): 1238-1249.
[19] Li H, Wu L, Gao H, et al. Reference output tracking control for a flexible air–breathing hypersonic vehicle via output feedback [J]. Optimal Control Applications and Methods, 2012(3): 461-487.
[20] Petersen I R, Rehman O U. Feedback linearization and guaranteed cost control of uncertain nonlinear systems and its application to an air–breathing hypersonic flight vehicle[C]// The 2011 Asian Control Conference, 2011: 688-693.
[21] Fan L L, Song Y D. Neuro–adaptive model–reference fault–tolerant control with application to wind turbines[J]. IET Control Theory and Applications, 2012(4)：475-486.

（责任编辑　王昕）

作者简介

高刚（1986– ）男，博士，工程师。主要研究方向：飞行器制导控制。
Tel: 13673906055　　E–mail: kong.ko@foxmail.com

Robust Control for an Air-breathing Hypersonic Vehicle Against Fuel Consumption

Gao Gang*, Zhang Jinpeng, Li Qunsheng
Air Missile Research Institute, Luoyang 471009, China

Abstract: This paper focuses on adaptive controller design for the longitudinal model of an air-breathing hypersonic vehicle (AHV) subject to fuel consumption. The feedback linearization method is firstly employed for a modified AHV model, and dynamic effect caused by fuel consumption on the linearized model is analyzed. Based on these analyses in order to avoid the actuator chattering phenomenon, using model reference control method, an adaptive controller is designed using the Lyapunov method, and stability analysis suggests that reference command tracking error of the AHV under parameter uncertainties due to fuel consumption globally, uniformly and ultimately. Finally, simulations demonstrate that the adaptive controller achieves desired tracking performance and good robustness under fuel consumption of the vehicle.

Key Words: hypersonic vehicle; fuel consumption; adaptive control; feedback linearization; stability analysis

Received: 2019-07-26；　**Revised:** 2019-08-20；　**Accepted:** 2019-11-20
Foundation item: Aeronautical Science Foundation of China(20160112002,2016ZA12002)
*Corresponding author.Tel.: 13673906055　**E-mail:** kong.ko@foxmail.com