小侧隙薄辐板齿轮的啮合刚度与 准静态传递误差计算方法



曹学晨¹,陆凤霞¹,吴霞²,施蓓蓓² 1.南京航空航天大学 直升机传动技术重点实验室,江苏 南京 210016 2.航空机电系统综合航空科技重点实验室,江苏 南京 210001

摘 要:侧隙补偿是高精密齿轮传动领域的研究热点,侧隙变大会导致传动稳定性变差,而过小的侧隙会导致齿轮非工作面 发生干涉。结合航空薄辐板齿轮的特点,根据轮系传动链中的小侧隙与传动精度间的几何关系,提出了考虑侧隙的齿轮结 构参数计算方法,基于有限元原理建立了小侧隙薄辐板齿轮的啮合刚度计算方法,通过正交试验法分析了齿轮参数对啮合 刚度的影响并构建了考虑侧隙与辐板参数变化的准静态传递误差计算公式,为小侧隙薄辐板齿轮副的刚度及准静态传递误 差计算提供了技术依据。

关键词:侧隙;薄辐板;有限元;啮合刚度;正交试验;准静态传递误差

中图分类号:TH111

文献标识码:A

航空作动器是飞机飞行控制的关键部件^[1-2],常采用 "旋转电机+机械变换"的传动形式^[3-4],其长传动链传动特 点对齿轮侧隙及辐板参数设计提出了极高的要求,薄辐板 结构引起的齿轮刚度下降及齿侧间隙导致的传动误差问题 均需开展深入研究。

围绕小侧隙及薄辐板结构齿轮,有学者应用商用有限 元软件^[5]对其进行了分析,陶栋材^[6]、江波^[7]等研究了薄辐 板结构对啮合刚度的影响。Marunić^[8-9]等通过有限元法 进行齿轮网格划分,研究了辐板厚度对齿根应力及轮缘应 力的影响。Brůžek等^[10]分析了齿向键槽方向转动对齿根 应力的影响并设计了相关试验。Li^[11-13]对齿面接触应力、 齿根弯曲应力以及轮缘与辐板的接合应力进行了分析。 Liu等^[14]以含形位误差的直齿圆柱齿轮为对象,对加入侧 隙后的齿轮进行了刚度分析。Yu等^[15]提出了基于外部平 行轴齿轮传动的双偏心模型,发现了偏心误差对传动误差 的影响规律。张磊磊等^[16]发现侧隙在稳定旋向齿轮副中 产生的影响较小,但却能直接导致齿轮副回差。Park^[17]对 齿轮时变啮合刚度进行了分析,发现侧隙增大亦会引起啮 合力增大。

DOI: 10.19452/j.issn1007-5453.2021.07.008

目前尚未见到以小侧隙薄腹板齿轮为研究对象,从齿 轮啮合原理与有限元载荷分布原理出发,对其啮合刚度计 算方法的深入研究。本文针对航空作动器精密传动需求, 推导了计入侧隙后的齿轮压力角与重合度的计算方法,依 据有限元原理建立了小侧隙薄辐板齿轮的啮合刚度计算方 法,分析了侧隙量、辐板厚度、轮缘厚度与齿宽等结构参数 对啮合刚度的影响规律并构建了考虑侧隙与辐板参数变化 的准静态传递误差计算模型,分析了各结构参数对传动误 差的影响。

1 计入侧隙的齿轮结构参数计算

齿轮侧隙分为法向侧隙和圆周侧隙^[18],法向侧隙为齿 轮副啮合齿面接触时,非啮合齿面间的最小距离;圆周侧隙 为从动轮固定,与之啮合的主动轮的圆周晃动量,通常以分 度圆弧表示,但由于角度极小,可以毫米作为单位。故圆周 侧隙与法向侧隙的转换关系为:

$$\frac{J_{\rm bt}}{j_{\rm wt}} = \frac{r_{\rm b}}{r_{\rm w}} = \cos\alpha_n \tag{1}$$

式中:j_h为圆周侧隙;j_{wt}为法向侧隙;r_b为基圆半径;r_w为分

收稿日期: 2021-02-25;退修日期: 2021-04-15;录用日期: 2021-05-10 基金项目: 航空科学基金(20182852027)

引用格式: Cao Xuechen, Lu Fengxia, Wu Xia, et al. Calculation method of meshing stiffness and quasi-static transmission error of small backlash and thin-spoke gear[J]. Aeronautical Science & Technology, 2021, 32(07): 50-58. 曹学晨, 陆凤霞, 吴霞, 等. 小侧隙薄辐 板齿轮的啮合刚度与准静态传递误差计算方法[J]. 航空科学技术, 2021, 32(07): 50-58.

度圆半径;α,为压力角。

齿廓中计入法向侧隙后的基圆齿厚为:

$$S = \frac{\pi \times r_{\rm b}}{z} - 2 \times r_{\rm b} \times (\tan(\alpha_n) - \alpha_n) - j_{\rm wt}$$
⁽²⁾

式中:S为基圆齿厚; r_b 为基圆半径;z为齿数; α_n 为压力角; j_{wt} 为法向侧隙。

如图1所示,齿面渐开线方程计入法向侧隙后表示为:

$$\begin{cases}
x_0 = r_b \sin(u-\varphi) - r_b u \cos(u-\varphi) + j_{wt} \cos(u-\varphi) \\
y_0 = r_b \cos(u-\varphi) + r_b u \sin(u-\varphi) - j_{wt} \sin(u-\varphi) \\
\alpha_c + \theta_c \le u \le \alpha_D + \theta_D
\end{cases}$$
(3)

式中: r_b 为基圆半径; φ 为啮入点与圆心连线 *OP*和 Y轴的夹角; a_c , a_p 为啮入点 C_1 、啮出点D的压力角; θ_c , θ_p 为 C_1 点,D点的展角。



图 1 计入法向侧隙后的齿廓 Fig.1 Tooth profile combined with normal backlash

齿轮啮合过程中由于计入侧隙导致齿厚变薄,当从动轮位置固定不变,则主动轮需转过角度 j_{bt} 即一个圆周侧隙后才能与从动轮啮合。图2中,短虚线为未计入侧隙的齿轮啮合位置;长虚线则为计入侧隙后的齿轮实际啮合位置。由图3可以发现,主动轮上的啮入点向齿根方向移动了 δ_1 的距离:

$$\delta_1 = r_{\rm cp1} - r_{\rm cp2} \tag{4}$$

式中:*r*_{cp1}为无侧隙时主动轮啮入点到旋转中心的距离;*r*_{cp2}为计入侧隙后主动轮啮入点到旋转中心的距离。

如图4所示,计入侧隙后的主动轮基圆半径r_{j1}可由式 (5)获得:

$$r_{j1} = r_{b1} - \frac{r_{b1} \tan \alpha'}{\delta_0} \delta_1 \tag{5}$$

式中: δ_0 为无侧隙时齿轮啮入点到中心的距离; α '为无侧隙



图2 计入法向侧隙后的齿轮啮合位置

Fig.2 Gear meshing position combined with normal backlash



Fig.3 Approach point combined with backlash

时齿轮的压力角。经推导,得到计入侧隙后的主动轮压力 角、齿顶压力角与重合度分别为:

$$\alpha_j' = \arccos \frac{r_{j1} \cos \alpha'}{r_{b1}} \tag{6}$$

$$\alpha_{aj1} = \arccos\left(\frac{r_{j1}}{r_{a1}}\right) \tag{7}$$

 $\varepsilon_j = \frac{1}{2\pi} \left[z_1 (\tan \alpha_{aj1} - \tan \alpha_j') + z_2 (\tan \alpha_{aj2} - \tan \alpha_j') \right]$ (8)

式中: α'_{j} 为计入侧隙后的齿轮压力角; r_{j} 为计入侧隙后的基圆半径; r_{b} 为基圆半径; r_{a1} 和 r_{a2} 为齿顶圆半径; ϵ_{j} 为计入侧隙的重合度;z为齿数。

2 基于有限元原理的小侧隙薄辐板齿轮啮合 刚度计算

本文采用基于有限元原理自主开发的程序^[18-19]对小侧 隙薄辐板齿轮进行了几何建模与啮合仿真。构建辐板模型 时,辐板厚度*C*一般取 0.2~0.3 的齿宽,且通常不小于 10mm,轮缘厚度δ通常为2.3~6.8 倍法向模数^[20]。齿轮剖面 图如图5所示。

有限元建模中常采用四面体常应变单元、八节点六面



图4 IT八刚惊回到咽回线马压刀用 Fig.4 Action line and pressure angle combined with backlash



图 5 齿轮剖面图 Fig.5 Cross-sectional view of gear

体等参单元、二十节点六面体等参单元、非协调单元等,针 对小侧隙薄辐板的结构形式,本文采用八节点非协调 QMM6单元(见图6),包括8个顶点节点与三个内部节点, 在模型产生的畸变较大时,该单元仍可保持较高的计算精 度,采用 QMM6单元构建的薄辐板齿轮节点模型如图7 所示。

六面体单元在绝对坐标系下的点坐标通过形函数映射 至自然坐标系下,非协调等参单元的坐标插值函数为:



图 6 自然坐标系下八节点六面体单元 Fig.6 Hexahedron element with 8 nodes in natural coordinate



图7 有限元仿真齿轮节点模型



$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^{8} N_i \left(\xi, \eta, \zeta \right) \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{pmatrix}$$
(9)

式中:*x_i*,*y_i*,*z_i*为8个节点在绝对坐标系中的坐标;*ζ*,*η*,*ζ*为 绝对坐标的点在自然坐标系中的坐标。位移插值函数为:

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^{8} N_i(\xi, \eta, \zeta) \begin{pmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \end{pmatrix} + \sum_{i=1}^{3} P_i(\xi, \eta, \zeta) \begin{pmatrix} \alpha_i \\ \beta_i \\ \gamma_i \end{pmatrix}$$
(10)

式中: u_i , v_i , w_i (*i*=1,2,...,8)为节点位移; α_i , β_i , γ_i (*i*=1,2,3)为 内部自由度。形函数 N_i 为:

$$N_i = \frac{1}{8} \left(1 + \xi \xi_i \right) \left(1 + \eta \eta_i \right) \left(1 + \zeta \zeta_i \right) \tag{11}$$

式中: ξ_i , η_i , ζ_i ($i = 1, 2, \dots, 8$)为8个顶点在自然坐标系中的 坐标。 P_i 为不协调形函数:

$$P_{1} = 1 - \xi^{2}$$

$$P_{2} = 1 - \eta^{2}$$

$$P_{3} = 1 - \zeta^{2}$$
(12)

通过虚位移原理推导单元刚度矩阵:

$$\begin{bmatrix} K \end{bmatrix}^{e} = \iint_{e^{e^{t}}} \begin{bmatrix} B, G \end{bmatrix}^{\mathsf{T}} \begin{bmatrix} D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B, G \end{bmatrix} dx dy dz = \int_{-1}^{1} \int_{-1}^{1} \int_{-1}^{1} \begin{bmatrix} B, G \end{bmatrix}^{\mathsf{T}} \begin{bmatrix} D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B, G \end{bmatrix} \begin{vmatrix} J_{1} \end{vmatrix} d\xi d\eta d\zeta$$
(13)

式中:**B**和**G**分别为非协调单元协调部分和不协调部分的 应变矩阵;**J**,是雅可比矩阵;**D**是弹性矩阵。

以式(3)的渐开线方程为参照划分网格,对所有单元的 网格节点进行编号,并与相应节点的坐标值对应,将单元刚 度矩阵对照单元编号矩阵进行组装,得到小侧隙薄辐板齿 轮的总刚度矩阵。

由于总刚度矩阵缺乏边界约束条件,则为半正定矩阵, 若对此刚度方程进行求解将无法得到定解,因此需按实际 齿轮约束情况对有限元模型设定合理的边界条件。图8为 对薄辐板齿轮边界施加的约束,通过置大数法处理约束,使 得总刚度矩阵转化为正定矩阵,最后通过在啮合齿面施加 单位载荷以计算得到齿面啮合刚度。

在求得齿面离散节点刚度矩阵后,采用上述方法可获 得齿轮从啮入到啮出过程中所有接触线对应的啮合刚度。



图8 直齿轮边界约束示意图

Fig. 8 Boundary constraint diagram of spur gear

但由于有限元法所获得的接触线数目有限,因此要获得整 个啮合过程中的啮合刚度变化曲线,还需对离散接触线对 应的啮合刚度进行拟合。

3 侧隙及辐板对齿轮啮合刚度的影响分析

为了避免齿对啮合干涉以及保证齿面充分润滑,常通 过去除齿面材料的方式预留齿侧间隙;而辐板厚度对啮合 刚度影响较小,因此分别讨论侧隙及辐板厚度对啮合刚度 的影响规律。

3.1 侧隙对啮合刚度的影响分析

侧隙的加入会导致啮合位置压力角以及齿间载荷分布 产生变化,本文选取的齿轮副算例参数见表1。

表1 齿轮算例参数 Table1 Example parameters

	模数/ mm	齿数	压力 角/(°)		齿宽/ mm	轮缘 厚度/ mm
主动轮	3.5	42	20	10	65	10
从动轮	3.5	43	20	10	65	10

从图9可以发现,侧隙在由0增大至0.5mm时,齿面最 大啮合刚度由1.225×10⁶N/mm逐渐减小至1.192×10⁶N/mm。 侧隙量对最大刚度的影响系数为侧隙每增加1mm,刚度下 降 6.6×10⁴N/mm_o

为验证本文小侧隙薄辐板齿轮有限元计算程序的精确 性,采用商用软件对小侧隙薄辐板齿轮啮合刚度进行计算。 表2为自主开发的有限元程序与Romax计算结果的对比, 由于本文采用基于有限元原理的方法计算齿面刚度,相对 于部分商用软件在考虑辐板等结构参数计算刚度方面更具 有准确性,尤其当辐板厚度、侧隙等参数较小时。





Fig. 9 Meshing stiffness of different backlash gear from approach to recess

3.2 辐板对啮合刚度的影响分析

设计正交试验以获得辐板厚度、齿宽与轮缘厚度对齿轮啮合刚度的影响。表3为正交试验数据,试验有三个因子,8个试验。为得到精确的分析结果,试验中设置了两个 仿行,总试验数为22次。其中辐板厚度的试验范围为5~ 50mm,齿宽试验范围为5~30mm,并且认为算例的实际齿宽 为辐板厚度与齿宽之和,轮缘厚度试验范围为5~50mm。从 图 10的分析可知,对齿面啮合刚度影响程度由大至小的单 因素结构参数分别为辐板厚度、齿宽与轮缘厚度,对应的每 单位厚度变化对最大啮合刚度的影响分别为 0.0213×10⁶, 0.0199×10⁶,0.0036×10⁶。

表2 本文程序与Romax 仿真结果对比

Table 2 Calculation comparison of self-developed program and Romax simulation

	算例1	算例2	算例3	算例4	算例5	算例6
齿厚/mm	60	60	60	60	60	10
侧隙/mm	0	0.25	0.5	0.5	0.5	0.25
辐板厚度/mm	10	10	10	30	60	10
自主开发程序的最大刚度/(N/mm)	1.235×10 ⁶	1.201×10 ⁶	1.173×10 ⁶	1.241×10 ⁶	1.31×10 ⁶	2.21×10 ⁵
Romax计算的最大啮合刚度/(N/mm)	1.3968×10 ⁶	1.3346×10 ⁶	1.2747×106	1.2747×106	1.2747×106	2.2243×105
误差 对比/%	11.5	9.96	7.93	2.67	2.82	6.25

表3 正交试验数据 Table 3 Orthogonal test data

	辐板	the obset	轮缘	最大刚度/	
	厚度/mm	齿苋/mm	厚度/mm	(N/mm)/×10 ⁶	
1	50.0	30.0	5.0	1.5074	
2	50.0	5.0	50.0	1.1883	
3	5.0	30.0	50.0	0.7496	
4	50.0	5.0	5.0	1.1129	
5	5.0	30.0	5.0	0.5574	
6	5.0	5.0	5.0	0.1828	
7	27.5	17.5	27.5	0.9796	
8	5.0	5.0	50.0	0.2082	
9	50.0	30.0	50.0	1.7973	
10	27.5	17.5	27.5	1.0063	
11	27.5	17.5	27.5	1.1869	
12	50.0	5.0	50.0	1.1868	
13	50.0	30.0	5.0	1.5117	
14	5.0	30.0	5.0	0.5699	
15	5.0	5.0	50.0	0.2084	
16	5.0	5.0	5.0	0.1790	
17	27.5	17.5	27.5	0.9398	
18	27.5	17.5	27.5	0.9796	
19	27.5	17.5	27.5	0.9399	
20	50.0	30.0	50.0	1.7973	
21	50.0	5.0	5.0	1.1856	
22	5.0	30.0	50.0	0.9549	

从图11的分析可发现,齿宽越大,轮缘厚度对齿面最 大啮合刚度的增益效果最为显著;轮缘厚度越大,辐板厚度 的增加对齿面最大刚度呈现微小的增加趋势;轮缘厚度越 大,齿宽的增加对齿面最大啮合刚度几乎不产生影响。

综上,对齿面最大啮合刚度影响最显著的是辐板厚度, 齿宽次之,轮缘最小。

为计算考虑侧隙及辐板结构的齿轮啮合刚度,常采用 正齿轮啮合刚度计算模型^[21-22],假设啮合时的齿轮转角 ξ 为 $\xi_{inn} \leq \xi \leq \xi_o = \xi_{inn} + \varepsilon_j$,计入齿轮结构参数的啮合刚度可由近似计 算方程得到:

$$K_{jM}(\xi) = K_{\max} \cos\left(b_o\left(\xi - \xi_m\right)\right) \tag{14}$$

$$K_{\max} = k_0 \times (1 + k_B(b_j, b_L, b)) - k_j \times j_{\text{wt}} \times b$$
(15)

$$b_o = \left[\frac{1}{2}\left(1.11 + \frac{\varepsilon_j}{2}\right)^2 - 1.17\right]$$
(16)

$$\xi_m = \xi_{inn} + \frac{\varepsilon_j}{2} \tag{17}$$

式中: K_{jM} 为计入侧隙后的啮合刚度; K_{max} 为最大刚度; k_0 为 无侧隙时的啮合刚度;b为齿宽; b_f 为辐板厚度; b_L 为轮缘厚 度; j_{vt} 为侧隙量; ε_i 为计入侧隙的重合度。



3.3 侧隙对齿间载荷分配的影响分析

由于侧隙的加入,重合度 ε_j减小,单齿啮合区域增大, 齿间载荷分配也会发生变化,如图 12 所示。载荷分配发生 变化的几何原因是侧隙增加而导致齿轮需要比无侧隙多转 过一个角度,从而造成啮合角的变化。

采用表1的齿轮参数作为算例,由于载荷分配与齿面 综合啮合刚度以及齿轮几何结构有关,这里可以直接推导 出对于渐开线直齿轮较为通用的齿面载荷分配受侧隙变化 影响大小,即侧隙量每增加1mm,齿间载荷分配中的单齿 啮合段即载荷分配为100%的部分增加了26%。

3.4 多参数影响的薄辐板齿轮准静态传递误差分析

准静态传递误差(quasi-static transfer error,QSTE)可以 定义为输出齿轮实际位置与理想位置沿啮合线方向上的差



距,QSTE的计算公式已有研究人员[23-24]推导得出:

 $QSTE = \boldsymbol{W}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}_{\mathrm{S}}(\tau) + \mathrm{NLTE}(\tau)$ (18)

式中:NLTE(τ)为空载传动误差;X_s(τ)为转速为0时模型的 广义位移矢量;W^T为主从动轮扭转自由度对应的投影 矢量。

为计算传动过程中的QSTE,将转角为ζ时齿轮的受载 变形定义为δ(ζ):

$$\delta(\xi) = \frac{F(\xi)}{K_{M}(\xi)}$$
(19)

考虑到啮合突变部分弹性变形的影响,将 δ_{G} 为啮入啮 出瞬间的轮齿的变形量。此时总啮合力计算公式为:

$$F_T = \sum_i K_{jM}(\xi + i)(\delta(\xi) - \delta_G(\xi + i))$$
(20)

由式(20)可以计算出QSTE,如式(21)所示:





$$\varphi_{\text{QSTE}}(\xi) = \frac{\delta(\xi)}{r_{b2}} = \frac{1}{r_{b2}} \frac{F_T + \sum_i K_{jM}(\xi + i) \delta_G(\xi + i)}{\sum K_{jM}(\xi + i)}$$
(21)

准静态传递误差形变误差为:

$$QSTE(\xi) = \frac{F_T + \sum_i K_{jM}(\xi + i) \delta_G(\xi + i)}{\sum K_{jM}(\xi + i)}$$
(22)

式中: r_{b2} 为大轮半径; F_{T} 为总啮合力;i为啮合齿对数; K_{jM} 为 计入侧隙后的啮合刚度; δ_{G} 为齿面弹性变形。

侧隙量的增加导致QSTE峰值以及重合度的增加,由 图13可以直观看出QSTE最大值变大的同时,误差峰值时 间变长。齿宽大小对齿面刚度的影响与辐板厚度相近,但 是齿宽的减小会使得在总啮合力不变的情况下,单位齿宽 上的载荷变大,齿根弯曲与齿面变形相应变大,导致QSTE 增大。

QSTE的产生源于齿面弹性变形与齿根弯曲应力等,由于侧隙与齿轮结构参数的影响,齿面刚度下降,齿面接触变

形与齿根弯曲程度增加。尤其当主动轮接触位置在齿顶位 置时,齿根弯曲程度变大,QSTE峰值变大,啮出时间延后。 这就解释了QSTE曲线在侧隙加入后,右侧QSTE增量增 大,峰值时间延长。

4 结束语

本文从齿轮啮合原理与有限元理论出发,建立了小侧 隙薄辐板齿轮啮合刚度与准静态传递误差的计算方法,主 要结论包括:

(1)推导了计入侧隙的齿轮啮合刚度计算方法,计算并分析了侧隙参数对刚度的影响规律,随着侧隙的增加,啮 合点向齿根偏移,重合度下降,齿轮刚度逐渐减小。

(2)依据有限元原理建立了小侧隙薄辐板齿轮啮合刚 度计算方法并进行了验证,通过正交试验发现对齿面啮合 刚度影响程度由大至小的结构参数分别为侧隙、辐板厚度、 齿宽与轮缘厚度。





(3)构建了考虑侧隙与辐板参数的准静态传递误差计 算公式,比较了各参数对准静态传递误差的影响,影响程度 由大至小为齿宽、侧隙、辐板厚度与轮缘厚度,为进一步的 动力学分析奠定了基础。

参考文献

- 于劲松, 刘浩, 张平, 等. 航空机电作动器健康管理验证系统 研究[J]. 计算机测量与控制, 2014,22(6):1835-1838.
 Yu Jinsong, Liu Hao, Zhang Ping, et al. Research on health management verification system of aviation electromechanical actuator [J]. Computer Measurement and Control, 2014,22(6): 1835-1838. (in Chinese)
- [2] 孙欢庆. 基于多电技术的民用飞机舱门电作动器研究[J]. 航

空科学技术, 2014, 25(11):14-18.

Sun Huanqing. Research on electric actuator of civil aircraft door based on multi-electric technology[J]. Aeronautical Science & Technology, 2014,25(11):14-18. (in Chinese)

- Benarous M, Panella I. Flap system power drive unit (PDU) architecture optimisation[J]. The Journal of Engineering, 2019 (17):3500-3504.
- [4] 刘锦涛. 襟缝翼控制运动机构及特点分析[J]. 中国科技纵横, 2014(13):286-287.

Liu Jintao. Motion mechanism and characteristic analysis of flat flat control[J]. China Science and Technology Review, 2014(13):286-287. (in Chinese)

[5] 于斌, 温力, 刘芳, 等. 基于 Ansys 的伺服作动器壳体工程分 析与应用[J]. 航天制造技术, 2015(6):23-25.

Yu Bin, Wen Li, Liu Fang, et al. Engineering analysis and application of servo actuator shell based on ANSYS[J]. Aerospace Manufacturing Technology, 2015(6): 23-25. (in Chinese)

[6] 陶栋材. 薄轮辐齿轮传动啮合刚度计算分析[J]. 湖南农学院 学报, 1995(3):287-292.

Tao Dongcai. Calculation and analysis of meshing stiffness of thin spoke gear transmission [J]. Journal of Hunan Agricultural College, 1995(3):287-292. (in Chinese)

[7] 江波. 薄轮缘辐板齿轮结构的有限元分析研究[D]. 西安: 西 北工业大学, 2006.

Jiang Bo. Finite element analysis of gear structure of thin flanged spoke plate [D]. Xi' an: Northwestern Polytechnical University, 2006. (in Chinese)

- [8] Marunić G. Effects of rim and web thickness on gear tooth root, rim and web stresses[J]. Key Engineering Materials, 2008,385-387:117-120.
- [9] Marunić G. Rim stress analysis of thin-rimmed gear[J]. Key Engineering Materials, 2007, 348-349:141-144.
- [10] Brůžek B, Leidich E. Numerical simulation of stresses in thinrimmed spur gears with keyway[J]. Acta Polytechnica, 2003, 43(5):47-53.
- [11] Li Shuting. Contact stress and root stress analyses of thinrimmed spur gears with inclined webs[J]. Journal of Mechanical Design, 2012, 5(134):1-13.
- [12] Li Shuting.Deformation and bending stress analysis of a three-

dimensional, thin-rimmed gear[J]. Journal of Mechanical Design, 2002, 124(1): 129-135.

- [13] Li Shuting. Gear contact model and loaded tooth contact analysis of a three-dimensional, thin-rimmed gear[J]. Journal of Mechanical Design, 2002, 124(3):511-517.
- [14] Liu Bingdong, Gao Zhihui, Li Keke. Backlash analysis of spur gear drive based on form and position Errors[C]// International Conference Machinery, Electronics and Control Simulation, 2014:3-6.
- [15] Yu Li, Wang Guangjian, Zou Shuaidong. The experimental research on gear eccentricity error of backlash-compensation gear device based on transmission error[J]. International Journal of Precision Engineering and Manufacturing, 2018, 19 (1):5-12.
- [16] 张磊磊, 范元勋. 齿轮侧隙对齿轮传动精度的影响分析[J].
 机床与液压, 2017,45(17):114-116.
 Zhang Leilei, Fan Yuanxun. Analysis of influence of gear backclearance on gear transmission accuracy [J]. Machine Tool & Hydraulics, 2017,45(17):114-116. (in Chinese)
- [17] Park C I. Dynamic behavior of the spur gear system with time varying stiffness by gear positions in the backlash[J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2020, 34(2):565-572.
- [18] 刘海年,栾旭,李昌红,等.军用航空发动机成附件研制程序研究[J].航空科学技术,2018,29(9):48-52.
 Liu Hainian, Luan Xu, Li Changhong, et al. Research on development program of military aero-engine accessories [J].
 Aeronautical Science & Technology, 2018, 29(9): 48-52. (in Chinese)
- [19] 刘伟平. 人字齿星型齿轮传动系统动态效率研究[D]. 南京. 南京航空航天大学, 2017.

Liu Weiping. Research on dynamic efficiency of herringtooth star gear transmission system [D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2017. (in Chinese)

- [20]《航空发动机设计手册》总编委. 航空发动机设计手册:第12 册[M]. 北京:航空工业出版社, 2002.
 The General Editorial Board Compilates the Aircraft Engine Design Manual. The Aircraft Engine Design Manual Volume 12 [M]. Beijing: Aviation Industry Press, 2002. (in Chinese)
- [21] Sánchez M B, Pleguezuelos M, Pedrero J I. Approximate equations for the meshing stiffness and the load sharing ratio of

spur gears including hertzian effects[J]. Mechanism and Machine Theory, 2017, 109:231-249.

[22] 贾涛,南盟.基于滑毯式货运系统同步性的传动分系统刚度 计算方法研究[J].航空科学技术,2018,29(4):42-46.

Jia Tao, Nan Meng. Study on stiffness calculation method of transmission sub-system based on synchronization of sliding blanque freight system[J]. Aeronautical Science & Technology, 2018, 29(4):42-46. (in Chinese)

- [23] Sánchez M B, Pleguezuelos M, Pedrero J I. Influence of profile modifications on meshing stiffness, load sharing, and trasnsmission error of involute spur gears[J]. Mechanism & Machine Theory, 2019, 29:506-525.
- [24] Pleguezuelos M, Sánchez M B, Pedrero J I. Control of transmission error of high contact ratio spur gears with symmetric profile modifications[J]. Mechanism and Machine Theory, 2020, 149:103839.

Calculation Method of Meshing Stiffness and Quasi-static Transmission Error of Small Backlash and Thin-Spoke Gear

Cao Xuechen¹, Lu Fengxia¹, Wu Xia², Shi Beibei²

1. National Key Laboratory of Science and Technology on Helicopter Transmission, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China

2. Aviation Key Laboratory of Science and Technology on Aero Electromechanical System Integration, Nanjing 210001, China

Abstract: Backlash compensation is a research hotspot in the field of high precision gear transmission. Large backlash would lead to poor transmission stability, while small backlash would result in non-working face interference of the gear. Combined with the characteristics of the thin-spoke aviation gear, structure parameter calculation method is proposed according to geometric relation of small backlash and transmission accuracy of chain. Based on finite element theory, the meshing stiffness model of small backlash and thin-spoke gear is established. The effects of parameters on meshing stiffness are analyzed through orthogonal experiment, furthermore meshing stiffness calculation model is obtained using radial basis function neural network which would provide technical support for rapid perdiction of small backlash and thin-spoke gear.

Key Words: backlash; thin-spoke; finite element; meshing stiffness; orthogonal experiment; quasi-static transfer error