

基于MEMS的航空压力传感器 结构力学分析



何毓铭¹, 徐雅洁¹, 朱江², 李述林¹

1. 航空工业南京机电液压工程研究中心, 江苏 南京 211100

2. 中国空军试飞局, 陕西 西安 710000

摘 要: 基于应力驱动的两相局部/非局部积分模型, 研究了航空压力传感器中的微尺度欧拉梁的力学特性。通过将本构方程转换为 Volterra 积分方程, 再利用拉普拉斯变换可得到积分—微分方程的一般解, 最后通过边界条件和约束方程可以获得微尺度欧拉梁在不同边界条件下的弯曲解析解和弯曲数值解。对于屈曲和自由振动问题, 通过求线性齐次方程组的非零解可以获得屈曲载荷和振动频率, 无量纲化结果可以表明一致的强化效应, 即不同边界条件下, 随着非局部参数的增大, 挠度减小, 而屈曲载荷和振动频率增大。研究结果可以为微尺度压力传感器的结构设计和优化提供支持。

关键词: 非局部理论; 尺度效应; MEMS; 压力传感器; 应力驱动

中图分类号: O432

文献标识码: A

DOI: 10.19452/j.issn1007-5453.2022.11.006

力学在航空领域已取得巨大成就, 随着科技的发展, 人们研究的对象逐渐向微纳米尺度发展。在航空领域中出现越来越多的微尺度结构器件, 如常见的微机电系统, 其内部结构一般在微米甚至纳米量级, 是一个独立的智能系统, 具有体积小、耗能低、重量(质量)轻、响应时间短等优点。

美国空军早在 20 世纪末就开展了微机电系统传感器在飞机上应用的可行性研究, 进行了大量的地面和空中试验。2004 年, 北大西洋公约组织就针对微机电系统技术在航空领域应用中开展了一系列的研究。随着现代微机电系统的飞速发展^[1-3], 近年来微机电陀螺仪研制工作进展很快, 目前美国已经开始批量生产由硅微陀螺和硅加速度计构成的微型惯性测量装置。其低成本、低能耗及体积小、重量轻的特点很适于战术应用, 在航空领域最先应用于导弹和无人机。

美国洛克希德-马丁公司在 20 世纪末就着手研究微机电系统在军用飞机上应用的可行性。同时应用于现役的 F-16 战斗机。据悉, 微机电系统传感器内嵌于战斗机的轮胎, 可以对轮胎的膨胀压力和温度进行感应和传输, 并跟踪轮胎系列号, 帮助监控轮胎状态从而延长其使用寿命, 如美国海军的 H46 直升机在轮胎内部嵌入微机电传感器, 使维修停飞期

缩短了一半, 减少故障 30%, 每年节约维修费用约 6000 万美元。

微尺度梁作为传感器乃至微机电系统中最为重要的核心部件之一, 对其力学性能的分析具有非常重要的应用价值, 但是传统的经典弹性理论并不适用于微小尺度。这个结论来源于几个早期的试验, N.Fleck^[4]等对退火后的不同尺寸铜丝做了拉伸和扭转试验, Nix 和 Gao 研究了单晶银薄膜的硬度与压痕深度的关系。试验均表明, 当尺寸为微尺度时, 材料的参数就会发生显著变化, 这种现象我们称它为尺度效应。最早对微观尺度力学性能做出解释的是 Voigt, 他于 1887 年提出了偶应力理论, 他认为材料内部存在力偶作用。Cosserat 在偶应力理论基础上发展了很多高阶连续理论。20 世纪 60 年代, 由 R.A.Toupin^[5]、R.Mindlin^[6]等逐渐完善了偶应力理论, 应变能只考虑转动向量的梯度, 因此只需要两个材料特征尺寸参数, 才让这个理论在学术界有了一个科学的影响力。之后, Fleck 和 Hutchinson 等提出了一种应变梯度理论, 它考虑了转动应变梯度影响作用, 之后 F. Yang^[7]在这个理论基础上提出了修正偶应力理论, 这个理论有三个材料特征尺寸参数。Duhem 于 1893 年提出了非局部理论, 作为最早提出非局部理论的人, 他认为一点的

收稿日期: 2022-06-20; 退修日期: 2022-07-25; 录用日期: 2022-09-11

引用格式: He Yuming, Zhu Jiang, Li Shulin. Structural mechanics analysis on aviation pressure sensor based on MEMS[J]. Aeronautical Science & Technology, 2022, 33(11): 41-49. 何毓铭, 朱江, 李述林. 基于 MEMS 的航空压力传感器结构力学分析[J]. 航空科学技术, 2022, 33(11): 41-49.

应力应该和整个区域内所有点的应变都有关系。直到1971年A.Eringen^[8-10]和Edelen等才系统建立非局部理论,这个理论阐述了一个连续体的某个参照点的应力和整个区域内每个点的应变都有关系,此理论也成功解释了之前经典力学理论无法解决的微观尺度问题。最开始的非局部理论是积分形式,后来Eringen^[8-10]考虑了一个特定核函数将其化为微分形式,微分形式由于形式简单,至此以后被广泛应用到微纳米结构中的力学分析^[11-15]中。

在研究这些微尺度结构时,传统经典弹性理论已经不再适用。此时我们必须考虑材料的内部特征^[16-18]。在研究尺度效应^[19-22]中,Eringen非局部模型在微观领域中得到了广泛的应用,它是一种应变驱动本构方程,即某点的应力与整个区域的应变分布有关,结果体现了尺度效应中的弱化效应,然而在有些情况下却存在不一致的结果,如悬臂梁受集中力作用没有体现出尺度效应。本文则是基于应力驱动的非局部积分模型,即某点的应变与整个区域的应力分布有关,对微尺度结构中的微梁进行结构力学分析,从而研究尺度效应^[23-25]。

1 应力驱动的非局部理论积分模型

在微观结构中,当传统弹性理论变得不足时,非局部效应会更加明显,这有助于研究非局部理论。Eringen非局部线性弹性理论是文献中使用最广泛的方法之一。参考点的非局部应力不仅取决于该点的应变,还取决于该区域中所有其他点的应变。在非局部理论中,经典弹性理论被替换。该理论的本构关系解释了原子与内部长度尺度之间的作用力,并已应用于许多问题,包括波传播、断裂力学等。Eringen非局部理论积分模型是应变驱动本构方程,本文则是基于应力驱动本构方程,即某点的应变和整个区域的应力分布有关。

$$t_{ij}(x) = \int_V \sigma_{ij}(\bar{x}) k(|x - \bar{x}|, \kappa) d\bar{V} \quad (1)$$

式中, $t_{ij}(x)$ 是应变; $\sigma_{ij}(\bar{x})$ 是应力; κ 是一个关于内部长度尺度的非局部参数。

如果引入局部效应的影响,此时该模型可以转换为如下形式

$$t_{ij}(x) = (1 - \xi) \sigma_{ij}(\bar{x}) + \xi \int_V k(|x - \bar{x}|, \kappa) \sigma_{ij}(\bar{x}) d\bar{V} \quad (2)$$

式中, ξ 可以看作两相局部参数材料的一个参数,在此研究中,还可以将内核函数表述为以下形式

$$k(|x - \bar{x}|) = \frac{1}{2\kappa} e^{-\frac{|x - \bar{x}|}{\kappa}} \quad (3)$$

于是我们可以得到两相非局部参数积分模型的最终表达式

$$t_{ij}(x) = (1 - \xi) \sigma_{ij}(\bar{x}) + \frac{\xi}{2\kappa} \int_V \sigma_{ij}(\bar{x}) e^{-\frac{|x - \bar{x}|}{\kappa}} d\bar{V} \quad (4)$$

2 欧拉梁

对于欧拉梁,将基于应力驱动本构关系利用两相非局部理论积分模型,通过化简将Fredholm型积分方程化为Volterra型积分方程,并使用拉普拉斯变换求解微分方程。此处将采用解析求解并代入数值得到最后的数值解。根据不同边界情况,具体求解出不同边界情况下不同结果数据。在此先对一个通式进行拉普拉斯变换得到一个相关的结论,之后的内容将直接使用这个结论。

$$\begin{aligned} \phi &= (1 - \xi) \phi + \frac{\xi}{2\kappa} \int_0^L \phi e^{-\frac{|x - \eta|}{\kappa}} d\eta = \\ &= (1 - \xi) \phi + \frac{\xi}{2\kappa} \int_0^x \phi e^{-\frac{x - \eta}{\kappa}} d\eta - \frac{\xi}{2\kappa} \int_0^x \phi e^{-\frac{\eta - x}{\kappa}} d\eta + \frac{\xi C_1}{2\kappa} e^{\frac{x}{\kappa}} \end{aligned} \quad (5)$$

其中

$$C_1 = \int_0^L \phi e^{-\frac{\eta}{\kappa}} d\eta \quad (6)$$

再对上述等式两端进行拉普拉斯变换,可以化简为

$$\mathcal{L}(\phi) = \frac{(1 - \xi)\kappa^2 s^2 - 1}{\kappa^2 s^2 - 1} \mathcal{L}(\phi) + \frac{\xi C_1}{2(\kappa s - 1)} \quad (7)$$

所以对满足方程(5)的等式两端均进行拉普拉斯变换,可以得到方程(7)这种结果。

2.1 欧拉梁的静态弯曲

如图1所示建立模型,梁的长度为 L ,宽度为 b ,高度为 h 。由于此类问题和宽度 b 无关,因此可以将宽度设为1。

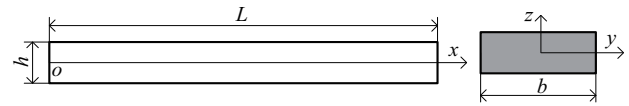


图1 欧拉梁模型

Fig.1 Euler-bernoulli beam model

假定位移场为

$$\begin{cases} u_1 = -zw'(x, t) \\ u_2 = 0 \\ u_3 = w(x, t) \end{cases} \quad (8)$$

式中, $w(x, t)$ 为横向位移。

应变能为

$$U = \int_V \sigma_{11} \epsilon_{11} dV \quad (9)$$

假定欧拉梁受到横向的均匀分布载荷,大小为 q ,则外力功为

$$W = \int_0^L q w(x, t) dx \quad (10)$$

根据哈密顿变分原理同理可得控制方程为

$$M'' + q = 0 \quad (11)$$

和边界条件为

$$M' \delta w|_0^L = 0 \quad (12)$$

$$M \delta w'|_0^L = 0 \quad (13)$$

其中

$$M = \int_{-h/2}^{h/2} z \sigma_{11} dz \quad (14)$$

应力驱动本构方程为

$$-z w'' = (1 - \xi) \frac{\sigma}{E} + \frac{\xi}{2\kappa} \int_0^L \frac{\sigma}{E} e^{-\frac{|x-\eta|}{\kappa}} d\eta \quad (15)$$

根据方程(14), 可化为

$$-EI_1 w'' = (1 - \xi) M + \frac{\xi}{2\kappa} \int_0^L M e^{-\frac{|x-\eta|}{\kappa}} d\eta \quad (16)$$

其中

$$EI_1 = \int_{-h/2}^{h/2} E z^2 dz \quad (17)$$

对方程(11)等号两边都进行拉普拉斯变换, 得到

$$\mathcal{L}(M'') + \mathcal{L}(q) = 0 \quad (18)$$

将方程(16)等号两边进行拉普拉斯变换, 得到

$$-EI_1 \mathcal{L}(w'') = \frac{(1 - \xi) \kappa^2 s^2 - 1}{\kappa^2 s^2 - 1} \mathcal{L}(M) + \frac{\xi C_2}{2(\kappa s - 1)} \quad (19)$$

其中

$$C_2 = \int_0^L M e^{-\frac{\eta}{\kappa}} d\eta \quad (20)$$

将方程(18)和方程(19)联立为一个方程组, 可以求解出 $\mathcal{L}(M)$ 和 $\mathcal{L}(w)$, 再进行拉普拉斯逆变换便得到 M 和 w 的解析解。其中解析式中未知常量可以根据式(12)、式(13)、式(20)和拉普拉斯变换的微分性质求出。

以两端固支, 受到横向均匀分布载荷的边界条件为例, 边界条件为

$$w(0) = w(L) = w'(0) = w'(L) = 0 \quad (21)$$

只观察挠度最大的点即 $x = L/2$ 处的挠度, 得到的无量纲化(本文无量纲化均为除以经典弹性理论下的数值)的挠度表达式

$$w = [32e^{\frac{L}{\kappa}} \kappa^2 (-6\kappa L - L^2 + 12\kappa^2 (-1 + \xi)) \xi + \kappa (40\kappa L^2 + 5L^3 - 48\kappa^2 L (-3 + \xi) - 192\kappa^3 (-1 + \xi)) \xi + e^{\frac{L}{\kappa}} (L^4 - 8\kappa^2 L^2 \xi - 5\kappa L^3 \xi - 192\kappa^4 (-1 + \xi) \xi + 48\kappa^3 L \xi (1 + \xi))] / [384L^3 (\kappa \xi + e^{\frac{L}{\kappa}} (L - \kappa \xi))] \quad (22)$$

挠度曲线如图2所示。可以看出挠度随着 κ 和 ξ 的增

大而减小。

同理可得其他边界条件无量纲化挠度变化曲线, 如图3~图7所示。也可以看出挠度随着两个非局部参数的增大而减小, 可以获得一致性的强化效应。

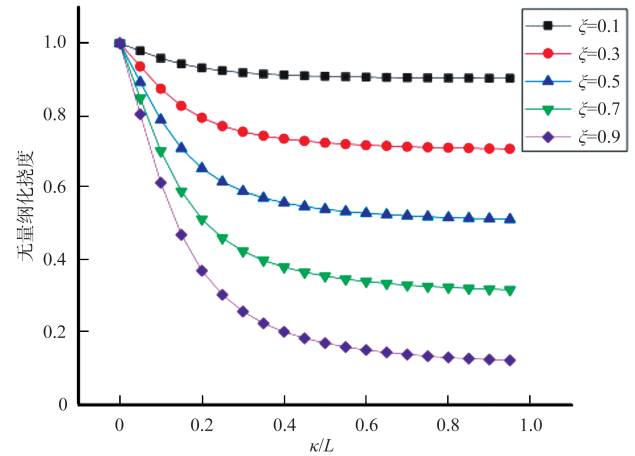


图2 两端固支受均匀载荷时挠度变化曲线

Fig.2 The deflection curve of the fixed support at both ends under uniform load

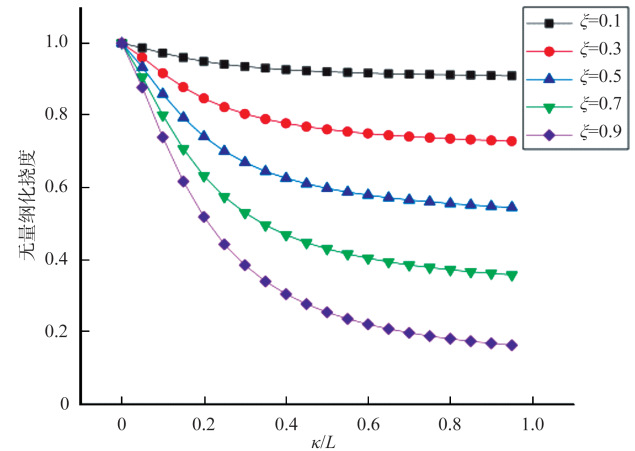


图3 左端固支右端简支受均匀载荷时挠度变化曲线

Fig.3 The deflection curve of the left end fixed support and the right end simply supported under uniform load

2.2 欧拉梁的屈曲

假定在欧拉梁的端部受到一个纵向的集中载荷, 大小为 N_t , 那么外力功为

$$W = \int_0^L \frac{N_t}{2} w'^2 dx \quad (23)$$

其中, N_t 还可以表示为

$$N_t = hp \quad (24)$$

其中, p 为压力。

根据哈密顿变分原理, 同理可得控制方程

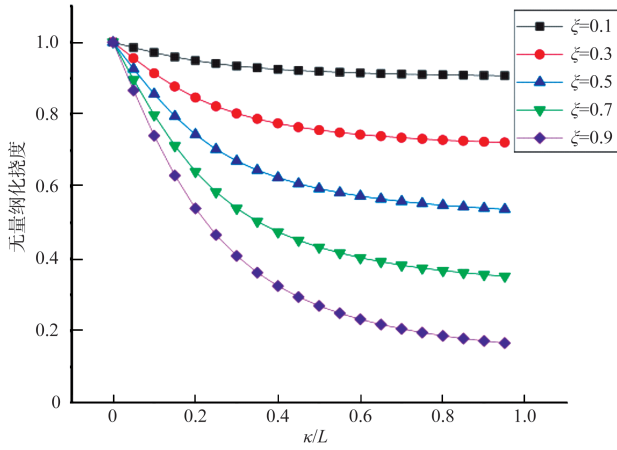


图4 左端固支右端导支受均匀载荷时挠度变化曲线

Fig.4 The deflection curve of the left-end fixed support and the right-end guide support under uniform load

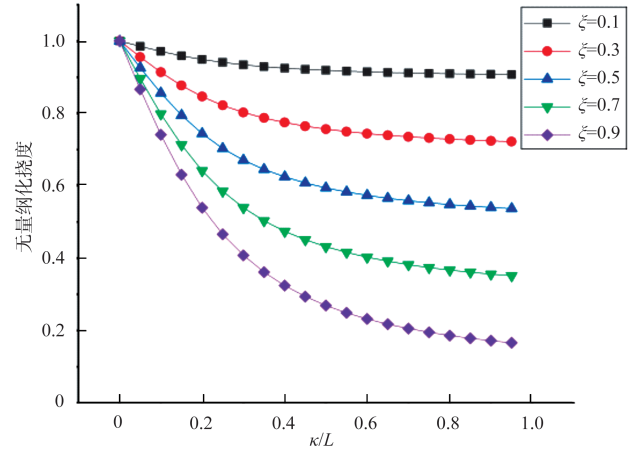


图6 左端固支右端导支,右端受到集中载荷时的挠度变化曲线

Fig.6 The deflection curve of the left end fixed support and the right end guide support when the right end is subjected to a concentrated load

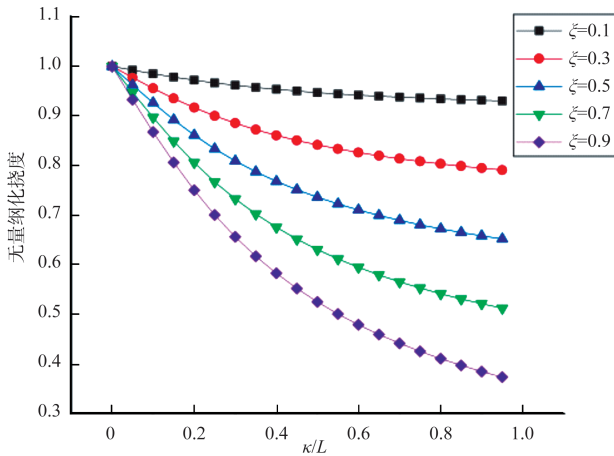


图5 左端固支右端自由,右端受到集中荷载时的挠度变化曲线

Fig.5 The deflection curve when the left end is fixed and the right end is free, and the right end is subjected to concentrated load

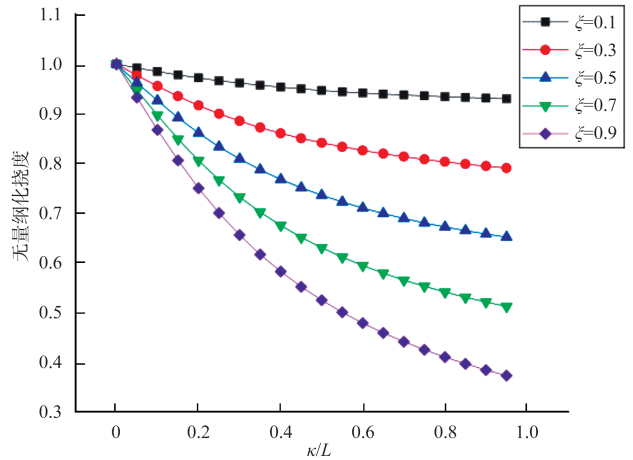


图7 左端简支右端导支,右端受到集中荷载时的挠度变化曲线

Fig.7 The deflection curve when the left end is simply supported and the right end guide is subjected to concentrated load

$$M''' - hpw'' = 0 \quad (25)$$

和边界条件

$$(M' - hpw')\delta w|_0^L = 0 \quad (26)$$

$$M\delta w'|_0^L = 0 \quad (27)$$

其中 M 和上述情况一样均表示为

$$M = \int_{-h/2}^{h/2} z\sigma_{11}dz \quad (28)$$

同理可得

$$M = C_3Q_6 + C_4Q_5 + \frac{(-2C_3EI_1 - C_2hkp\xi)}{2EI_1\kappa^2}Q_4 - \frac{2C_4EI_1 + C_2hp\xi}{2EI_1\kappa^2}Q_3 \quad (29)$$

$$w = \frac{(-2C_6EI_1 - 2C_4\kappa^2 + 2C_6h\kappa^2p - C_2\xi + 2C_4\kappa^2\xi - 2C_6h\kappa^2p\xi)}{2EI_1\kappa^2}Q_3 + \frac{(-2C_5EI_1 - 2C_3\kappa^2 + 2C_5h\kappa^2p - C_2\kappa\xi + 2C_3\kappa^2\xi - 2C_5h\kappa^2p\xi)}{2EI_1\kappa^2}Q_4 + \frac{(C_3 - C_5hp)}{EI_1\kappa^2}Q_2 + \frac{C_2 - C_4hp}{EI_1\kappa^2}Q_1 + C_5Q_6 + C_6Q_5 \quad (30)$$

其中

$$Q_6 = \frac{a_2^2 \cos a_2 x + a_1^2 \cosh a_1 x}{a_1^2 + a_2^2} \quad (31)$$

$$Q_5 = \frac{a_2 \sin a_2 x + a_1 \sinh a_1 x}{a_1^2 + a_2^2} \quad (32)$$

$$Q_4 = \frac{-\cos a_2 x + \cosh a_1 x}{a_1^2 + a_2^2} \quad (33)$$

$$Q_3 = \frac{-a_1 \sin a_2 x + a_2 \sinh a_1 x}{a_1^3 a_2 + a_1 a_2^3} \quad (34)$$

$$Q_2 = -\frac{a_1^2 + a_2^2 - a_1^2 \cos a_2 x - a_2^2 \cosh a_1 x}{a_1^4 a_2^2 + a_1^2 a_2^4} \quad (35)$$

$$Q_1 = \frac{-a_1 a_2 (a_1^2 + a_2^2) x + a_1^3 \sin a_2 x + a_2^3 \sinh a_1 x}{a_1^3 a_2^3 (a_1^2 + a_2^2)} \quad (36)$$

$$a_1 = \sqrt{\sqrt{\left(\frac{h\kappa^2 p - EI_1 - h\kappa^2 p\xi}{2EI_1 \kappa^2}\right)^2 + \frac{hp}{EI_1 \kappa^2}} - \frac{(h\kappa^2 p - EI_1 - h\kappa^2 p\xi)}{2EI_1 \kappa^2}} \quad (37)$$

$$a_2 = \sqrt{\sqrt{\left(\frac{h\kappa^2 p - EI_1 - h\kappa^2 p\xi}{2EI_1 \kappa^2}\right)^2 + \frac{hp}{EI_1 \kappa^2}} + \frac{(h\kappa^2 p - EI_1 - h\kappa^2 p\xi)}{2EI_1 \kappa^2}} \quad (38)$$

根据式(20)、式(26)、式(27)求出未知常量。对于不同的边界条件,都可以得出5个未知常量中有两个等于零,其余三个未知常量所在的剩余三个方程刚好联立组成一个线性齐次方程组。对于线性齐次方程组,若存在非零解,则它的系数矩阵行列式等于零,以两端固支的边界条件为例,可以先得到边界条件为

$$w(0) = w(L) = w'(0) = w'(L) = 0 \quad (39)$$

可以求解出 $C_5=0$ 和 $C_6=0$, 剩下的三个未知常量 C_2 、 C_3 、 C_4 所在的剩余三个方程的系数矩阵行列式必须等于零,通过求解行列式等于零的方程,将得到的结果 p 进行无量纲化,得到欧拉梁两端固支时的无量纲化的屈曲载荷变化曲线,如图8所示。可以看出欧拉梁两端固支时的无量纲化的屈曲载荷随着两个非局部参数 κ 和 ξ 的增大而增大。

同理可得,其他边界条件也依次如图9~图13所示。均可以看出无量纲化的屈曲载荷随着两个非局部参数 κ 和 ξ 的增大而增大,可以获得一致性的强化效应。

2.3 欧拉梁的自由振动

对于欧拉梁的自由振动,动能为

$$T = \frac{1}{2} \int_V \rho \left[\left(\frac{\partial u_1}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_3}{\partial t} \right)^2 \right] dv \quad (40)$$

式中, ρ 为密度。根据哈密顿变分原理,同理可得控制方程为

$$M'' + P\hat{w}'' - Q\ddot{w} = 0 \quad (41)$$

和边界条件为

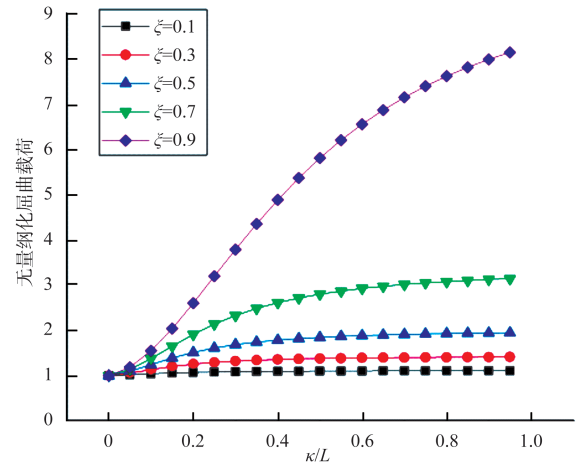


图8 两端固支时的屈曲载荷变化曲线

Fig. 8 Dimensionless buckling load variation curve when both ends are clamped

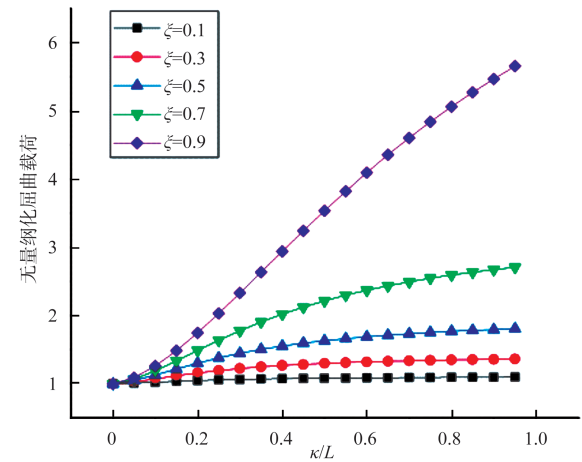


图9 左端固支右端简支时的屈曲载荷变化曲线

Fig.9 Dimensionless buckling load variation curve when both ends are clamped

$$M\delta w|_0^L = 0 \quad (42)$$

$$(M' + P\hat{w}')\delta w|_0^L = 0 \quad (43)$$

其中

$$M = \int_{-h/2}^{h/2} z \sigma_{11} dz \quad (44)$$

$$P = \int_{-h/2}^{h/2} z^2 \rho dz \quad (45)$$

$$Q = \int_{-h/2}^{h/2} \rho dz \quad (46)$$

其中, M 和 w 可以表示为时间的谐波函数,即

$$M(x, t) = \hat{M}(x) \times e^{i\omega t} \quad (47)$$

$$w(x, t) = \hat{w}(x) \times e^{i\omega t} \quad (48)$$

代入控制方程可得

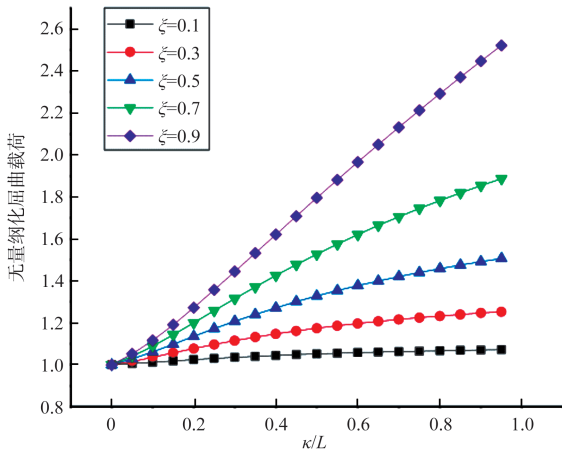


图10 左端固定右端自由时的屈曲载荷变化曲线

Fig.10 Dimensionless buckling load curve when the left end is fixed and the right end is free

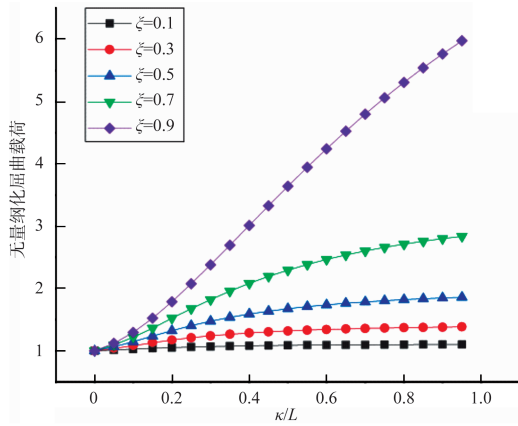


图11 左端固定右端导支时的屈曲载荷变化曲线

Fig.11 Dimensionless buckling load curve of the left-end fixed support and the right-end guide support

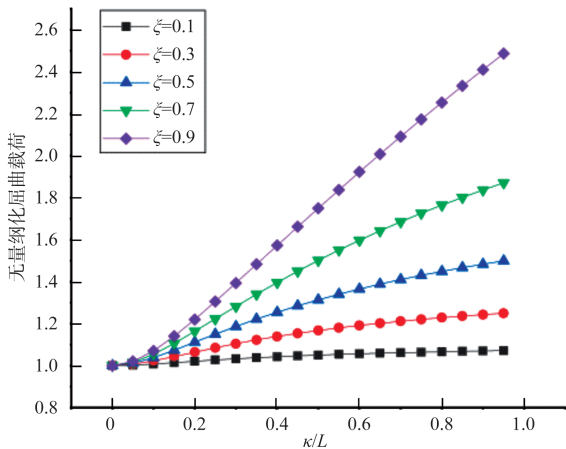


图12 两端简支时的屈曲载荷变化曲线

Fig.12 Dimensionless buckling load variation curve when both ends are simply supported

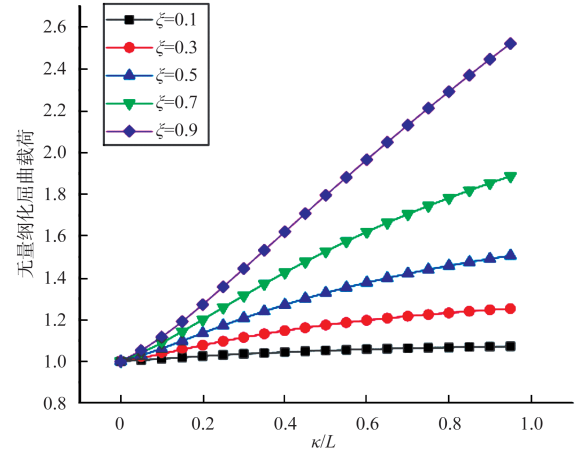


图13 左端简支右端导支时的屈曲载荷变化曲线

Fig.13 Dimensionless buckling load variation curve when the left end is simply supported and the right end guide is supported

$$\widehat{M}'' - P\omega^2 \widehat{w}'' + Q\omega^2 \widehat{w} = 0 \quad (49)$$

代入边界条件可得

$$\widehat{M}\delta\widehat{w}|_0^L = 0 \quad (50)$$

$$(\widehat{M}' - \omega^2 P\widehat{w}')\delta\widehat{w}|_0^L = 0 \quad (51)$$

同理可得

$$\begin{aligned} \widehat{M} = & \frac{L_3(-2C_3EI_1 - 2C_5EI_1\kappa^2Q\omega^2 - C_2\kappa P\xi\omega^2)}{2EI_1\kappa^2} + C_4L_4 + \\ & \frac{L_2(-2C_4EI_1 - 2C_6EI_1\kappa^2Q\omega^2 - C_2P\xi\omega^2)}{2EI_1\kappa^2} + C_3L_5 + \\ & \frac{L_1(2C_5EI_1Q\omega^2 + C_2\kappa Q\xi\omega^2)}{2EI_1\kappa^2} + \frac{L_0(2C_6EI_1Q\omega^2 + C_2Q\xi\omega^2)}{2EI_1\kappa^2} \end{aligned} \quad (52)$$

$$\begin{aligned} \widehat{w} = & \frac{L_3(2C_3\kappa^2\xi - 2C_5EI_1 - 2C_3\kappa^2 - C_2\kappa\xi + 2C_5\kappa^2P\xi - 2C_5\kappa^2P\xi\omega^2)}{2EI_1\kappa^2} + \\ & \frac{L_2(-2C_6EI_1 - 2C_4\kappa^2 - C_2\xi + 2C_4\kappa^2\xi + 2C_6\kappa^2P\omega^2 - 2C_6\kappa^2P\xi\omega^2)}{2EI_1\kappa^2} + \\ & \frac{L_0(C_4 - C_6P\omega^2)}{EI_1\kappa^2} + C_5L_5 + \frac{L_1(C_3 - C_5P\omega^2)}{EI_1\kappa^2} + C_6L_4 \end{aligned} \quad (53)$$

此类问题和上述屈曲一样,也是一个求解线性齐次方程组的问题,以两端固支边界条件为例,得到的欧拉梁两端固支时的无量纲化的振动频率变化,如图14所示。可以看出无量纲化振动频率随着两个非局部参数 κ 和 ξ 的增大而增大。同理可得,其他边界条件情况如图15~图19所示。也都反映出无量纲化振动频率随着两个非局部参数 κ 和 ξ 的增大而增大,可以获得一致性的强化效应。

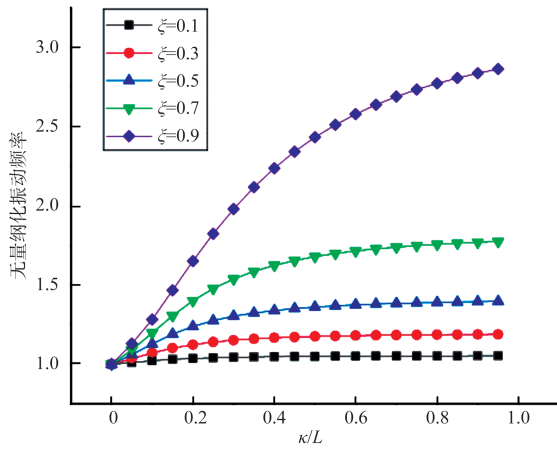


图14 两端固支时的振动频率变化曲线

Fig.14 Dimensionless vibration frequency change curve when both ends are clamped

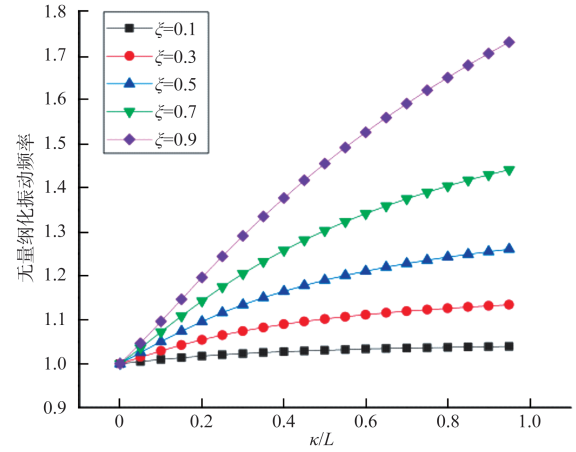


图16 左端固支右端自由时的振动频率变化曲线

Fig.16 Dimensionless vibration frequency curve when the left end is fixed and the right end is free

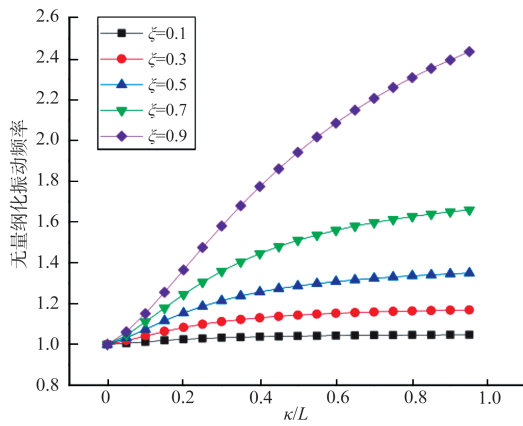


图15 左端固支右端简支时的振动频率变化曲线

Fig. 15 Dimensionless vibration frequency curve when the left end is fixed and the right end is simply supported

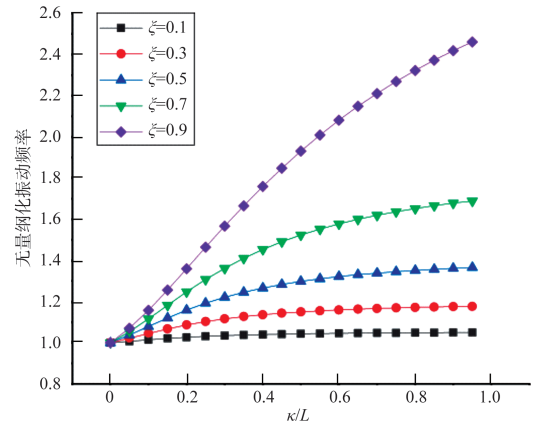


图17 左端固支右端导支时的振动频率变化曲线

Fig.17 Dimensionless vibration frequency curve of the left end fixed support and the right end guided support

3 结论

本文基于应力驱动的非局部积分模型,从理论上研究了非局部效应对欧拉-伯努利梁力学特性的影响。本构关系是第一类Fredholm型积分方程,通过简单调整积分极限,转化为第一类Volterra积分方程。通过拉普拉斯变换和积分本构关系相关的边界条件和额外约束方程确定最终解,对于屈曲和自由振动,为了获得唯一的解,通过求线性齐次方程组的非零解,得到屈曲载荷和自由振动频率,并将其无量纲化。在各种边界条件下,可以观察到与尺寸相关且一致的增韧效应,即不同边界条件下,随着非局部参数的增大,挠度减小,而屈曲载荷和振动频率增大。得到微尺度欧拉梁的弯曲、屈曲、自由振动的变化规律将有利于MEMS

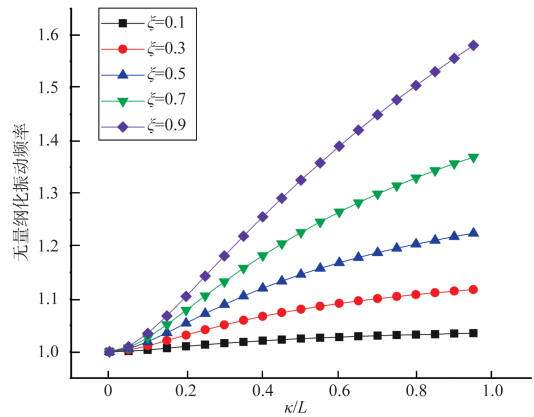


图18 两端简支时的振动频率变化曲线

Fig.18 Dimensionless vibration frequency variation curve when both ends are simply supported

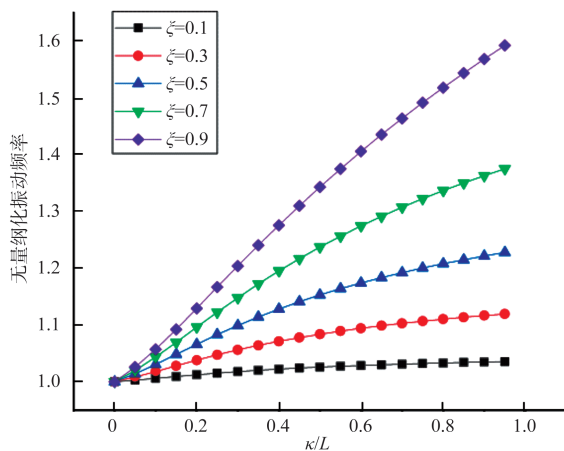


图 19 左端简支右端导支时的振动频率变化曲线

Fig.19 Dimensionless vibration frequency change curve when the left end is simply supported and the right end guide is supported

航空压力传感器的结构与优化,提高测量精度,还可以运用于各个微系统领域,支持微尺度梁的结构力学特性研究。

AST

参考文献

- [1] 张寅,胡宇,孙振生.基于混合数学模型的气路静电传感器灵敏度特性分析[J].航空科学技术,2021, 32(2):22-31.
Zhang Yin, Hu Yu, Sun Zhensheng. Sensitivity analysis of electrostatic sensor in gas path based on hybrid mathematical model[J]. Aeronautical Science & Technology, 2021, 32(2): 22-31. (in Chinese)
- [2] 严中稳,刘武,梁贺龙.仿生纤毛 MEMS 矢量流速传感器的结构设计及仿真分析[J].航空科学技术,2020,30(2):72-76.
Yan Zhongwen, Liu Wu, Liang Helong. Structural design and simulation analysis of biomimetic hair MEMS vector flow sensor[J]. Aeronautical Science & Technology, 2020, 30(2): 72-76. (in Chinese)
- [3] 柴葳,郝庆瑞,宝剑光.光纤温度/应变复合传感器及其在 800°C 高温下的应用[J].航空科学技术,2020,30(2):66-71.
Chai Wei, Hao Qingrui, Bao Jianguang. Integrated optical fibre temperature/strain sensor subjected to the 800°C conditions[J]. Aeronautical Science & Technology, 2020, 30(2): 66-71. (in Chinese)
- [4] Fleck N, Hutchinson J. A phenomenological theory for strain gradient effects in plasticity[J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 1993, 41(12): 45-57.
- [5] Toupin R A. Elastic materials with couple-stresses [J]. Archive for Rational Mechanics Analysis, 1962, 11(1): 385-414.
- [6] Mindlin R, Tierstein H. Effects of couple-stresses in linear elasticity [J]. Archive for Rational Mechanics and Analysis, 1962, 11(2): 5-23.
- [7] Yang F. Couple stress based strain gradient theory for elasticity [J]. International Journal of Solids and Structures, 2002, 39(10): 2731-2743.
- [8] Eringen A. Nonlocal polar elastic continua[J]. International Journal of Engineering Science, 1972, 10(1): 1-16.
- [9] Eringen A. Nonlocal continuum mechanics based on distributions[J]. International Journal of Engineering Science, 2006, 44(3): 141-147.
- [10] Eringen A. On differential equations of nonlocal elasticity and solutions of screw dislocation and surface waves[J]. Journal of Applied Physics, 1983, 54(9): 4703-4710.
- [11] Kröner E. Elasticity theory of materials with long range cohesive forces[J]. International Journal of Solids and Structure, 1967, 3(59): 731-742.
- [12] Kunin I. The theory of elastic media with microstructure and the theory of dislocation[J]. Mechanics of Generalized Continua, 1967, 4(6): 50-54.
- [13] Reddy J. Nonlocal nonlinear formulations for bending of classical and shear deformation theories of beams and plates [J]. International Journal of Engineering Science, 2010, 48(11): 1507-1518.
- [14] Lim C, Wang C. Exact variational nonlocal stress modeling with asymptotic higher-order strain gradients for nanobeams [J]. Journal of Applied Physics, 2007, 101 (5): 54-79.
- [15] Sudak L. Column buckling of multiwalled carbon nanotubes using nonlocal continuum mechanics[J]. Journal of Applied Physics, 2003, 94(8): 81-97.
- [16] Zhang Y, Liu G, Xie X. Free transverse vibrations of double-walled carbon nanotubes using a theory of nonlocal elasticity [J]. Physical Review: B, 2005, 71(25): 1242-1256.
- [17] Wang V, Varadan S, Quek T. Small scale effect on elastic buckling of carbon nanotubes with nonlocal continuum models [J]. Physics Letters: A, 2006, 357(2): 15-29.
- [18] Ansari R, Ramezannezhad H, Gholami R. Nonlocal beam theory for nonlinear vibrations of embedded multiwalled

- carbon nanotubes in thermal environment[J]. Nonlinear Dynamic, 2012, 67(15):23-54.
- [19] Mesut Ş. Large amplitude free vibration of nanobeams with various boundary conditions based on the nonlocal elasticity theory[J]. Composites: Part B, 2014, 56(2):49-59.
- [20] Fang B, Zhen Y, Zhang C. Nonlinear vibration analysis of double walled carbon nanotubes based on nonlocal elasticity theory[J]. Applied Math Model, 2013, 37(5):95-107.
- [21] Ghannadpour S, Mohammadi B, Fazilati J. Bending buckling and vibration problems of nonlocal Euler beams using Ritz method[J]. Composites Structure, 2013, 96(9): 584-598.
- [22] Bagdatli S. Non-linear vibration of nanobeams with various boundary condition based on nonlocal elasticity theory[J]. Composites: Part B, 2015, 80(5):43-52.
- [23] Civalek O, Demir C. Bending analysis of microtubules using nonlocal Euler Bernoulli beam theory[J]. Applied Math Model, 2011, 35(67):1252-1275.
- [24] Murmu T. Thermo-mechanical vibration of a single walled carbon nanotube embedded in an elastic medium based on nonlocal elasticity theory[J]. Computational Materials Science, 2009, 46(4):45-56.
- [25] Metin A. Axial vibration of the nanorods with the nonlocal continuum rod model[J]. Physica Low-dimensional Systems and Nanostructures, 2009, 4(5):57-68.

Structural Mechanics Analysis on Aviation Pressure Sensor Based on MEMS

He Yuming¹, Xu Yajie¹, Zhu Jiang², Li Shulin¹

1. AVIC Nanjing Engineering Institute of Aircraft System, Nanjing 211100, China

2. Chinese Air Force Test Flight Bureau, Xi'an 710000, China

Abstract: Taking the sensitive element of the micro-scale aeronautical pressure sensor as the research object, a two-phase local/nonlocal integral equation driven by the static bending, buckling and free vibration of the micro-scale Euler beam is established. The stress-strain relationship is the Fredholm integral equation, which can be transformed into Volterra integral equation, the general solution is obtained by solving the integral-differential equation through Laplace transform, in which the unknown constant is determined by the boundary conditions related to the constitutive relation and additional constraint equations, and finally the bending deflection of the Euler beam under different boundary conditions can be obtained. For buckling and free vibration and in order to obtain a unique solution, the analytical and numerical solutions of the buckling load and free vibration frequency are obtained by finding the no-zero solution of the linear homogeneous equations. They are dimensionless. The results obtained show consistency reinforcement effect. The research results provide support for the structural design and optimization of microscale pressure sensors.

Key Words: nonlocal theory; scale effect; MEMS; pressure sensor; stress driven