随机子空间颤振模态参数自动辨识 方法研究



刘立坤*,闫轲

中国飞行试验研究院飞机所,陕西西安 710072

摘 要:颤振模态参数辨识是飞机颤振飞行试验中的一个重要环节。为实现颤振飞行试验过程中飞机结构的实时和准实时 在线分析,提高随机子空间模态参数辨识自动化程度,针对飞机颤振飞行试验激励力不足、测量点有限、常存在谐波分量的特 点,在随机子空间法的基础上结合扩展模态置信度准则和扩展峰度系数检查法,通过不同模态间频率、阻尼比和振型定义的距 离聚类方式,提出了一种适用于颤振飞行试验的模态参数自动辨识方法。最后结合仿真数据和飞行试验实测数据验证了该方 法的有效性。

关键词:颤振,飞行试验,模态参数,随机子空间法

中图分类号: V217

文献标识码: A

颤振飞行试验是新型或结构重大改型的飞机都必须要 经过的试验项目之一,其主要目的是确定飞机在设计包线 范围内没有颤振现象的发生并具有足够的颤振裕度。该项 试验高风险、高耗费和周期长的特点对信号分析提出了实 时、准确的要求。由于颤振飞行试验存在激励力不足、测量 点有限、试验环境复杂等特点,通过颤振飞行试验测量得到 的试验数据往往具有信噪比低、模态密集、常夹杂谐波分量 等特点^[1]。工程人员常需要结合地面共振试验结果和个人 主观经验剔除虚假模态,筛选出置信度较高、表示物理系统 特性的模态参数辨识结果^[2]。此外,目前国内颤振飞行试验 模态参数辨识仍然以频域方法为主,模态参数辨识精度受 限于频谱估计的准确程度。这些因素都会增加模态参数准 确、快速辨识的难度,不利于颤振飞行试验过程中实时和准 实时分析。

随机子空间方法(SSI)是近年来发展起来的一种运行模态时域分析方法。与传统频域方法相比,该方法直接利用时域数据进行分析,不受频谱估计频率分辨率的影响,能够准确识别系统的模态参数。但基于SSI方法的模态参数识别需要人为地对稳态图进行分析,存在人工分析工作量大、效

DOI: 10.19452/j.issn1007-5453.2020.03.006

率低,不能满足颤振飞行试验实时和准实时分析的需求,因 此有必要针对颤振飞行试验研究高效准确的模态参数自动 辨识方法。近20年来,人们开始逐渐开始关注模态参数自 动识别方法的研究。Magalhaes等将分层聚类技术应用到模 态参数自动识别方法中^[3];姜金辉等提出了正交多项式和多 参考点最小二乘复频域识别方法结合 FCM (Fuzzy-C)聚类 技术的稳态图自动分析方法[4];汤宝平等提出了基于谱系聚 类的SSI自动识别方法[5];最近,郑沛娟等采用图论聚类方法 对桥梁结构进行了监测,提出了基于图论聚类方法的模态参 数自动辨识方法[6];宋明亮等对模态参数自动识别方法进行 了回顾,并在文章最后以SSI模糊聚类方法和频域分解方法 结合模态置信准则(MAC)对一钢筋混凝土建筑成功进行了 分析[7]。上述方法均能够进行模态参数自动识别,在土木工 程等领域有一定的应用。但是基于聚类方法的模态参数自 动识别仍存在一定问题,如kmeans聚类需要事先给定聚类 数目^[8],dbscan等密度聚类方法需要给定聚类领域半径^[9],分 层聚类需要设定分层树截断规则,非分层的模糊聚类则需要 预先设定聚类数目和聚类中心等[10],这些因素都给模态参数 自动识别带来了一定的困难。

收稿日期: 2019-06-11;退修日期: 2020-01-14;录用日期: 2020-01-30

*通信作者. Tel.: 18591937802 E-mail: 18591937802@163.com

引用格式:Liu Likun, Yan Ke.Research on automated stochastic subspace flutter modal identification method [J].Aeronautical Science & Technology,2020,31(03):53-58.刘立坤,闫轲.随机子空间颤振模态参数自动辨识方法研究[J].航空科学技术,2020,31(03):53-58.

本文以随机子空间法为基础,针对颤振飞行试验模态 分析测量点少、常存在谐波分量的特点,结合扩展模态置信 度准则、扩展峰度系数法,提出了一种模态参数自动辨识方 法。分别以四自由度弹簧质量系统仿真算例和颤振飞行试 验实测数据进行了验证。

1 随机子空间方法简介

假设大气湍激励条件下的n自由度飞机结构时域状态 空间模型为:

$$\begin{cases} x_{k+1} = Ax_k + w_k \\ y_k = Cx_k + v_k \end{cases}$$
(1)

式中: $y_k \in R^{n\times 1}$ 为第一个测量点k时刻采集的响应信号; $x_k \in R^{n\times 1}$ 为系统的状态矢量,n为系统阶次; $A \in R^{n\times n}$ 为状态矩阵; $c \in R^{l\times n}$ 为输出矩阵; $w_k \in R^{n\times 1}$ 为过程噪声; $v_k \in R^{l\times 1}$ 为测量噪声。

定义输出协方差矩阵 $\mathbf{R}_i = E[y_{k+i} \cdot y_k^T]$,其中E表示数 学期望。

构造Toeplitz矩阵如下:

$$\boldsymbol{T}_{1|i} = \boldsymbol{Y}_{f} \boldsymbol{Y}_{p}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} R_{i} & R_{i-1} & \cdots & R_{1} \\ R_{i+1} & R_{i} & & R_{2} \\ \vdots & & \vdots \\ R_{2|i-1} & R_{2|i-2} & \cdots & R_{i} \end{bmatrix}$$
(2)

将式(2)中Toeplitz矩阵分解得 $T_{1i} = O_i T_i$,其中 O_i 为可 观测矩阵, $T_i \in R^{n \times i}$ 为扩展可控矩阵。对可观测矩阵 O_i 进 行奇异值分解得:

$$\boldsymbol{O}_{i} = \begin{bmatrix} U_{1} & U_{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{1} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{1}^{\mathrm{T}} \\ V_{2}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}$$
(3)

随机子空间方法根据不为零的奇异值个数确定系统阶次,再根据U₁、S₁计算出系统矩阵、输出矩阵,最终得出系统的模态参数。

2 虚假模态剔除指标

针对颤振飞行试验测量点少、响应信号信噪比低、常夹 杂谐波分量等特点,虚假模态剔除指标除传统稳态图中各 阶次模态频率误差 $\Delta f < 1\%$ 、阻尼误差 $\Delta \xi < 1\%$ 、模态置信 准则误差 $\Delta MAC < 1\%$ 等硬判据外,还增加了扩展模态置信 度准则和扩展峰度系数检测法。

2.1 扩展模态置信度准则

扩展模态置信度准则(MACXP)最早由 P.Vacher 等于 2010年提出^[11],其将传统模态置信准则扩展至复模态领域, 并通过加权方式考虑了极点的影响。MACXP主要用于比 较两个模态振型*u*₁,*u*₂之间的相关性,其定义如下: $MACXP(u_1, u_2) =$

$$\frac{\left(\frac{\left|u_{1}^{*}u_{2}\right|}{\left|\bar{\lambda}_{1}+\lambda_{2}\right|}+\frac{\left|u_{1}^{T}u_{2}\right|}{\left|\lambda_{1}+\lambda_{2}\right|}\right)^{2}}{\left(\frac{u_{1}^{*}u_{1}}{2\left|\operatorname{Re}\lambda_{1}\right|}+\frac{\left|u_{1}^{T}u_{1}\right|}{2\left|\lambda_{1}\right|}\right)\left(\frac{u_{2}^{*}u_{2}}{2\left|\operatorname{Re}\lambda_{2}\right|}+\frac{\left|u_{2}^{T}u_{2}\right|}{2\left|\lambda_{2}\right|}\right)}$$
(4)

式中: λ_1 、 λ_2 为对应于振型 u_1 、 u_2 的极点, MACXP \in [0,1], MACXP越接近1表明两个模态相关性越高。

2.2 扩展峰度系数检查法

扩展峰度系数法结合随机变量峰度系数的概念,主要 用于检测信号中由旋转部件(如飞机螺旋桨发动机)引起的 谐波分量。随机变量的峰度系数提供了一种表示概率密度 曲线的平缓程度的方法。峰度系数定义为随机变量经均方 差标准化后的四阶中心矩:

$$\gamma(x|\mu,\sigma) = E\left[\left(x-\mu\right)^4\right]/\sigma^4 \tag{5}$$

式中:μ为x的平均值;E为期望值。Jacobsen等指出单纯结构 模态响应的概率密度函数服从正态分布,其峰度系数γ<3, 而谐波分量的峰度系数γ≥3^[12]。扩展峰度系数法以此为依 据,对飞行颤振试验响应数据中的谐波分量进行剔除。

3 基于SSI的颤振模态参数自动辨识方法

基于 SSI 的颤振模态参数自动辨识方法,首先采用随机子 空间方法识别飞机结构模态参数,利用硬判据指标得出初步 稳态图。然后,分别根据扩展模态置信度准则和扩展峰度系 数法进一步剔除虚假模态,去除谐波分量的影响。图1为模态 参数自动辨识流程。

然后,将剩余计算结果按照频率进行排序,定义模态*i,j* 之间的距离为:

$$d_{ij} = \frac{\left|f_i - f_j\right|}{\max\left(f_i, f_j\right)} + \frac{\left|\xi_i - \xi_j\right|}{\max\left(\xi_i, \xi_j\right)} + \left(1 - \operatorname{MAC}\left(\phi_i, \phi_j\right)\right)$$
(6)

式中:f为模态频率,ξ为模态阻尼比,φ为模态振型。

按照距离稳定曲线拐点对剩余结果进行聚类,如图2 所示,图中黑色方块为聚类节点的序号,并以 $\Delta f < 1\%$, $\Delta \xi < 1\%$, $\Delta MAC < 1\%$ 进一步剔除聚类结果中的异常点并 去除聚类数目小于5次的结果。

4 实例验证

4.1 仿真试验验证

假设一四自由度弹簧质量系统,其结构如图3所示,4



图1 模态参数自动辨识流程







个质量块质量均为10kg,弹簧刚度均为10000N/m,阻尼系数均为10N/ms。在Matlab中采用零均值高斯白噪声对该结构进行激励,设置采样率为50Hz,仿真时间300s,随机子空间辨识阶次为100阶。向响应信号中加入式(7)所示的谐波分量:

$$y_{\rm h} = 15 \sin\left(2\pi f_{\rm h} t + \pi/4\right)$$
 (7)

式中: $f_h = 20$ Hz为谐波分量对应的频率。

图 4~图 6 分别给出了经过 MACXP 指标的初步稳态 图、距离稳定曲线和经过距离聚类后的稳态图。图中, SV 为奇异值。表1给出了模态参数自动辨识结果和真实频率 阻尼的比较。

结果表明,MACXP判据由于结合了极点信息,运用该 判据所得稳态图较为清晰,能够有效去除虚假模态。结合



图3 四自由度弹簧质量系统

Fig.3 Four degrees of freedom spring-mass system



图4 经过硬判据MACXP筛选过的稳态图

Fig.4 Stable diagram filtered by hard criteria MACXP



图5 模态间距离稳定曲线

Fig.5 Modal distance stability curve

表1 模态参数自动辨识结果

Table 1 Automatic identification results of modal parameters

标准频率/Hz	辨识频率/Hz	标准阻尼/%	辨识阻尼/%
1.75	1.75	0.55	0.54
5.03	5.03	1.58	1.47
7.71	7.71	2.42	2.32
9.46	9.43	2.97	2.81





扩展峰度系数法去除了谐波分量的影响。按照距离稳定曲 线进行聚类,进一步剔除了异常点,聚类后的频率和阻尼参 数曲线较为稳定,得出的模态参数辨识结果与真实值一致 性较好。

4.2 飞行颤振试验验证

某运输类飞机颤振飞行试验,在一高度保持稳定平飞 60s,利用大气湍流激励对飞机结构进行激励,使用振动加 速度传感器测量机翼、发动机、机身、尾翼等结构振动响应, 测试采样率为512Hz,设置抗混叠低通滤波器截止频率为 120Hz。表2给出了该飞机地面共振试验主要模态结果。 根据设计厂家给出的相关资料,该飞机螺旋桨发动机一阶 谐波分量约为36Hz。

表2 某运输类飞机地面共振试验结果 Table 2 Ground resonance test results of a transport

模态名称	模态频率/Hz	
机翼对称一弯	3.28	
机翼反对称一弯	5.24	
外发对称俯仰	7.66	
内发对称俯仰	10.78	

选取机翼结构所安装的4个法向加速度传感器,分别 使用人工频域分解法和基于密度聚类的SSI自动辨识方法 对大气湍流激励所得响应数据进行分析。图7为仅通过硬 判据得出的稳态图。图8为模态间距离稳定曲线。图9给 出了结合扩展峰度系数法后聚类稳态图。结果表明,扩展 峰度系数法能够有效去除螺旋桨发动机引起的36Hz谐波 分量,经过距离聚类后所得稳态图较为清晰,有利于工程人 员对物理模态进行选取。表3给出了人工频域空间域分解 法(FSDD)和SSI模态参数自动辨识方法的结果对比,两种 方法所得结果均能满足工程试验需求。两种方法模态参数 辨识差异的主要原因是人工FSDD方法辨识精度受谱线估 计准确程度、曲线拟合精度等人为因素的影响。



图7 硬判据MACXP筛选后的稳态图

Fig.7 Stable diagram filtered by hard criteria MACXP



图8 模态间距离稳定曲线

Fig.8 Modal distance stability curve

表3 模态参数辨识结果



人工FSDD	AutoSSI	人工FSDD	AutoSSI
频率/Hz	频率/Hz	阻尼/%	阻尼/%
3.38	3.34	7.86	7.20
5.56	5.54	4.58	4.91
6.92	6.86	2.41	2.69
11.02	11.14	4.16	5.97

5 结论

通过分析,可以得出以下结论:

(1)以随机子空间方法为基础,结合扩展模态置信度准



图 9 去除谐波分量的稳态图 Fig.9 Stable diagram after removing harmonic components

则和扩展峰度系数法,提出了一种以距离曲线聚类的模态 参数自动辨识方法。

(2)仿真试验和颤振飞行试验结果表明,该方法能够自动识别模态参数,MACXP准则所得稳态图较为清晰,扩展 峰度系数法能够有效去除谐波分量的影响。与传统人工模态参数方法相比,其所得模态一致性较好,可用于飞行颤振 试验过程中的实时和准实时分析。

参考文献

[1] 唐炜.飞机颤振模态参数识别方法研究[D].西安:西北工业 大学,2006.

Tang Wei. Research on aircraft flutter modal parameter identification[D]. Xi'an:Northwestern Polytechnical University, 2006.(in Chinese)

 [2] 张庚庚,蒲利东,郭润江.最小二乘复频域法在颤振试飞数据 处理中的应用[J].航空科学技术,2016,27(12):62-66.
 Zhang Genggeng, Pu Lidong, Guo Runjiang. Application of

least square complex frequency domain algorithm in data processing of flutter flight test [J]. Aeronautical Science & Technology,2016,27(12):62-66.(in Chinese)

- [3] Magalhães F, Cunha Á, Caetano E. Online automatic identification of the modal parameters of a long span arch bridge[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2008, 23(2):316-329.
- [4] 姜金辉,陈国平,张方,等.模糊聚类法在试验模态参数识别 分析中的应用[J].南京航空航天大学学报,2009,41(03): 344-347.

Jiang Jinhui, Chen Guoping, Zhang Fang, et al. Application of

fuzzy clustering theory in experimental mdoal parameter identification analysis [J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2009, 41(03):344-347(in Chinese)

- [5] 汤宝平,章国稳,陈卓.基于谱系聚类的随机子空间模态参数 自动识别[J].振动与冲击,2012,31(10):92-96.
 Tang Baoping, Zhang Guowen, Chen Zhuo. Automatic stochastic subspace identification of modal parameters based on hierarchical clustering method[J]. Journal of Vibration and Shock, 2012,31(10):92-96. (in Chinese)
- [6] 郑沛娟,林迪南,宗周红,等.基于图论聚类的随机子空间模态参数自动识别[J].东南大学学报(自然科学版),2017,47 (04):710-716.

Zheng Peijuan, Lin Dinan, Zong Zhouhong, et al. Automatic stochastic subspace identification of modal parameters based on graph clustering[J]. Journal of Southeast University(Natural Science Edition), 2017,47(04):710-716. (in Chinese)

- [7] 宋明亮, 苏亮, 董石麟, 等. 模态参数自动识别的虚假模态剔除方法综述[J]. 振动与冲击, 2017,36(13):1-10.
 Song Mingliang, Su Liang, Dong Shilin, et al. Summary of methods eliminating spurious modes in automatic modal parametric identification[J]. Journal of Vibration and Shock, 2017,36(13):1-10. (in Chinese)
- [8] Reynders E, Houbrechts J, De Roeck G. Automated interpretation of stabilization diagrams [M]//Springer, 2011: 189-201.
- [9] 荣秋生, 颜君彪, 郭国强. 基于 DBSCAN 聚类算法的研究与 实现[J]. 计算机应用, 2004(04):45-46.
 Rong Qiusheng, Yan Junbiao, Guo Guoqiang. Research and implementation of clustering algorithm based on DBSCAN[J].
 Computer Applications, 2004(04):45-46. (in Chinese)
- [10] 贺玲, 吴玲达, 蔡益朝. 数据挖掘中的聚类算法综述[J]. 计算机应用研究, 2007(01):10-13.
 He Ling, Wu Lingda, Cai Yichao. Survey of clustering algorithms

in data mining[J]. Application Research of Computers, 2007(01): 10-13. (in Chinese)

- [11] Vacher P, Jacquier B, Bucharles A. Extensions of the MAC criterion to complex modes [C]// Proceedings of ISMA 2010 -International Conference on Noise and Vibration Engineering, 2010.
- [12] Jacobsen N, Andersen P, Brincker R. Eliminating the

influence of harmonic components in operational modal	振飞行试验技术。	
analysis $[C]\!/\!/$ Proceedings of The 25th International Modal	Tel: 18591937802	
Analysis Conference (IMAC), Orlando, Florida, 2007.	E-mail: 18591937802@163.com	
(责任编辑 皮卫东)	闫轲(1993-)男,学士,助理工程师。主要研究方向:飞机	
	颤振飞行试验技术。	
作者简介	Tel: 13619172239	
刘立坤(1991-)男,硕士,工程师。主要研究方向:飞机颤	E-mail: 13619172239@163.com	

Research on Automated Stochastic Subspace Flutter Modal Identification Method

Liu Likun*, Yan Ke

Aircraft Flight Test Technology Institute, Xi' an 710089, China

Abstract: Flutter modal parameter identification is an important part of aircraft flutter flight test. In order to realize the real-time and quasi-real-time online analysis of the aircraft structure during the flutter flight test and improve the automation degree of modal parameter identification in stochastic subspace method, an automatic identification method for modal parameters suitable for flutter flight test based on the stochastic subspace with extended modal confidence criterion and extended kurtosis coefficient checking method is proposed. Finally, the effectiveness of the proposed method is verified by the simulation data and flight test data.

Key Words: flutter; flight test; modal parameters; stochastic subspace identification method