基于机构随机振动分析的载荷谱 非参数上限统计归纳方法对比研究



冯志杰1,肖慧婷2,杨永锋2

1.航空工业航宇救生装备有限公司 航空防护救生技术航空科技重点实验室,湖北 襄阳 441000
 2.西北工业大学,陕西 西安 710072

摘 要:基于随机振动分析,本文研究了机构部件在振动环境下动力学响应的获取方法。针对传统参数归纳法仅适用于服 从正态分布数据集归纳的问题,采用了非参数上限统计归纳方法对不服从正态分布的机构部件不同测点响应数据集进行归 纳。基于估计量的无偏性和有效性,比较了不同方法得出估计量的优劣性。以某型弹射座椅椅载设备为例,对弹射座椅进 行了动力学分析,获取了程序控制器不同测点位置的响应,并对其进行了统计归纳,最终得出了不同非参数上限统计归纳方 法所适用的情况。

关键词:随机振动;非参数上限统计;弹射座椅;无偏性;有效性

中图分类号:V268.2

文献标识码:A

机构在使用过程中会受到各种因素的影响,其中振动 环境会影响机构关键部件的使用寿命,甚至影响整个机构 的安全性及可靠性。而载荷谱作为机构关键部件疲劳寿命 及环境可靠性研究的重要组成部分,能否对其进行正确的 数据处理与编制,对于保障整个机构的安全性及可靠性具 有十分重要的意义。

李雷^[1]等建立了某型弹射座椅的有限元计算模型,提 出了飞机弹射座椅振动响应的有限元计算方法。基于该方 法,冯志杰^[2]等对某型飞机弹射座椅椅载设备进行了随机 振动仿真研究,获取了椅载设备两个不同测点处的振动载 荷谱,并对其进行数据归纳。当选取少量测点对振动数据 进行归纳时,出现偶然误差的概率较大,可能导致得到的载 荷谱过考核或欠考核,因此需对部件多个测点响应进行归 纳分析。丰志强^[3]等针对飞机机载设备在振动环境可靠性 试验剖面的编制需要,依据标准对机载设备振动试验数据 进行了归纳。田永卫^[4]等对某型飞机多个舱位和主要结构 部位进行了振动量值的飞行实测,并对多个不同测点的试 验数据采用参数归纳法进行了数据处理。依据GJB 150A

DOI: 10.19452/j.issn1007-5453.2022.07.014

据集¹⁵,但由于测点位置的选取可能会影响响应数据集概 率分布情况,因此当测得的数据集总体不完全服从正态分 布时,参数归纳法便不再适用,应采用非参数归纳法处理不 同测点数据。

本文对于机构部件载荷谱获取方法进行了研究,首先 对机构进行随机振动分析,然后提取机构关键部件上不同 测点的响应数据,再通过非参数上限统计归纳方法处理响 应数据。基于有效性和无偏性分析,评价了不同归纳方法 的载荷谱归纳结果,最终得出较优的机构关键部件载荷谱 归纳结果,为后续关于部件的可靠性及寿命的研究提供 帮助。

1 机构部件动力学响应获取方法研究

若直接将机构安装位置载荷谱作为关键部件安装位置 处的载荷谱对部件进行动力学研究^[6-7],则不能考虑从激励 输入点到关键部件之间的传力路径,因此提出更符合实际 的机构关键部件载荷谱获取方法^[8-12]。

将机构安装位置处的载荷谱作为机构载荷谱,对机构 进行随机振动仿真分析,提取关键部件安装位置附近不同

收稿日期: 2022-01-15;退修日期: 2022-03-11;录用日期: 2022-04-14 基金项目: 航空科学基金(20182953025)

引用格式: Feng Zhijie, Xiao Huiting, Yang Yongfeng. Comparative study on non-parametric upper limit statistical induction of load spectrum based on random vibration response of mechanism[J]. Aeronautical Science & Technology, 2022, 33(07): 120-126. 冯志杰, 肖慧 婷, 杨永锋. 基于机构随机振动分析的载荷谱非参数上限统计归纳方法对比研究[J]. 航空科学技术, 2022, 33(07): 120-126.

测点处的响应,对不同测点处的响应进行归纳包络,将归纳 后的曲线作为关键部件的载荷谱,以探究关键部件在振动 环境下的动力学响应及寿命等。机构关键部件载荷谱获取 过程如图1所示。

随机振动的计算过程包括两个阶段^[13]:(1)计算系统响 应特性,在时域内用脉冲响应函数*h*(*t*)表示,在频域内用复 频响函数*H*(*ω*)描述,其物理意义为系统响应与激励之比; (2)通过系统响应特性和随机激励计算功率谱密度矩阵 *S_{xx}*(*ω*)。



Fig.1 Load spectrum acquisition process of key components of mechanism

通过随机振动分析得到关键部件不同测点的响应后, 对结果进行归纳。以往在对机构关键部件响应数据进行处 理时,直接用仿真或实测的某一个点或某两个点的包络作 为关键部件的载荷谱^[1-2]。取点数目较少时,得到的部件载 荷谱不够准确,因此需对关键部件多个测点响应进行归纳 研究。

2 振动数据归纳方法研究

GJB 150A 的 18A^[5]中规定了 5 种数据集上限的统计分 析方法,包含两种参数上限统计估计方法和三种非参数上 限统计估计方法。两种参数上限统计估计方法分别是正态 单边容差上限法(NTL)和正态预测上限法(NPL);三种非参 数上限统计估计方法分别是包络上限法(ENV)、无验前分 布容差上限法(DFL)和经验容差上限法(ETL)。参数上限 统计法适用于满足正态分布或者经转化后满足正态分布的 数据集,而非参数上限统计法适用于不满足正态分布或者 转化后不满足正态分布的数据集。在对部件不同测点响应 进行数据归纳时,测点位置的选取会影响数据集分布,因此 采用非参数上限统计方法归纳部件不同测点数据集。

2.1 ENV法

ENV法的计算方法为选取数据集中最大估计值作为 最大上限,以谱曲线一个频段上的谱线作为研究对象,所有 样本在该段谱线上的容差上限为

$$\operatorname{ENV}(N) = \max\left\{x_1, x_2, \cdots, x_N\right\}$$
(1)

式中:N表示数据集的样本容量,x_i表示第*i*个样本的谱 线值。

该方法计算简单,忽略了样本的分布特性,无法给出超 过该值的概率。当估计集有异常的情况下,包络上限法可 能过于保守,对于谱线带宽也很敏感。

2.2 DFL法

DFL法计算方法同ENV法一致,取数据集的最大值作为上限估计值,但不同于ENV法的是,DFL法引入了置信度和覆盖率。

$$DFL(N, \beta, \gamma) = \max\{x_1, x_2, \cdots, x_N\}$$
(2)

式中: β 表示覆盖率, γ 表示置信度。用 x_{β} 代表数据集样本的真实上限,则数据集样本小于 x_{β} 的概率为 β ,即

$$P(x_i < x_\beta) = \beta \tag{3}$$

若要使样本中的最大值*x*_{max}小于*x*_β,则数据集中每一个 样本都应小于*x*_β。每个样本之间相互独立,故有

$$P(x_{\max} < x_{\beta}) = \prod_{i=1}^{N} P(x_i < x_{\beta}) = \beta^{N}$$

$$x_{\max} \ge x_{\beta} \text{ in } \mathbb{K} \cong \mathcal{H}$$

$$(4)$$

$$P\left(x_{\max} \ge x_{\beta}\right) = 1 - \beta^{N} = \gamma$$
(5)

工程中通常使用的置信度至少为50%,覆盖率为 95%^[11]。若要使估计上限置信度 $\gamma \ge 50\%$ 且 $\beta = 95\%$,由式 (5)计算得 $N \ge 14$;若要保持置信度大小不变,取覆盖率较 大时($\beta > 0.95$),计算所需的样本数量较大。

2.3 ETL法

经验容差上限一般表示为ETL(β)。假设共有N个测 量点,每个测量点的输出响应谱曲线有M段谱线,则总数据 集中共包含NM个样本

$$m_{j} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} x_{ij}$$
(7)

式中: *j* = 1, 2, …, *M*, *i* = 1, 2, …, *N*, *m_j*表示第*j*段谱线的样本均值。在*M*段谱线上构造的正则化估计集为

$$\{u\} = \begin{cases} u_{11}, u_{12}, \cdots, u_{1M} \\ u_{21}, u_{22}, \cdots, u_{2M} \\ \cdots \\ u_{N1}, u_{N2}, \cdots, u_{NM} \end{cases} \qquad u_{ij} = \frac{x_{ij}}{m_j}$$
(8)

将正则化估计集{u}中所有数据按从升序排列,数据集 中第k个元素以u(k)来表示。构造{u}的经验分布函数F_N

$$F_N(u(k)) = \frac{k}{NM} \tag{9}$$

取覆盖率为β时,有

$$\beta = \frac{\kappa}{NM}, \quad 0 < \beta \le 1 \tag{10}$$

采用经验分布函数 F_N 代替实际分布函数F,取覆盖率 为 β ,由式(9)计算得k值,用u(k)作为容差上限 u_β 的估计 值。每段谱线上的经验容差上限为

$$\operatorname{ETL}(\beta) = u_{\beta}m_{j} = x_{\beta j}, \ j = 1, 2, \cdots, M$$
(11)

取置信度为50%,此时*x_{βj}*表示在第*j*段谱线上,EBL(β) 以50%的置信度超过所有值的100β%。若选择大于*x_β*的 值,置信度会增加。当样本容量*N*达到一定要求时,不同频 率分辨率带宽上的正则化估计集应服从同一分布。

ETL 法是根据整个频带分布计算各频率段谱线上的容差上限,因此可以消除一些偶然因素带来的误差,可以得到相对稳定的结果,但其样本量通常应大于10^[10]。

3 上限估计方法优劣性评价

不同方法归纳得到的载荷谱必然存在优良之分,故需 要评价哪个估计方法相对较好。评价标准主要有无偏性评 价和有效性评价。(1)无偏性评价:对于真实容差上限 θ ,其 估计量 $\hat{\theta}$ 满足 $E(\hat{\theta}) = \theta$,则称估计量 $\hat{\theta}$ 为真实容差上限 θ 的 无偏估计量。(2)有效性评价:设总体 $X \sim F(x; \theta)$,对于真实 容差上限 θ 的两个无偏估计量 $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2,$ 如果 $D(\hat{\theta}_1) < D(\hat{\theta}_2)$,则 $\hat{\theta}_1$ 比 $\hat{\theta}_2$ 有效。

本文通过对不同归纳方法得到的载荷谱结果的有效性 和无偏性评价,对比分析归纳结果的优良性。取总样本容 量为N,将每段谱线样本按样本观测值升序排列,取第 95%N个样本作为总体覆盖率为95%的理论上限。基于无 偏性和有效性,评价各方法得到的容差上限估计量的优劣 性。当各容差上限估计量均值越接近理论上限,方差越小, 则说明该方法估计得到的载荷谱越接近真实工况。

4 实例分析

以某型弹射座椅为例,通过有限元分析获得仿真结果,将 椅载关键设备安装位置不同测点处的响应结果进行载荷谱归 纳。能准确获得人椅系统弹射座舱的各种参数是提高救生性 能的关键^[12],但在紧急状况下弹射座椅帮助飞行员顺利出舱的 首要前提是保证弹射座椅关键设备在飞机正常飞行过程中的 安全性和可靠性。采用程序控制器作为弹射座椅关键部件, 讨论不同数据归纳方法得到的载荷谱归纳结果的优良性。

4.1 模型建立及响应计算

以保证主结构完整性、传力路径不变为原则,对某型飞 机弹射座椅模型零部件进行简化。该型飞机弹射座椅主要 材料为铝合金,其各项材料参数见表1。

表1 材料参数

Table 1 Material parameters

材料名称	弹性模量/GPa	密度/(kg/m ³)	部件	
30CrMnSiA	196	7750	弹射内筒、滑块	
7A04-T6	71	2850	其他	

座椅激励谱是通过加速度传感器实测得到,再根据 GJB 150^[5]中相关规定对试验数据归纳处理得到。以某型 弹射座椅振动耐久垂向载荷谱为例进行计算分析,载荷曲 线如图2所示。



完成有限元模型处理后,先对模型进行频率响应分析 获取频响函数,再对其进行随机响应分析,获取测点处振动 响应。在程序控制器安装位置附近各取900个节点作为响 应输出测点,座椅简化模型及程序控制器安装位置如图3 所示。

4.2 正态性检验

当谱密度曲线样本的每个频率分辨率带宽数据集服从 正态分布时,加速度均方根值(RMS)也近似服从正态分 布^[10]。各测试点的加速度RMS值可由式(12)计算

$$\text{RMS} = \sqrt{\sum_{j=1}^{n} G_j \Delta f_j}, \ j = 1, 2, \cdots, M$$
(12)

式中:G_i和 Δf_i 分别为第 j个谱线上的谱密度和频率带宽。

加速度 RMS 值的分布特性可以反映信号的采样点数、 平均值和方差,因此可以通过对不同测点 RMS 值的分布研 究谱密度曲线样本是否服从正态分布。分别绘制程控器安 装位置不同测点处振动响应的加速度均方根值 Q-Q 图和 直方图,如图4 和图5 所示。



Fig.3 Ejection seat simplified model and installation position of program controller







通过程控器安装位置附近不同测点处的加速度 RMS 值 Q-Q 图和直方图,可判断该谱密度曲线集不完全满足正 态分布,因此需对其进行非参数上限统计归纳。

4.3 归纳结果

对于 ENV、DFL法,计算方法较为简单,按照第2节所 述连接各段谱线上最大值,最终得到载荷归纳谱;ETL方法 需将各个测试点的所有频段上的谱线数据提取出来作为估 计集,依据式(6)将所有样本值进行正则化,得到正则化估 计集,对该正则化估计集取覆盖率为β = 95%,利用式(9)~ 式(11)计算得到每段谱线宽上的经验容差上限值,终得到 95% 覆盖率下的载荷归纳谱。采用 ENV、DFL 和 ETL 方法 绘制得到的归纳曲线如图 6~图8所示。









图6和图7中的载荷归纳谱一样,原因是ENV法和DFL 法计算容差上限估计值的方法是一样的。两种方法的区别 在于DFL法引入了参数置信度和覆盖率,可以通过样本容量 和其中一个参数计算另一个参数。在本文后面讨论中将 ENV法和DFL法归并讨论。对比ENV/DFL法和ETL法的



Fig.8 The spectrum curve induced by ETL method

归纳结果(见图9)可看出,由于ETL法考虑了整个频率范围 内的分布,消除了一部分由取点位置随机性等因素产生的谱 线值波动,导致其在峰值点的上限估计值均小于ENV/DFL 法峰值点的上限估计值。为了验证计算的准确性,对比参考 文献[2]中的试验结果与ETL法归纳结果(见图10)可看出, 试验结果与归纳结果幅值及趋势基本一致。计算得归纳谱 加速度RMS=4.8844g,试验测得加速度RMS= 5.0893g,计算 得误差为4.02%。







4.4 归纳结果优劣性评价

对三种方法的归纳结果进行无偏性和有效性评价。取 总体样本容量N为900,按升序排列各谱线值,取第855个 数据(95%覆盖率)作为理论上限值。样本容量分别设定为 5、13、30、45、60、75和90,每个容量下重复抽样10次,计算 10次抽样的载荷谱归纳结果的均值和方差。载荷谱线的加 速度RMS值能反映信号的平均能量,峰值点的波动大小能 反映载荷对机构部件的破坏性强弱,因此取载荷谱线的加





速度 RMS 值和峰值 f = 62.78Hz 处的归纳结果作为讨论对 象进行优良性评价。首先分别计算各样本容量 10次抽样 归纳结果的均值和方差,然后将计算所得均值除以理论上 限进行归一化处理。计算得到的结果见表 2~表 5,对比不 同归纳方法得到的峰值点和加速度 RMS 值的归一化均值 及方差可以发现:(1)无论是对于峰值点还是加速度 RMS 值,ENV/DFL法得到的归纳结果随着样本容量的增加,归 一化平均值不断增加,且方差波动幅度较大,无法趋于稳 定;(2)ETL法由于考虑了各测点每段谱线整体分布,其归 纳结果消除了一部分波动。所以随样本量增加,其归纳结 果的归一化均值变化幅度较小,方差逐渐趋于稳定。

综上所述,ETL方法得到的载荷谱归纳结果的无偏性 和有效性均优于ENV/DFL方法得到的归纳结果。

表2 不同抽样次数下各归纳方法在 f=62.78Hz 处的 归一化上限平均值

Table 2 The normalized upper bound mean of each inductive method at f=62.78 Hz under different sampling times

样本容量 5 13 30 45 60 75 90 ENV/DFL 0.9716 1.0387 归一化 1.0127 1.0293 1.0322 1.0463 1.0450 0.9515 0.9739 均值 ETL 0.9365 0.9783 0.9847 0.9860 0.9904

5 结束语

本文建立了一种机构关键部件载荷谱获取方法。首先 对机构进行随机振动分析,获取关键部件测点响应,然后对 响应数据集进行归纳处理,最终得出部件的载荷谱。通过 对比不同归纳方法的理论分析以及实例结果,得出以下结

- 表3 不同抽样次数下各归纳方法在*f*=62.78Hz处的 上限值方差((g²/Hz)²·10⁻⁶)
- Table 3The upper bound variance of each inductive
method at f=62.78 Hz under different

sampling times

样本容量		5	13	30	45	60	75	90
方差	ENV/DFL	11.405	7.6419	8.7948	7.8219	6.8490	5.6298	10.193
	ETL	5.5303	2.6349	0.6257	0.4181	0.7349	0.2844	0.648

表4 不同抽样次数下各归纳方法加速度 RMS 值的 归一化上限平均值

Table 4 The normalized upper bound mean of each inductive method of acceleration RMS under different sampling times

样本容量		5	13	30	45	60	75	90
归一化均值	ENV/DFL	1.0082	1.0149	1.0216	1.0235	1.0233	1.0247	1.0256
	ETL	0.9919	1.0027	1.0092	1.0125	1.0156	1.0168	1.0177

表5 不同抽样次数下各归纳方法加速度 RMS 值的 上限值方差((g²/Hz)²·10⁻⁴)

Table 5 The upper bound variance of each inductive method of acceleration RMS under different sampling times

样本容量		5	13	30	45	60	75	90
方差	ENV/DFL	6.7455	3.6738	2.0204	2.1747	1.1536	3.8973	2.7461
	ETL	2.4045	2.2821	0.6257	0.4181	0.4791	0.2055	0.2134

论:当样本容量N≤13时采用ENV/DFL方法得到的估计结 果波动较大,故采用ENV/DFL法时样本量不宜过小;ETL 方法相对ENV/DFL方法得到的估计结果更稳定,但当样本 量较大时ETL法对于载荷谱波动较小的频段上限估计值较 大,而波动较大的峰值附近其上限估计值较小,因此采用 ETL法时样本量不宜过大。

参考文献

- 李雷,白雅洁,何新党,等.飞机弹射座椅的随机振动响应仿真 与试验对比分析[J]. 兵器装备工程学报,2019,40(3):227-231.
 Li Lei, Bai Yajie, He Xindang, et al. Random response simulation of ejection seat and comparison with test[J].Journal of Ordnance Equipment Engineering, 2019, 40(3): 227-231. (in Chinese)
- [2] 冯志杰,宋亚丽,王海云,等.飞机弹射座椅椅载设备载荷谱获
 取方法研究[J].航空科学技术,2019,30(11):62-68.
 Feng Zhijie, Song Yali, Wang Haiyun, et al. Research on the

acquisition method of load spectrum of equipment for aircraft ejection sea[J]. Aeronautical Science & Technology, 2019, 30 (11):62-68. (in Chinese)

[3] 丰志强,阎楚良,张书明.飞机机载设备振动环境谱的数据处 理与编制[J].航空学报,2006,27(2):289-293.

Feng Zhiqiang, Yan Chuliang, Zhang Shuming. Data processing and compilation of vibration environmental spectrum for aircraft airborne equipment[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica,2006, 27(2):289-293. (in Chinese)

- [4] 田永卫,闫楚良,张书明,等.飞机随机振动环境实测试验数据的归纳方法[J].振动.测试与诊断, 2014(6):1129-1133.
 Tian Yongwei, Yan Chuliang, Zhang Shuming, et al. Inductive method of flight test data measured from aircraft random vibration environment[J]. Vibration. Measurement & Diagnosis, 2014(6):1129-1133. (in Chinese)
- [5] GJB 150A—2009. 军用装备实验室环境试验方法振动试验
 [S].北京:中国标准出版社,2009.
 GJB 150. A—2009. Environmental test method for military equipment laboratory vibration test [S]. Beijing: Standards Press of China,2009.(in Chinese)
- [6] 郁嘉,林贵平,吴铭.弹射座椅减速性能的数值仿真计算[J].航 空学报,2006,27(6):1033-1038.

Yu Jia, Lin Guiping, Wu Ming. Effects of wind on life-saving performance of ejection seat[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2006,27(6):1033-1038. (in Chinese)

- [7] 刘富,童明波,宋杰,等.带稳定板装置弹射座椅偏航稳定性能研究[J].空气动力学学报,2010, 28(2):203-207.
 Liu Fu, Tong Mingbo, Song Jie, et al. Study on yaw stability of ejection seat with stabilizer plate device[J]. Journal of Aero Dynamics, 2010, 28(2): 203-207. (in Chinese)
- [8] 季享文.阻力伞锁振动载荷仿真研究[J].测控技术,2016,35 (增刊):56-59.

Ji Xiangwen. Research on vibrating load simulation of landing deceleration parachute lock[J]. Measurement and Control Technology, 2016, 35(S1): 56-59. (in Chinese)

 [9] 王瑞臣,蔡汉文,崔秉贵,等.工程结构随机振动响应谱分析研 究[J].北京理工大学学报,1998, 18(1): 105-109.
 Wang Ruichen, Cai Hanwen, Cui Binggui, et al. Research on

random vibration response spectrum analysis of engineering structure[J]. Transaction of Beijing Institude of Technology, 1998, 18(1): 105-109. (in Chinese)

[10] 刘乃奇.随机振动环境测量数据归纳方法研究[D].南京:南 京航空航天大学,2014.

Liu Naiqi. Research on the inductive methods of the measured data of random vibration environment [D]. Nanjing : Nanjing University of Aeronautics and Astronautics,2014. (in Chinese)

[11] 张玉梅,韩增尧,邹元杰.航天器随机振动和噪声试验条件设 计方法[J].航天器环境工程,2012,29(2):163-164. Zhang Yumei, Han Zengyao, Zou Yuanjie. Specifications for random vibration and acoustic tests[J]. Spacecraft Environmental Engineering, 2012,29(2):163-164. (in Chinese)

- [12] 周昊,宋亚丽,冯志杰,等.基于 ADAMS 的弹射座椅弹射出舱 姿态研究[J].航空科学技术,2021,32(2):66-73.
 Zhou Hao, Song Yali, Feng Zhijie, et al.Research on ejection attitude of ejection seat based on adamS[J].Aeronautical Science & Technology,2021,32(2):66-73. (in Chinese)
- [13] 袁修开, 赵超帆, 郑振轩,等. 典型螺栓连接件的随机振动多 模型灵敏度分析[J]. 航空科学技术, 2022, 33(1):119-125.
 Yuan Xiukai, Zhao Chaofan, Zheng Zhenxuan, et al. Aeronautical Science and Technology,2022,33(1):119-125.(in Chinese)

Comparative Study on Non-Parametric Upper Limit Statistical Induction of Load Spectrum Based on Random Vibration Response of Mechanism

Feng Zhijie¹, Xiao Huiting², Yang Yongfeng²

1. Aviation Key Laboratory of Science and Technology on Life-Support Technology, AVIC Aerospace Life-Support Industries, LTD., Xiangyang 441000, China

2. Northwestern Polytechnic University, Xi' an 710072, China

Abstract: Based on random vibration analysis, the method of obtaining dynamic response of mechanism components under vibration environment is studied. Considering the traditional parametric induction method is only suitable for data sets that follow normal distribution, the non-parametric upper limit statistical inductive method is utilized to summarize the response data sets of different measuring points on the mechanism components that do not subject to normal distribution. Unbiasedness and validity of the estimators are adopted to compare the advantages and disadvantages of the estimators obtained by different inductive methods. Taking a certain type of ejection seat as an example, the dynamic analysis of the ejection seat is carried out, the responses of different points of the program controller are obtained, and the obtained responses are summarized. Finally, the applicable situations of different inductive methods are provided.

Key Words: random vibration; non-parametric upper bound statistics; ejection seat; unbiasedness; effectiveness