

精密微小组件球面碟簧等效解析模型构建方法



张培源¹, 孙斌², 刘海斌², 朱林波^{3,*}

1. 西安交通大学 现代设计及转子轴承系统教育部重点实验室, 陕西 西安 710049

2. 航空工业西安飞行自动控制研究所, 陕西 西安 710077

3. 西安交通大学 化学工程与技术学院, 陕西 西安 710049

摘要: 球面碟簧是精密微小组件的核心部件,其位移特性直接决定了组件系统的可靠性和稳定性。为了快速准确预测球面碟簧位移特性,提出了基于大挠度薄板弯曲理论的碟形弹簧力学建模方法,开发了精密微小组件球面碟簧的等效模型,该模型包含一个取值区间在 $[0,1]$ 范围内的等效因数;构建了球面碟簧三维有限元模型,讨论了球面碟簧等效模型关键等效因数的选取与确定方法。研究表明,球面碟簧小径和球面半径对最优等效因数影响不大,而球面碟簧厚度与高度影响显著;球面碟簧厚度越厚,高度越高,则等效模型与有限元计算误差整体越大,且位移特性曲线稳定区段逐渐变窄。以此为基础,将最优等效因数看作包含球面碟簧厚度和高度尺寸信息的无量纲函数,通过多项式拟合得到最优等效因数无量纲表达式,提高了精密微小组件球面碟簧等效模型预测精度。

关键词: 球面碟簧; 薄壳力学; 等效模型; 大挠度; 位移特性

中图分类号: TH135+2

文献标识码: A

DOI: 10.19452/j.issn1007-5453.2020.04.012

机械摆式加速度计是惯性导航系统的敏感器件,已被广泛应用于航空、航天、航海等领域,其性能直接决定了惯性导航和制导系统精度^[1-5]。球面碟簧是机械摆式加速度计微小锁紧机构的核心部件,其位移特性决定着锁紧机构连接载荷的水平和稳定性,从而影响加速度计摆组件的安装状态和零偏误差。

目前,国内外关于碟簧载荷—变形特性研究均以标准碟簧为研究对象,主要有三种方法:A-L近似解法、基于弹性板壳理论的解析方法和有限单元法。A-L近似解法由美国学者J.O. Almen和A. Laszio提出^[6],该理论简单,且计算方便,在工程中被广泛使用,国标中针对标准碟簧给出的载荷—变形特性和应力分量计算方法便基于此方法,但该方法存在一定的假设条件,仅适用于高厚比 $h/t \leq 1.18$ 和内外径比 $D/d \leq 2$ 的低锥度碟簧。为了扩大该理论的适用范围,在A-L解法基础上,有学者假设碟簧截面绕某一中心转动,考虑了切应力和径向应力的联系,得到了更准确的计算方法^[7]。

众多学者尝试采用板壳理论直接求解碟簧刚度特性。Huebner^[8]采用一般轴对称圆锥壳体理论分析了碟簧变形和应力特性,获得了碟形弹簧设计准则。国内易先忠基于厚板弯曲变形理论建立了较高精度的碟簧载荷—变形数学模型^[9],后续通过考虑实际结构特征和工作特点,进一步提出运用板壳理论中具有初始曲率大挠度的薄板弯曲模型,建立了更为简化的解析模型^[10]。

近年来,有限元技术被广泛应用于碟簧特性分析之中。Dubey等^[11]利用有限元方法对碟簧应力应变进行分析,并与理论计算结果进行对比。武锐等^[12]建立了组合碟簧有限元模型,并通过试验测试数据进行修正,分析了不同碟簧组合形式下的静刚度特性。苏军等^[13]建立了碟簧二维和三维有限元模型,改进了碟簧加载方法,获得了不同类型碟簧的非线性变形特性曲线。

然而,对于球面碟簧而言,一方面其受载过程中,扇环状剖面绕某一中心点转动的假设不成立,A-L近似解法无

收稿日期:2019-11-08; 退修日期:2020-02-18; 录用日期:2020-03-13

基金项目: 航空科学基金(20170870005), 中国博士后科学基金(2018M631144, 2019T120897)

*通信作者: Tel.: 029-83395038 E-mail: linbozhu@mail.xjtu.edu.cn

引用格式: Zhang Peiyuan, Sun Bin, Liu Haibin, et al. Equivalent modeling approach of spherical disc springs for precision miniature components[J]. Aeronautical Science & Technology, 2020, 31(04): 74-80. 张培源, 孙斌, 刘海斌, 等. 精密微小组件球面碟簧等效解析模型构建方法[J]. 航空科学技术, 2020, 31(04): 74-80.

法直接使用;另一方面,球面碟簧具有几何和材料非线性特点,使得基于板壳理论建立解析模型变得尤为复杂;另外,有限元方法往往针对具体对象和个案,缺乏通用性,无法在工程实际中大规模使用。因此,针对上述问题,本文提出基于大挠度薄板弯曲理论的碟形弹簧力学建模方法,以此为基础,开发精密微小组件球面碟簧的等效模型,并利用有限元技术研究球面碟簧等效模型关键等效因数的选取与确定方法,找到影响等效因数的关键尺寸因素,并通过多项式拟合得到最优等效因数无量纲表达式,据此提高精密微小组件球面碟簧等效模型的预测精度。

1 基于大挠度薄板弯曲理论的碟形弹簧力学建模方法

通过分析碟形弹簧在工作过程中的受力状态,本文提出以下假设条件^[6,10,14]:(1)碟簧的矩形横截面在承受载荷时不变形,只是绕中点转动,即忽略径向应力的影响;(2)碟簧外加载荷和支撑面反作用力沿内、外圆周均匀分布;(3)材料为线弹性体,各向同性;(4)忽略摩擦影响;(5)碟簧经淬火、喷丸、强压处理产生的内应力不予考虑。

为了综合考虑工程碟形弹簧薄膜内力、弯曲内力和中面变形三者的组合效应,可采用大挠度薄板弯曲理论建立碟形弹簧的基本方程组。同时,考虑到碟形弹簧本身带有一定的原始锥度,将碟形弹簧简化为具有初始曲率的大挠度薄板弯曲模型,其中锥形碟簧示意图如图1所示。

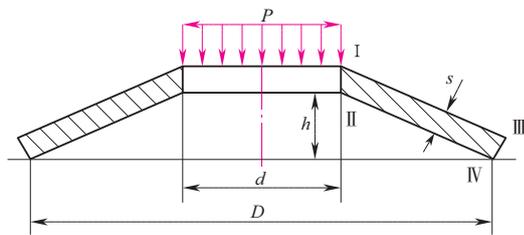


图1 碟形弹簧示意图

Fig.1 Schematic diagram of the conical disc spring

利用伽辽金方程,根据边界约束条件,可得碟形弹簧位移特性的解析解为^[15]:

$$P = P_h \times \frac{f}{h} \times \left[\left(\frac{h}{s} \right)^2 \times \left(1 - \frac{f}{h} \right) \times \left(1 - \frac{f}{2h} \right) \times \alpha + 1 \right] \quad (1)$$

其中: $P_h = \frac{2\pi E s^3 h}{3(1-\mu^2)D^2} \left[\frac{c}{c-1} \right]^2 \ln c$; $c = D/d$;

$$\alpha = \frac{6(1-\mu^2)}{(c-1)^2 \ln c} \left[\frac{1}{4}(c^2-1) - \frac{c^2}{c^2-1} (\ln c) \right]$$

式中: f 为碟形弹簧内圆周中面上的位移。

由弹性力学理论可知,碟形弹簧的最大内应力分布在其内、外缘的圆周上,即图1中I、II、III和IV的4点,且有如下的应力分量表达式:

$$\sigma_I = -\sigma_h \frac{f}{s} \left[\frac{h}{s} \left(1 - \frac{f}{2h} \right) \beta + 1 \right] \quad (2)$$

$$\sigma_{II} = -\sigma_h \frac{f}{s} \left[\frac{h}{s} \left(1 - \frac{f}{2h} \right) \beta - 1 \right] \quad (3)$$

$$\sigma_{III} = \sigma_h \frac{1}{c} \frac{f}{s} \left[\frac{h}{s} \left(1 - \frac{h}{2h} \right) \gamma + 1 \right] \quad (4)$$

$$\sigma_{IV} = \sigma_h \frac{1}{c} \frac{f}{s} \left[\frac{h}{s} \left(1 - \frac{h}{2h} \right) \gamma - 1 \right] \quad (5)$$

其中: $\sigma_h = \frac{2Es^2}{(1-\mu^2)D^2} \cdot \frac{c^2}{c-1}$;

$$\beta = (1-\mu^2) \frac{1}{c-1} \left[\frac{2c}{c^2-1} \ln c - 1 \right];$$

$$\gamma = (1-\mu^2) \frac{c}{c-1} \left[1 - \frac{2}{c^2-1} \ln c \right]$$

由式(2)和式(4)可知, σ_I 始终是负值,即为压应力; σ_{III} 始终是正值,即为拉应力。且不难证明,对于任意的直径比 c ,总有 $|\sigma_I| > |\sigma_{III}|$,即最大切向应力总是出现在碟形弹簧内缘圆周的上表面(I点)。

2 球面碟簧等效建模方法

目前,基于大挠度薄板弯曲理论的碟形弹簧力学建模方法已被广泛应用于锥形碟簧的位移与刚度特性的分析之中。然而,该理论尚且存在一定的局限性,无法直接应用于描述精密微小组件球面碟簧的位移与刚度特性。

图2为某型号机械摆式加速度计中使用的球面碟簧截面尺寸示意图,其中球面碟簧的厚度 $T=0.1\text{mm}$,中曲面曲率半径 $S_R=7\text{mm}$,则 $T/S_R=1/70$ 。图3为其截面简化图,图4为其截面尺寸关系简化图。

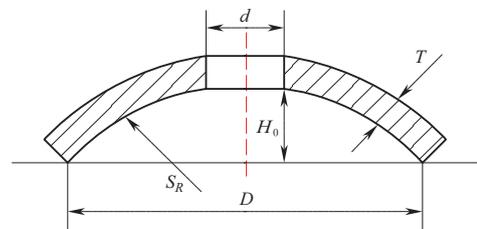


图2 球面碟簧截面示意图

Fig.2 Schematic diagram of spherical disc spring cross-section

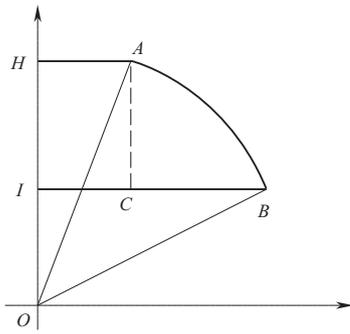


图3 球面碟簧截面简化图

Fig.3 Simplified diagram of spherical disc spring cross-section

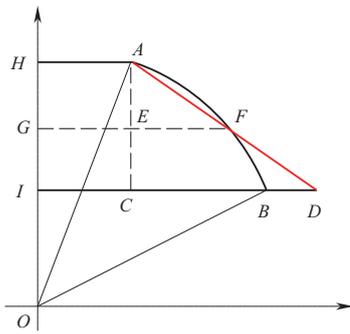


图4 基于薄板大变形的等效结构简化示意图

Fig.4 Simplified schematic diagram of the equivalent structure based on large deformation of thin plates

由板壳理论可知^[15-16],当 T/S_R 的最大值远远小于1,且可忽略时,定义该结构属于薄壳,反之则为中厚壳或厚壳。而在工程计算中,一般认为 $T/S_R < 1/20$ 时,该类板壳结构属于薄壳。由此可见,精密微小组件球面碟簧属于薄壳理论的范畴,与锥形碟簧求解理论类似。

同时,由图1和图2可见,在几何结构方面,球面碟簧的横截面与锥形碟簧近似相等,虽然球面碟簧横截面呈现圆形,但其弧长值接近薄板长度;在力学特性方面,球面碟簧在轴向载荷变形过程中,也存在薄膜内力、弯曲内力和中面变形三者的组合效应;同时,利用微积分原理发现,当沿着碟簧高度进行微分时,在碟簧高度足够小情况下,球面碟簧与锥形碟簧受力分析结果基本一致。因此,对于精密微小组件而言,球面碟簧与锥形碟簧在几何和力学层面存在高度的相似性,这就为基于准确的锥形碟簧解析模型建立等效的球面碟簧力学模型提供了可能性。

为了获得简单的球面碟簧等效力学模型,本文假设任意一种球面碟簧在力学特性层面上均存在与之等效的某一锥形碟簧结构,且内径与高度相一致,具体如图4所示。由图可知,母线为 AB 弧线的球面碟簧等效为母线为 AD 直线

的锥形碟簧,且相交于 F 点。

引入等效因数 λ ,可得交叉点几何尺寸有如下关系:

$$AE = \lambda AC = \lambda H_0 \quad (\lambda \in (0,1)) \quad (6)$$

且满足几何约束条件:

$$R_2^2 - R_1^2 + H_0^2 = 2H_0 \sqrt{S_R^2 - R_1^2} \quad (7)$$

式中: R_1 为碟簧小径半径,单位为mm,且 $R_1 = d/2$; R_2 为碟簧大径半径,单位为mm,且 $R_2 = D/2$ 。

由式(6)和式(7)可得,等效锥形碟簧的大径直径 D 可表达为:

$$D = \frac{2}{\lambda} \left[\sqrt{R_1^2 - \lambda^2 H_0^2} + 2\lambda H_0 \sqrt{S_R^2 - R_1^2} - R_1 \right] \quad (8)$$

将等效锥形碟簧的大径 D 带入式(1)~式(5),便可获得球面碟簧的位移和力学特性表达式。

可以看出,该表达式中包含一个取值区间在 $[0,1]$ 范围内的等效因数 λ 。此时,模型等效问题转化为在 $[0,1]$ 内寻找合适的 λ 值,从而实现加载力与位移关系的等效。

3 球面碟簧位移特性有限元仿真分析

为了反求球面碟簧等效因数的最优值,本文利用ANSYS构建了球面碟簧三维有限元模型,并将位移特性的仿真分析结果作为衡量等效模型准确性的目标。

本文选取某型号机械摆式加速度的球面碟簧作为研究对象,材料为铍青铜,具体几何尺寸与材料参数见表1。表1中, T 为厚度, d 为碟簧小径直径, D 为碟簧大径直径, H_0 为碟簧高度, S_R 为球面半径, E 为碟簧材料弹性模量, ν 为材料泊松比。

表1 球面碟簧几何尺寸与材料参数

Table 1 Geometry and material parameters of spherical discspring

项目	数值	
几何尺寸	T/mm	0.1
	d/mm	1.6
	D/mm	5
	H_0/mm	0.4
	S_R/mm	7
材料参数	E/GPa	1.201
	ν	0.3

图5为球面碟簧参数化有限元分析模型,网格单元采用SOLID186实体单元,球面碟簧大端底面施加 z 向(轴向)位移约束,小端上表面施加 $-z$ 向位移载荷,用于模拟球面碟簧承受的工作载荷,根据国标标准要求,碟簧轴向位移载荷一般小于其高度的70%。在有限元分析过程中,通过提取小端位移变化量和大端反力合力,构成球面碟簧的位移特性曲线。

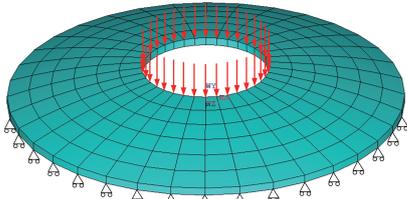


图5 球面碟簧参数化有限元分析模型

Fig.5 Parametric FE model of spherical disc spring

图6为球面碟簧最大载荷下变形云图,图7为球面碟簧位移特性变化曲线。由图6和图7可知,球面碟簧位移—力关系呈现明显的先增大后减小的非线性变化趋势,且在最高点存在一定的稳定区域。产生该非线性的现象主要为三方面原因:(1)球面碟簧结构的几何非线性;(2)碟簧与支承面的接触非线性;(3)碟簧受压时其支承位置会随载荷沿径向滑动,从而引起系统刚度的变化。本文将通过对比不同等效因数下等效模型计算的位移特性结果与有限元分析结果,并选择结果误差最小对应的等效因数为该型号球面碟簧的最优等效因数。

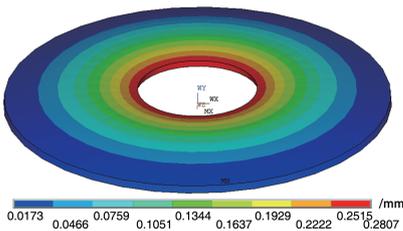


图6 球面碟簧最大载荷作用下变形云图

Fig.6 Deformation contour of spherical disc spring under maximum external loads

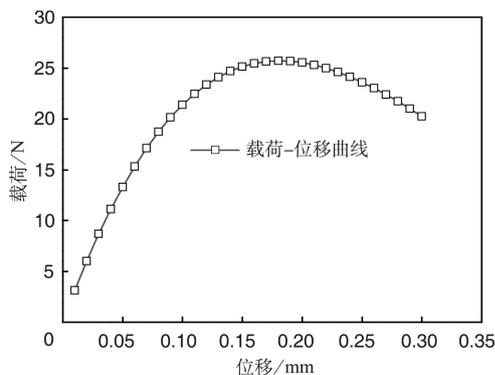


图7 球面碟簧位移特性变化曲线

Fig.7 Load curve with deformation of spherical disc spring

位移特性等效模型解算结果与仿真分析结果相对误差表达式如下:

$$\%ErrorP_i = \left| \frac{P_i - P_{FEM,i}}{P_{FEM,i}} \right| \times 100\% \quad (9)$$

式中: i 为球面碟簧位移加载次数, P_i 为第 i 次加载后等效模

型计算的轴向载荷结果, $P_{FEM,i}$ 为第 i 次加载后有限元提取的轴向载荷结果。

4 分析与讨论

4.1 等效因数选取与确定

在 $[0,1]$ 区间内对等效因数 λ 进行细化,区间均分为500份,并将生成的 λ 值带入式(8),计算出相应的等效锥形碟簧大径 D ,进而代入式(1),从而获得球面碟簧位移特性表达式,利用式(9)计算与有限元结果的相对误差,最终选择误差最小的等效因数为最优等效因数。对于本文所选型号的球面碟簧,几何尺寸及材料属性见表1,通过计算可得最优等效因数为0.6540,且最大相对误差为3.6%,对比分析曲线如图8所示。

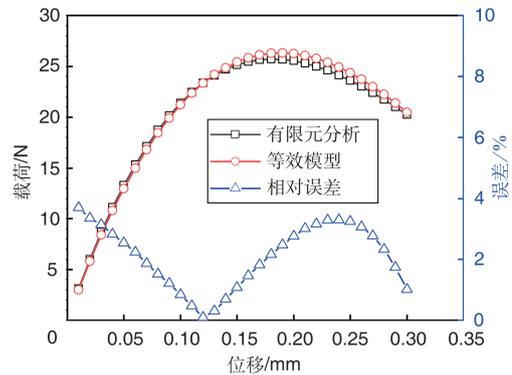


图8 等效解析与有限元分析结果

Fig.8 Comparison results between equivalent model and FE model

4.2 等效因数影响因素分析

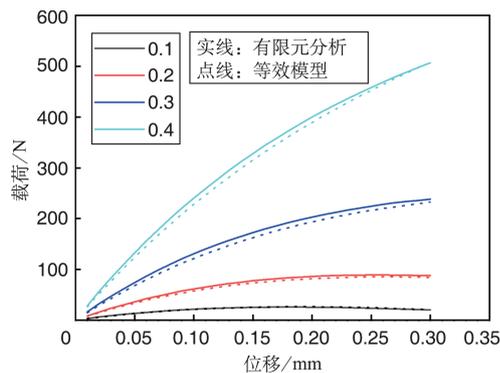
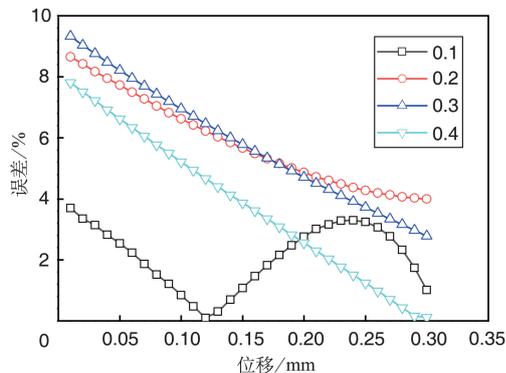
为了分析球面碟簧几何尺寸对最优等效因数的影响,本文在等效因数不变情况下,即 $\lambda=0.6540$,对不同几何尺寸组合下(碟簧小径直径 d 、球面半径 S_R 、厚度 T 和高度 H_0)球面碟簧等效模型预测的最大误差进行统计分析,见表2。可以看出,当球面碟簧小径变化时,等效模型计算最大误差小于5%;球面半径变化时,最大误差小于6%;然而,球面碟簧厚度变化时,等效模型计算最大误差接近10%;球面碟簧高度变化时,最大误差超过60%。由此可见,球面碟簧小径和球面半径对最优等效因数 λ 影响不大,而球面碟簧厚度与高度影响显著。因此,球面碟簧等效因数 λ 可看作与球面碟簧小径和球面半径无关,而与球面碟簧厚度和高度相关的无量纲数值。

图9和图10分别为不同厚度下球面碟簧的位移特性变化曲线和等效模型计算误差曲线。由图可见,厚度越厚,等效模型计算误差整体变大,且位移特性曲线稳定区段逐渐减弱;同时,随着厚度增大球面碟簧刚度明显变大,最大承载能力显著

表2 不同几何尺寸组合下等效模型最大相对误差

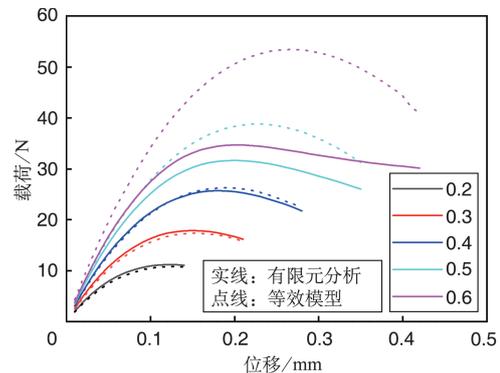
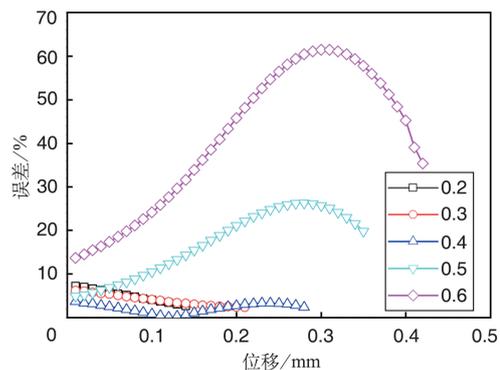
Table 2 Maximum relative error of equivalent model under different geometrical dimensions

编号	d/mm	S_r/mm	T/mm	H_0/mm	最大误差/%
1	1.2	7	0.1	0.4	3.6
2	2	7	0.1	0.4	3
3	2.6	7	0.1	0.4	3.7
4	3.2	7	0.1	0.4	4
5	1.2	5	0.1	0.4	6
6	1.2	10	0.1	0.4	5
7	1.2	14	0.1	0.4	6
8	1.2	7	0.2	0.4	8
9	1.2	7	0.3	0.4	9
10	1.2	7	0.4	0.4	7
11	1.2	7	0.1	0.2	7
12	1.2	7	0.1	0.3	6
13	1.2	7	0.1	0.5	26
14	1.2	7	0.1	0.6	61

图9 不同厚度下球面碟簧位移特性变化曲线
Fig.9 Displacement characteristics of spherical disc springs under different thicknesses图10 不同厚度下球面碟簧等效模型计算误差曲线
Fig.10 Calculation error of spherical disc spring equivalent model under different thicknesses

增强。图11和图12为不同高度下球面碟簧的位移特性曲线和等效模型计算误差曲线。由图可见,球面碟簧高度越高,等效

模型计算误差大幅增大,且位移特性曲线稳定区段也相应减弱;同时发现,随着高度增大,球面碟簧最大承载力也越大。

图11 不同高度下球面碟簧位移特性曲线
Fig.11 Displacement characteristics of spherical disc springs under different height图12 不同高度下球面碟簧等效模型计算误差曲线
Fig.12 Calculation error of spherical disc spring equivalent model under different height

4.3 等效因数表达式无量纲描述

由上述分析可知,最优等效因数 λ 可看作包含球面碟簧厚度和高度尺寸信息的无量纲函数。同时,通过分析锥形碟簧公式(11)发现,其位移特性与高度和厚度比(H_0/T)直接相关。因此,本文通过反求不同球面碟簧高厚比下的最优等效因数,试图找到两者之间的数学表达式。

本文设计了7组案例进行分析,分别为 $H_0/T=4.0、4.5、5.0、5.5、6.0、6.5$ 和 7.0 ,并反求得相应的最优等效因数 $\lambda=0.654、0.588、0.516、0.446、0.376、0.314$ 和 0.262 。图13为两者关系曲线,通过多项式拟合可得最优等效因数 λ 无量纲表达式如下:

$$\lambda = 0.0049 \left(\frac{H_0}{T}\right)^3 - 0.075 \left(\frac{H_0}{T}\right)^2 + 0.2391 \frac{H_0}{T} + 0.584 \quad (10)$$

其中,多项式回归方程与真实数据输出之间的相似程度 $R^2=0.9999$,说明拟合表达式可信度高。

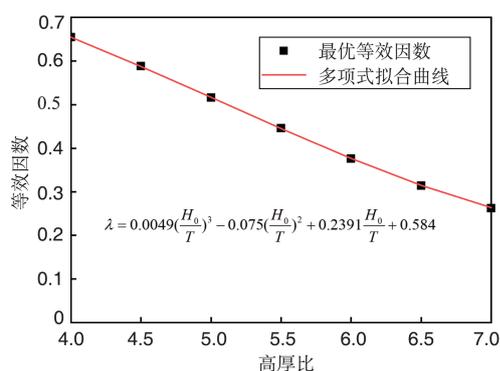


图 13 等效系数与球面碟簧高厚比关系曲线

Fig. 13 Fitting curve between the equivalent parameter and the ratio of height and thickness in spherical disc spring

5 结论

通过分析,得出以下结论:

(1)提出了基于大挠度薄板弯曲理论的碟形弹簧力学建模方法,以此为基础,开发了精密微小组件球面碟簧的等效模型,该模型包含一个取值区间在[0,1]范围内的等效因数 λ 。

(2)构建了球面碟簧三维有限元模型,分析了位移特性曲线,系统讨论了球面碟簧等效模型关键等效因数 λ 的选取与确定方法。

(3)研究表明:球面碟簧小径和球面半径对最优等效因数 λ 影响不大,而球面碟簧厚度与高度影响显著;球面碟簧厚度越厚,等效模型与有限元计算误差整体变大,且位移特性曲线稳定区段逐渐减弱,球面碟簧刚度明显变大,最大承载能力显著增强;球面碟簧高度越高,等效模型与有限元计算误差大幅增大,位移特性曲线稳定区段相应减弱,球面碟簧最大承载力有所增加。

(4)将最优等效系数 λ 看作包含球面碟簧厚度和高度尺寸信息的无量纲函数,通过多项式拟合得到最优等效因数 λ 无量纲表达式,提高了精密微小组件球面碟簧等效模型预测精度,后续将开展相关试验研究,进一步验证所提等效模型的正确性。

AST

参考文献

- [1] 王新龙. 惯性导航基础[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2013.
Wang Xinlong. Inertial navigation basis[M]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press, 2013. (in Chinese)
- [2] 宫经宽. 航空机载惯性导航系统[M]. 北京: 航空工业出版社, 2012.
Gong Jingkuan. Airborne inertial navigation system[M]. Beijing: Aviation Industry Press, 2012. (in Chinese)
- [3] 李群生, 岳亚洲, 寇磊. 一种改进余度捷联惯导系统最优奇偶矢量故障容错算法[J]. 航空科学技术, 2019, 30(5): 59-64.
Li Qunsheng, Yue Yazhou, Kou Lei. An improved optimal parity vector fault tolerant algorithm for redundant strap-down inertial system[J]. Aeronautical Science & Technology, 2019, 30(5): 59-64. (in Chinese)
- [4] 姜雪梅, 车转转. 惯性导航系统标定滤波方法研究[J]. 航空科学技术, 2018, 29(1): 46-52.
Jiang Xuemei, Che Zhuanzhuan. Research of filtering technique in inertial navigation system calibration[J]. Aeronautical Science & Technology, 2018, 29(1): 46-52. (in Chinese)
- [5] 曲东才. 捷联惯导系统发展及其军事应用[J]. 航空科学技术, 2004, 25(6): 27-30.
Qu Dongcai. Development of strapdown inertial navigation system and its military application[J]. Aeronautical Science & Technology, 2004, 25(6): 27-30. (in Chinese)
- [6] Almen J, Laszlo A. The uniform-section disk spring[J]. Transactions of ASME, 1936, 58: 305-314.
- [7] Curti G, Orlando M, Podda G. Vereinfachtes verfahren zur berechnung von tellerfedern[J]. Draht, 1980, 31(11): 789-792.
- [8] Huebner W. Deformations and stresses in disk springs[J]. Konstruktion, 1982, 34(10): 387-392.
- [9] 易先忠, 许大昌, 刘明尧, 等. 碟形弹簧力学特性分析[J]. 江汉石油学院学报, 1995, 17(04): 83-86.
Yi Xianzhong, Xu Dachang, Liu Mingyao, et al. Analysis of mechanical characteristics of disc springs[J]. Journal of Jianghan Petroleum Institute, 1995, 17(4): 83-86. (in Chinese)
- [10] 易先中, 张传友, 严泽生. 碟形弹簧的力学特性参数研究[J]. 长江大学学报(自科版), 2007(4): 99-101.
Yi Xianzhong, Zhang Chuanyou, Yan Zesheng. Research on mechanical characteristic parameters of disc springs[J]. Journal of Yangtze University (Natural Science Edition), 2007(4): 99-101. (in Chinese)
- [11] Dubey H K, Bhope D D V. Stress and deflection analysis of belleville spring[J]. Journal of Mechanical and Civil Engineering, 2012, 2(5): 01-06.
- [12] 武锐, 高建和, 吴焱. 基于有限元的碟簧静刚度研究[J]. 机械工程师, 2010(8): 57-59.
Wu Rui, Gao Jianhe, Wu Huan. Studies on static stiffness of

- disc spring based on the finite element technique[J]. Manufacturing Information, 2010(8): 57-59. (in Chinese)
- [13] 苏军, 吴建国. 碟形弹簧特性曲线非线性有限元计算[J]. 力学与实践, 1997(4): 49-50.
Su Jun, Wu Jianguo. Nonlinear finite element analysis of disc spring characteristic curve[J]. Mechanics and Practice, 1997, (4): 49-50. (in Chinese)
- [14] Vladimir K. Durability of springs[M]. Springer International Publishing, 2018.
- [15] 易先忠. 碟形弹簧基本特性参数分析[J]. 石油机械, 1995(3): 10-17.
Yi Xianzhong. Analysis of basic characteristic parameters of disc spring[J]. China Petroleum Machinery, 1995(3): 10-17. (in Chinese)
- [16] 郑晓静. 圆薄板大挠度理论及应用[M]. 长春: 吉林科学技术出版社, 1990.
Zheng Xiaojing. Theory and application of large deflection of thin plates[M]. Changchun: Jilin Science and Technology Press, 1990. (in Chinese) (责任编辑 王为)

作者简介

张培源(1989-)男, 硕士。主要研究方向: 精密微小器件性能稳定性研究。

Tel: 029-83395038 E-mail: a1989111111@163.com

朱林波(1985-)男, 博士, 讲师。主要研究方向: 精准数字装配理论与技术。

Tel: 029-83395038 E-mail: linbozhu@mail.xjtu.edu.cn

Equivalent Modeling Approach of Spherical Disc Springs for Precision Miniature Components

Zhang Peiyuan¹, Sun Bin², Liu Haibin², Zhu Linbo^{3,*}

1. Key Laboratory of Education Ministry for Modern Design and Rotor-Bearing System, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China

2. AVIC Xi'an Flight Automatic Control Research Institut, Xi'an 710077, China

3. School of Chemical Engineering and Technology, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China

Abstract: Spherical disc springs are the core components of precision miniature assembly, and their displacement characteristics directly determine the reliability and stability of the assembly systems. In order to quickly and accurately predict the displacement characteristics of spherical disc springs, this paper presents a mechanical modeling method for disc springs based on the thin plate flexure theory with large deflection. Consequently, an equivalent model of spherical disc springs for precision miniature components is developed. The model involves an equivalent coefficient with the range of [0, 1]. The three-dimensional Finite Element (FE) model of the spherical disc spring is built to determine the key equivalent coefficient. The analysis results show that the internal radius and spherical radius of spherical disc spring have little effect on the optimal equivalent coefficient, while the thickness and height have significant influence; The increases of the thickness and height will increase the calculation error between the equivalent model and FE model, and the stable range of the displacement characteristic curve is gradually narrowed. Based on this, the optimal equivalent coefficient as a dimensionless function with the thickness and height of the spherical disc spring is obtained by polynomial fitting, which can improve the prediction accuracy of the spherical disc spring equivalent model for precision miniature components.

Key Words: spherical disc spring; shell theory; equivalent model; large deflection; displacement characteristics

Received: 2019-11-08; Revised: 2020-02-18; Accepted: 2020-03-13

Foundation item: Aeronautical Science Foundation of China (20170870005); China Postdoctoral Science Foundation (2018M631144, 2019T120897)

*Corresponding author. Tel. : 029-83395038 E-mail: linbozhu@mail.xjtu.edu.cn