## 基于量子粒子群算法的大型阵稀疏 优化方法



郭玉霞<sup>1,2,\*</sup>,张艳艳<sup>3</sup>,邢金凤<sup>3</sup>,袁晓垒<sup>1</sup>
1.中国空空导弹研究院,河南 洛阳 471009
2. 航空制导武器航空科技重点实验室,河南 洛阳 471009
3.西安电子科技大学,陕西 西安 710071

摘 要:本文提出了一种基于量子粒子群算法(quantum particle swarm optimization,QPSO)的大型阵稀疏优化方法。该方法在 约束主瓣宽度的条件下,以阵列的阵元位置和节点的相位中心为优化参量,以方向图的峰值副瓣电平为优化目标,有效结合 了QPSO算法,并将其应用于大型阵的稀疏优化。相对于传统稀疏优化方法,本文所提方法不受更新速度和轨迹的约束,并 提高了全局搜索能力、加快了收敛速度。仿真结果验证了该方法的有效性。

关键词:QPSO; 阵元位置; 相位中心; 峰值副瓣电平; 稀疏优化

#### 中图分类号:TJ 文献标识码:A

A DOI: 10.19452/j.issn1007-5453.2020.08.009

多实际应用中都取得了优于PSO算法的效果。

#### 1 建立优化阵列模型

首先,定义本文优化时采用的参考坐标系如图1所示, 其中φ和θ是方位角和俯仰角,本文之后的仿真试验与理论 分析均沿用图1的坐标系。



大型、超大型相控阵列由于具有高增益、指向性强等优 点得到越来越广泛的应用,但满阵形式的大型相控阵列需 要庞大的馈电网络和发射、接收通道,导致其具有高成本、 低实时性等缺点。对此,阵列天线稀疏布阵技术应运而生, 该技术是指从线阵或面阵中去掉一些天线单元,通过优化 稀疏布阵,可改善阵列天线的辐射特性,实现阵列天线的方 向图综合,以最少的单元数达到技术指标(如波束宽度)要 求,在技术指标和天线造价之间达到一种折中<sup>[1]</sup>。

在过去几十年中,阵列天线稀疏布阵研究一直是一项 重要且有意义的工作。目前,用于稀疏优化的算法主要有 遗传算法<sup>[2]</sup>、粒子群算法<sup>[3]</sup>和模拟退火算法<sup>[4]</sup>等,每种算法更 替解粒子的方法不同,最终导致优化速度也不同。因此,一 般选择采用哪种优化算法,除了取决于该算法是否适合实 际应用外,主要考虑的因素就是优化速度。

本文提出一种基于量子粒子群算法(quantum particle swarm optimization,QPSO)的大型阵稀疏优化方法。QPSO 是 Sun 等从量子力学出发提出的一种新粒子群算法<sup>[5]</sup>。 QPSO算法相对于粒子群算法(PSO)具有进化方程简单、控 制参数少、收敛速度快和运算简单等优点,在测试函数和很

收稿日期: 2020-01-19; 退修日期: 2020-03-02; 录用日期: 2020-04-01 \*通信作者. Tel.: 13837993383 E-mail: ggyuxia@sina.com

引用格式: Guo Yuxia, Zhang Yanyan, Xing Jinfeng, et al. Sparse optimization method for large arrays based on quantum particle swarm optimization[J]. Aeronautical Science & Technology, 2020, 31(08):57-62. 郭玉霞,张艳艳,邢金凤,等. 基于量子粒子群算法的大型 阵稀疏优化方法[J]. 航空科学技术, 2020, 31(08):57-62.

## 1.1 优化阵元位置

为论述基于 QPSO 算法的面阵稀疏优化阵元位置方法,本文以23行23列的八边形面阵为例建立天线阵元位置 模型,该八边形阵列由23×23个天线阵元构成的矩形平面 阵切掉4个角之后得到。频率F<sub>0</sub>=15GHz、阵元间距取半波 长,阵元数为373,如图2所示。



Fig.2 Octagonal boundary plane array

根据图1,平面阵导向矢量可表示为:

$$\boldsymbol{a}(\theta, \phi) \begin{bmatrix} 1 & \cdots & e^{jk(x_{n0}C \boldsymbol{z}_{n0}S)} & \cdots & e^{jk(x_{(N-1)0}C \boldsymbol{z}_{(N-1)0}S)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ e^{jk(x_{0m}C \boldsymbol{z}_{0m}S)} & e^{jk(x_{nm}C \boldsymbol{z}_{nm}S)} & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ e^{jk(x_{0(M-1)}C \boldsymbol{z}_{0(M-1)}S)} & \cdots & e^{jk(x_{(N-1)(M-1)}C \boldsymbol{z}_{(N-1)(M-1)}S)} \end{bmatrix}$$
(1)

式中: $C = \cos\theta \sin\phi$ , $S = \sin\theta$ , $k = 2\pi/\lambda$ ,平面阵的方向图函数可表示为:

$$G(\theta,\phi) = \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} A(n,m) e^{jk \begin{bmatrix} x_{nm}(\cos\theta\sin\varphi - \cos\theta_0\sin\varphi_0) + \\ z_{nm}(\sin\theta - \sin\theta_0) \end{bmatrix}}$$
(2)

式中: $(\theta_0, \phi_0)$ 为来波方向; $(x_{nm}, z_{nm})$ 为阵元的位置坐标, (n,m)为阵列的栅格;A(n,m)为 $(x_{nm}, z_{nm})$ 处天线单元的激励。 假设阵元为理想全向性天线单元,各阵元具有等幅同相激 励,A(n,m)对不同的阵元值是相同的:

$$A(n,m) = \begin{cases} 1 & (有阵元) \\ 0 & (无阵元) \end{cases}$$
(3)

将373-八边形面阵的阵元位置映射为一个粒子,粒子中的一个变量对应一个阵元,而该变量就用A(n,m)表示,那么一个粒子就是一个长度为373的0、1矢量,这一过程称为编码<sup>[6-7]</sup>。

## 1.2 优化节点相位中心

在网络化雷达中,每一个节点由若干阵元排列组成,且 每一个节点结构相同对应一个节点相位中心。利用智能优 化算法优化相位中心,以线阵为例,假设相位中心编码是  $A = [A_1, A_2, \dots, A_{Subn}](0, 1 \times \mathbb{B}), 其中 Subn 是总的节点数, 若 A_i = 1, A_i 对应相位中心处节点存在, 否则该节点整体都被 稀疏掉。用S来表示单个节点,每一个节点中包含 sk 个阵 元, 那么稀疏后的阵列可用矩阵表示为:$ 

$$\boldsymbol{H}_{N_{\text{all}} \times \text{Subn}} = \begin{bmatrix} A_1 \cdot S & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & A_2 \cdot S & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & A_{\text{Subn}} \cdot S \end{bmatrix}_{(N_{\text{all}} \times \text{Subn})}$$
(4)

式中: $N_{all}$ 是所能容纳最多的阵元数,即 $N_{all} = sk \times Subn$ , 经过稀疏优化节点相位中心后,最终所集成的阵元数 $N_{all}$ actual = sum(A) ×  $sk_{\circ}$ 

假设 $P_{ula}(\theta)$ 是单个节点的方向图, $P_{sub}(\theta)$ 是节点单元级方 向图,最终方向图的表达式: $P(\theta) = P_{ula}(\theta)P_{sub}(\theta)$ ,其中节点单 元级方向图 $P_{sub}(\theta)$ 可以表示为: $P_{sub}(\theta) = w_{sub}^{H}(H_{N_{all} \times Subn} \times a(\theta))$ , $a(\theta)$ 为节点单元级的导向矢量, $w_{sub}$ 为节点级加权值。

## 2 QPSO算法稀疏优化阵型

#### 2.1 QPSO 算法流程

首先,给出QPSO算法的进化方程<sup>[8]</sup>:

$$p(t) = \boldsymbol{\phi} \cdot \boldsymbol{P}_i(t) + (1 - \boldsymbol{\phi}) \cdot \boldsymbol{P}_g(t), \boldsymbol{\phi} \sim U(0, 1)$$
(5)

$$m_{\text{best}} = \left(\frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} P_{i,1}(t), \cdots, \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} P_{i,n}(t)\right)$$
(6)

$$x(t+1) = p(t) \pm \beta \cdot \left| m_{\text{best}} - x(t) \right| \cdot \ln\left(\frac{1}{\mu}\right)$$
(7)

式(5)~式(7)是QPSO算法针对连续解的进化方程,然 后将QPSO算法转化成离散算法。

(1)局部吸因子

在式(5)中,p(t)是局部吸引子, $P_i(t)$ 是群体中的第i个粒子, $P_g(t)$ 是全局最优粒子。在量子理论中,携带信息的最小单位值是量子位<sup>[9]</sup>,应用在稀疏优化中,一个粒子可以表示为: $p = [x_1, x_2, \dots, x_j, \dots, x_{num}]$ ,其中 $x_j = 0$ 或1。num是待稀疏优化阵型的满阵阵元数,对于373-面阵的稀疏优化 num=373。则式(5)对应的离散公式如下:

$$p_{i}^{k} = \boldsymbol{\phi} \cdot P_{i,\text{best}}^{k} + (1 - \boldsymbol{\phi}) \cdot P_{g,\text{best}}^{k}, \boldsymbol{\phi} \sim U(0,1)$$
(8)
(2) 中值最优位置

式(6)中,m<sub>best</sub>是中值最优位置,m<sub>best</sub>第*j*个量子位的取值, 由种群中全部第*j*个量子位的值决定。若群体第*j*个量子位取1 多,m<sub>best</sub>的第*j*个量子位就取1,如果取0多就取0,如果0和1的 个数一样多,则随机决定,即m<sub>best</sub>综合了群体的平均信息。

(3) 更新粒子的新位置

将式(7)转换成离散粒子,即为:

$$P_{i}^{k+1} = p_{i}^{k} \pm \beta \bullet \left| m_{\text{best}}^{k} - P_{i}^{k} \right| \bullet \ln\left(\frac{1}{\mu}\right), \mu \sim U(0,1)$$
(9)

量子理论中没有轨迹的概念,即没有粒子与粒子间距离的概念,在这里引入Hamming距离,假设两个粒子*P<sub>i</sub>*和*P<sub>i</sub>*,这两个粒子之间的Hamming距离<sup>[10]</sup>:

$$\left|P_{i} - P_{j}\right| = d_{\mathrm{H}}(P_{i}, P_{j}) \tag{10}$$

粒子之间的 Hamming 距离是两个粒子中对应量子位 不同的总数。其中β是收缩-膨胀因子,可以通过调节该参 数对算法的收敛速度进行控制,本文β满足如下公式<sup>[11]</sup>:

$$\beta = 1 - (1 - 0.5) \times \frac{\text{gen}}{\max \text{gen}} (\text{gen} = k)$$
(11)

假设
$$B = \left| \beta \right| m_{\text{best}}^k - P_i^k \left| \ln \left( \frac{1}{\mu} \right) \right|,$$
在阵型优化中,由于每

一个量子位只能取0或者1,而B值并不是一个整数,为适 应实际应用,引入变异概率如下:

$$p_r = \begin{cases} B/\text{length}, & B/\text{length} \le 1\\ 1, & B/\text{length} > 1 \end{cases}$$
(12)

式中:length 为粒子的长度。由式(9)可知, $P_i^{k+1}$ 是由局部吸 引子 $p_i^k$ 生成的,如果随机生成数 rand <  $p_r$ , $P_{ij}^{k+1} = p_{ij}^k$ , $p_{ij}^k$ 是 局部吸引子的第j个量子位,反之则翻转。

QPSO算法是一种从当前位置状态空间、个体最好位置状态空间和全局最好位置状态空间到个体最好位置状态空间的进化过程<sup>[12]</sup>。这也是QPSO算法迭代速度快的主要原因。

#### 2.2 QPSO 算法应用于平面阵的稀疏优化

将QPSO算法应用373-面阵的稀疏优化。除了建立阵 列模型和编码,还需要评价准则,本文选择归一化方向图的 峰值副瓣电平(PSLL)作为搜索最优阵列的评价函数:

$$PSLL = \max SL(\frac{F(\theta)}{F_{\max}(\theta)})$$
(13)

最后,确定QPSO算法应用于阵型优化的参数:(1)稀疏 率 sparse(稀疏后阵元数目 actualNum = sparse•totalNum, totalNum = 337), actualNum就是一个粒子中"1"的总数;(2) 迭代次数maxgen;(3)种群规模popSize,即总粒子数。除此 以外,结合实际工程需求,约束最小阵元间距以及最大阵元 间距,这也需要在编码过程中设置相应参数。采用量子粒 子群算法进行稀疏优化,具体算法流程如图3所示。

## 3 仿真试验及性能分析

3.1 试验一

以373-面阵为稀疏优化模型,稀疏率设为sparse=0.52,



设置QPSO算法的基本参数:迭代次数60,种群规模300。 稀疏优化结果:(1)稀疏后所得阵元总数为194≈0.52× 373,图4是稀疏优化后373-面阵的阵元位置;(2)扫描范围 (-60°,60°),最大副瓣电平为-24.26dB,主瓣宽度7.6°,图5、



图 6 是稀疏优化后的归一化方向图,与满阵方向图相比降低 7dB;(3)图7是QPSO算法应用于373-面阵稀疏优化后的收 敛曲线。

图 8(a)是扫描范围(-30°,30°)、稀疏优化后的归一化方向 图;图 8(b)是二维方向图截图,主瓣宽度 7.6°,副瓣电平-26.74dB,主瓣宽度 7.9°。

#### 3.2 试验二

为进一步说明 QPSO 算法应用于平面阵稀疏优化的优势,表1 是在随机选择稀疏率条件下,稀疏优化后的阵列的 归一化方向图的峰值副瓣电平 PSLL 值。从表中可以看出,



图5 稀疏优化后方向图

Fig.5 Direction chart after sparse optimization



图6 稀疏优化后的方向图(俯仰维)

Fig.6 Direction chart after sparse optimization (elevation dimension)



图7 QPSO收敛曲线



稀疏率接近0.5时,副瓣电平接近最低。

表2给出了不同算法应用于面阵优化的结果,对比而言,本文提出的基于QPSO算法稀疏优化面阵的方法相比于 粒子群算法得到的稀疏阵的峰值旁瓣电平降低了4.78dB;与 参考文献[6]中采用模拟退火算法得到的稀疏阵的峰值旁瓣





#### 表1 不同稀疏率的对比

Table 1 Comparison of different sparse rates

稀疏率	阵元数	PSLL/dB	增益/dB	迭代次数
满阵	373	-16.48 51.43		0
0.705	263	-20.10	48.40	60
0.645	240	-22.30	47.60	60
0.56	209	-24.57	46.40	65
0.53	197	-23.57	45.89	65
0.48	181	-23.51	45.15	65
0.35	131	-18.36	42.35	75

#### 表2 不同算法对比

Table 2 Comparison of different algorithms

算法	PSLL/dB	收敛迭代次数	
PSO	-19.28	45	
SA <sup>[6]</sup>	-20.25	78	
SAPSO <sup>[4]</sup>	-22.65	42	
QPSO	-24.06	35	

电平相比降低了3.81dB;与参考文献[4]中采用模拟退火粒子 群算法得到的稀疏阵的峰值旁瓣电平相比降低了1.41dB。 从峰值旁瓣电平收敛迭代次数上看,相比于其他三种算法, QPSO算法在得到更低的峰值旁瓣电平的同时,收敛速度 更快。

表3给出了相同情况下不同算法应用于373-面阵优化的结果,使用相同的设备分别用三种优化算法对373-面阵进行稀疏优化,扫描范围一致。对比而言,本文的QPSO算法在增益损失不大的同时,峰值旁瓣电平更低,优化速度更快<sup>[13-15]</sup>。

表3 相同情况下不同算法对比 Table 3 Comparison of different algorithms in the same situation

算法	PSLL /dB	阵元数	增益/dB	优化 时间/min	扫描范围
改进GA	-21.05	224	47.01	316	(-60°,60°)
PSO	-19.28	146	43.28	47	$(-60^{\circ}, 60^{\circ})$
QPSO	-24.06	200	46.02	35	$(-60^{\circ}, 60^{\circ})$

#### 3.3 试验三

以上仿真均是确定稀疏率的情况下得到的结果,为了 进一步说明QPSO算法的有效性,在不确定稀疏率的模式 下稀疏优化373-面阵,图9是13次QPSO算法后的收敛曲 线叠加图,并给出13次收敛曲线的平均曲线。

由收敛曲线叠加图分析得,QPSO算法应用于373-面阵稀 疏优化后,平均副瓣电平是-23.96dB,平均迭代次数52。



Fig.9 Convergence curve overlay

## 4 结论

本文将QPSO算法应用于平面阵的稀疏优化阵元位置 和稀疏优化节点相位中心问题。通过仿真试验以及与已有 文献上的算例的比较,说明了QPSO算法应用于大型阵稀 疏优化方法的优越性,并表明了QPSO算法应用于阵型优 化的有效性。

#### 参考文献

[1] 陈定,李建新.稀疏阵的最优化设计[J]. 微波学报, 2010(s2):

204-206.

Chen Ding, Li Jianxin. The optimal design of the sparse array [J]. Journal of Microwaves, 2010(s2): 204-206.(in Chinese)

[2] 孙晨伟.大型阵列的降维优化波束形成[D].西安:西安电子 科技大学,2013.

Sun Chenwei. The dimension reduction of large arrays optimizes beam formation[D]. Xi'an:Xidian University, 2013. (in Chinese)

- [3] Mandal D, Kar R, Ghoshal S P. Thinned concentric circular array antenna synthesis using particle swarm optimization with constriction factor and inertia weight approach[C]// Research and Development. IEEE, 2011:194-198.
- [4] 王倩, 王布宏, 李龙军,等. 模拟退火粒子群算法的同心阵稀疏优 化设计[J]. 空军工程大学学报(自然科学版), 2015, 16(6):42-45.
  Wang Qian, Wang Buhong, Li Longjun, et al. Simulation of the annealing particle group algorithm's concentric sparse optimization design[J]. Journal of Air Force Engineering University (Natural Science Edition), 2015, 16 (6): 42-45. (in Chinese)
- [5] Sun J, Feng B, Xu W. Particle swarm optimization with particles having quantum behavior[C]// Congress on Evolutionary Computation, CEC2004. IEEE, 2004.
- [6] 廖先华,杨建红,张立军,等.基于模拟退火算法的平面稀疏 阵优化[J].现代雷达, 2012, 34(10):57-59.
  Liao Xianhua, Yang Jianhong, Zhang Lijun, et al. Plane sparse array optimization based on simulating annealing algorithm [J].
  Modern Radar, 2012, 34 (10): 57-59.(in Chinese)
- [7] 纪震. 粒子群算法及应用[M]. 北京:科学出版社, 2009.
   Ji Zhen. Particle group algorithms and applications [M].
   Beijing: Science Press, 2009.(in Chinese)
- [8] 刘铠诚,何光宇,黄良毅,等.基于非对称势阱的量子粒子群 算法及其应用[J]. 电网技术, 2016, 40(2):363-368.
  Liu Kaicheng, He Guangyu, Huang Liangyi, et al. Quantum particle group algorithm based on asymmetric potential trap and its application[J]. Power System Technology, 2016, 40 (2):363-368.
  (in Chinese)
- [9] Yang S, Wang M, Jiao L. A quantum particle swarm optimization[C]//Proceeding of the 2004 IEEE Congress on Evolutionary Computation, 2004.
- [10] 张凯, 肖建华, 耿修堂, 等. 基于汉明距离的 DNA 编码约束研

究[J]. 计算机工程与应用, 2008, 44(14):24-26.

Zhang Kai, Xiao Jianhua, Geng Xiutang, et al. Research on DNA coding constraints based on Hanming distance[J]. Computer Engineering and Applications, 2008, 44 (14): 24-26. (in Chinese)

- [11] 张涛, 史苏怡, 徐雪琴. 基于二进制量子粒子群算法的含分布 式电源配电网重构[J]. 电力系统保护与控制, 2016(4):22-28.
  Zhang Tao, Shi Suyi, Xu Xueqin. Refactoring of distributed power distribution networks based on binary quantum particle group algorithm[J]. Power System Protection and Control, 2016 (4): 22-28.(in Chinese)
- [12] 奚茂龙, 孙俊, 吴勇. 一种二进制编码的量子粒子群优化算法
  [J]. 控制与决策, 2010, 25(1):99-104.
  Xi Maolong, Sun Jun, Wu Yong. A binary-coded quantum particle group optimization algorithm[J]. Control and Decision, 2010, 25 (1): 99-104.(in Chinese)
- [13]严韬,陈建文,鲍拯.基于改进遗传算法的天波超视距雷达二
   维阵列稀疏优化设计[J].电子与信息学报,2014,36(12):
   3014-3020.

Yan Tao, Chen Jianwen, Bao Zheng. The sparse optimization

design of the skywave super-view radar 2D array based on the improved genetic algorithm[J]. Journal of Electronics and Information Technology, 2014, 36 (12): 3014-3020.(in Chinese)

- [14] 樊会涛, 闫俊. 自主化:机载导弹重要的发展方向[J]. 航空兵器, 2019, 26(1): 1-10.
  Fan Huitao, Yan Jun. Autonomous: the important direction of development of airborne missiles[J]. Aero Weaponry, 2019, 26 (1): 1-10.(in Chinese)
- [15] 王铮,韩宝玲. 基于交互多模型的粒子滤波导引头机动目标 检测技术研究[J]. 航空兵器, 2020, 27(1): 26-32.
  Wang Zheng, Han Baoling. Study on the detection technology of particle filter guide head maneuvering target based on interactive multi-model[J]. Aero Weaponry, 2020, 27 (1): 26-32.(in Chinese)

#### 作者简介

郭玉霞(1979-)女,硕士,研究员。主要研究方向:雷达导 引信息处理技术。 Tel: 13837993383 E-mail: ggyuxia@sina.com

# Sparse Optimization Method for Large Arrays Based on Quantum Particle Swarm Optimization

Guo Yuxia<sup>1,2,\*</sup>, Zhang Yanyan<sup>3</sup>, Xing Jinfeng<sup>3</sup>, Yuan Xiaolei<sup>1</sup>

- 1. China Aviation Missile Academy, Luoyang 471009, China
- 2. Aviation Key Laboratory of Science and Technology on Airborne Guided Weapons, Luoyang 471009, China
- 3. Xidian University, Xi' an 710071, China

**Abstract:** In this paper, we propose a sparse optimization method for large arrays based on Quantum Particle Swarm Optimization (QPSO). Under the constraint of the main lobe width, this method takes the array element position and the node phase center as optimization parameters, and uses the peak side-lobe level of the pattern as the optimization target. It effectively combines the QPSO algorithm and will be applied for sparse optimization for large arrays. Compared with the traditional sparse optimization method, the method proposed in this paper is not restricted by the update speed and trajectory, and it improves the global search ability and accelerates the convergence speed. Simulation results verify the effectiveness of the method.

Key Words: QPSO; array position; phase center; peak side-lobe level; sparse optimization

 Received:
 2020-01-19;
 Revised:
 2020-03-02;
 Accepted:
 2020-04-01

 \*Corresponding author.Tel.:
 13837993383
 E-mail:
 ggyuxia@sina.com