基于声扰动方程的气动噪声传播 积分计算方法



郑雯斯¹,王芳² 1.西北工业大学,陕西西安710072 2.北方民族大学,宁夏银川750030

摘 要:传统声比拟思想假设声传播介质均匀,所获得的远场噪声积分方法无法考虑近场流动非均匀性引起的声折射效应, 声场预测结果往往存在较大的数值误差。为解决上述问题,本文采用声扰动方程描述声波运动,并利用声学互易原理,在频 域内构建关联近场声源与远场声压的伴随格林函数,从而将非均匀介质折射效应纳入伴随格林函数。基于伴随格林函数和 声扰动方程源项的数值结果,利用积分方程计算气动噪声的空间传播。结合上述方法对二维圆柱和NACA0012翼型绕流噪 声开展了数值预测研究,远场声压预测结果与CFD直接计算值吻合。数值研究表明,本文提出的基于声扰动方程的气动噪 声传播积分计算方法可以考虑非均匀介质对声传播的影响,能够提高气动噪声的预测精度。

关键词:声扰动方程;伴随格林函数;气动噪声;声折射

中图分类号:V211.3 文献标识码:A

以FW-H方程^{III}为代表的经典声比拟理论假设介质整 场均匀,建立了声压与不同类型声源之间的响应关系,成为 工程应用中最受欢迎的气动噪声预测方法^{III}。但流动在声 源区域通常存在梯度,对近场声传播起决定性作用的是声 源相对于紧临周围(约一个波长左右范围)的非均匀平均流 运动,而不是相对于无穷远处的均匀介质运动。为了将非 均匀平均流的作用包括在声比拟理论中,需建立一个恰当 的波动方程来描述声波产生与辐射过程。

文献[3]~[6]对非均匀平均流中的声传播进行了研究, 提出了各自的波动方程。Goldstein^{[77}提出广义声比拟理论, 将N-S方程重组为对流形式的线化N-S方程组,以此分析 了射流中"真实"的气动声源。这些对流波动方程深化了人 们对气动噪声产生机理的认识,但面对复杂流动问题,用于 求解这些方程的格林函数不能获得理论解。在实际应用 中,如何准确求解格林函数成为噪声预测中的一个关键。 Tam^[8]考虑了非均匀平均流的声折射作用,发展了关联近场 声源和远场声压的伴随格林函数方法,计算量小且不存在 积分奇点,目前仅应用于固体边界不起主要作用的气动噪

DOI: 10.19452/j.issn1007-5453.2023.12.004

声问题,如Karabasov等^[9-10]采用伴随格林函数对射流噪声 在非均匀介质中的传播进行过研究。针对非均匀介质中声 传播,Goldstein^[11]提出了线化势函数模型,Pierce^[12]发展了 高频近似模型,Bras等^[13]则应用两个模型分析了运动介质 中声传播的直接问题和伴随问题。伴随方法有益于解决非 均匀介质中声传播问题,Spieser等^[14]采用伴随方法研究了 *Ma* 0.9的湍流噪声问题,赵雯^[15]采用伴随方法分析了矩形 喷口射流噪声。

流动发声与涡之间存在密切联系, Powell^[16]和 Howe^[17] 提出的涡声理论能从物理上清晰地解释流体运动诱发气动 噪声的机理,认为涡是流动发声的根本原因。目前,涡声理 论多应用于低马赫数流动产生的气动噪声问题,并认为声 波是在均匀介质中传播,忽略了平均流与声波间的相互作 用。Ewert等^[18]提出了考虑介质非均匀效应的声扰动方程, 但需要利用高精度时空离散格式^[19-20]和无反射边界条 件^[21-22]在时域内计算声传播,因而效率低。

高效、准确预测声传播是气动声学研究的一个重要方向。为了将涡声思想应用于非低马赫数流动,本文采用声

收稿日期: 2023-05-27;退修日期: 2023-10-09;录用日期: 2023-11-02 基金项目: 航空科学基金(201914053001)

引用格式: Zheng Wensi, Wang Fang. Integral computation method of aerodynamic noise propagation based on the acoustic perturbation equations[J].Aeronautical Science & Technology, 2023, 34(12):30-36. 郑雯斯, 王芳. 基于声扰动方程的气动噪声传播积分计算方 法[J].航空科学技术, 2023, 34(12):30-36.

扰动方程描述声波运动,依据伴随方法构建关联近场声源 与远场声压的频域格林函数,从而发展一种高效、准确的声 传播积分方法,可为复杂流动气动噪声产生机理和复杂介 质气动噪声传播机制分析提供理论与方法支持。

1 方法描述

1.1 声扰动方程

忽略黏性和热传导对声传播的影响, N-S方程可简 写为

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \boldsymbol{u}) = 0\\ \frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t} + (\boldsymbol{u} \cdot \nabla) \boldsymbol{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p \end{cases}$$
(1)

式中,标量*p*,*p*及矢量*u*,分别表示当地瞬态流动的密度、压力和速度。将当地流动分解为平均流和非稳态扰动两部分,即

$$\rho = \overline{\rho} + \rho', \quad p = \overline{p} + p', \quad u = \overline{u} + u' \tag{2}$$

式中, $\bar{\rho}$, \bar{p} 和 \bar{u} 表示无穷远均匀来流分量; ρ' ,p'和u'表示非稳态扰动量。利用式(2)线化式(1),得到

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho'}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\bar{\rho}\boldsymbol{u}' + \rho' \bar{\boldsymbol{u}} + \rho' \boldsymbol{u}'\right) = 0\\ \frac{\partial \boldsymbol{u}'}{\partial t} + \left(\bar{\boldsymbol{u}} \cdot \nabla\right) \boldsymbol{u}' + \left(\boldsymbol{u}' \cdot \nabla\right) \bar{\boldsymbol{u}} + \nabla \left(\frac{p}{\bar{\rho}}\right) = -(\boldsymbol{u}' \cdot \nabla) \boldsymbol{u}' \end{cases}$$
(3)

对线性声波,有关系式

$$p' = \bar{c}^2 \rho' \tag{4}$$

式中, 定为当地平均流中的声速。进一步利用关系式

 $(\bar{u} \cdot \nabla)u' + (u' \cdot \nabla)\bar{u} = \nabla(\bar{u} \cdot u') + w' \times \bar{u} + \bar{w} \times u' (5)$ $\exists \Psi, \mathcal{K} \equiv w' = \nabla \times u', \bar{w} = \nabla \times \bar{u}, \forall \exists \exists 0 \exists \beta$

$$\begin{cases} \frac{\partial p'}{\partial t} + \bar{c}^2 \nabla \cdot \left(\bar{\rho} \boldsymbol{u}' \right) + \nabla \cdot \left(p' \bar{\boldsymbol{u}} \right) = \bar{c}^2 q_c \\ \frac{\partial \boldsymbol{u}'}{\partial t} + \nabla \left(\bar{\boldsymbol{u}} \cdot \boldsymbol{u}' \right) + \nabla \left(\frac{p}{\bar{\rho}} \right) = \boldsymbol{q}_m \end{cases}$$
(6)

其中

$$q_{c} = -\nabla \cdot (\rho' u')$$

$$q_{m} = -(w \times u)' - \nabla (0.5 |u'|^{2})'$$
(7)

1.2 伴随格林函数法

对图1(a)所示声波直接辐射问题,观察点和声源位置 分别用矢量x和y表示,关联两者的格林函数为G(x,y)。 为获取满足式(6)的格林函数,需将图1(a)所示的直接问题 转化为图1(b)所示的伴随问题,伴随格林函数用G(y,x)表 示。对线性声学问题,根据声学互易定理有G(x,y) =G(y,x)。用 G_4 和 G_i (二维问题i=1,2,三维问题i=1,2,3) 分别表示压力型和速度型伴随格林函数。根据式(6),*G*₄和*G*_i在频域内满足

$$\begin{cases} i\omega G_4 + \bar{u}_j \frac{\partial G_4}{\partial y_j} - \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial G_j}{\partial y_j} = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}) \\ i\omega G_i + \bar{u}_i \frac{\partial G_j}{\partial y_j} - \bar{c}^2 \bar{\rho} \frac{\partial G_4}{\partial y_i} = 0 \end{cases}$$
(8)

式中,i和ω分别为虚数单位和圆频率。





随格林函数的数值解。空间离散采用五点四阶中心差分格 式。将声传播区域分为常系数和变系数波动区域两部分,在 常系数区域使用缓冲区(Buffer Zone)边界条件结合拉伸网格 的方法来吸收和衰减声波,在固体边界施加声学硬边界条件。

远场声传播可采用下述积分方程描述

$$p'(\mathbf{x},\omega) = \int_{V} \left[q_{c}(\mathbf{y},\omega) G_{4}(\mathbf{x},\mathbf{y},\omega) + q_{mi}(\mathbf{y},\omega) G_{i}(\mathbf{x},\mathbf{y},\omega) \right] d\mathbf{y}^{3}$$
(9)

2 算例验证

利用二维圆柱和NACA0012翼型绕流算例来验证上述

气动噪声预测方法的可靠性。采用Fluent软件计算非定常流动以提取气动声源,湍流模型选择基于 S—A 模型的 IDDES 方法。

2.1 二维圆柱气动噪声预测

二维圆柱直径 D=0.04m, 无穷远均匀来流马赫数为 0.3,基于直径的雷诺数 Re为100。流动远场距离圆柱中心 200D, 对圆柱尾涡脱落区域进行网格加密处理,结构化网 格总数约为20万个, 声学积分区域位于红色线条内部, 如 图2所示。



Fig.2 Configuration of mesh gird of 2D cylinder

图3为二维圆柱绕流展向涡量的空间分布云图,低雷 诺数层流运动在圆柱尾迹区域出现了周期性的涡脱落。流 动计算得到的尾涡脱落频率为416Hz,相应的无量纲频率 *St*=0.161。

将声学观察点置于以圆柱中心为原点、半径为20D的 圆上。对圆柱尾涡脱落频率噪声,选取120°观察点,非均匀 平均流和均匀平均流条件下压力型伴随格林函数虚部的空



间分布如图4所示,两者结果几乎一致。尾涡脱落频率波 长与圆柱直径比约为20,意味着近场非均匀流动区域的特 征尺寸远小于一个波长,这使得近场流动非均匀性对声传 播的影响可以忽略不计。



-0.10 -0.15 -0.10 -0.05 0 0.05 0.10 0.15 0.20 0.25 0.30 *X/m* (b) 均匀平均流 图 4 二维圆柱压力型伴随格林函数虚部云图



数值预测的90°观察点声场频谱如图5所示,与计算流体力学(CFD)直接计算结果相比,尾涡脱落频率St=0.161及其一阶谐波St=0.322处,两者的噪声大小具有很好的一致性。图6进一步显示了尾涡脱落频率的声压级指向性分布,各观察点处的数值预测结果与CFD直接计算值非常吻合,最大误差约为1dB。

2.2 二维NACA0012 翼型气动噪声预测

NACA0012 翼型弦长 C=0.1m、迎角为7°的均匀来流马



Fig.5 Spectrum of sound pressure level of 2D cylinder



赫数 Ma=0.4,基于弦长的雷诺数 Re=5×10⁴。流动远场距离 翼型中心 200C,网格总数约为 32 万个,在流动分离区域进 行网格加密处理。图 7 为瞬时展向涡量空间分布,流动计 算所得尾涡脱落频率为 St=2.92,对应的声波波长与翼型弦 长比为 0.85,波长接近弦长预示非均匀平均流对声波传播 的影响不能忽略。



观察点布置在以翼型流向中心为原点、半径为10C的 圆上。对涡脱落频率St=2.92,选取60°观察点,非均匀平均 流和均匀平均流条件下压力型伴随格林函数幅值的空间分 布如图8所示。两者的空间分布基本相似,但在涡脱落区 域存在明显差异。





图9进一步给出了非均匀平均流和均匀平均流条件 下,60°观察点对应的速度型伴随格林函数*G*₁实部的空间分 布。类似压力型伴随格林函数,涡脱落区域的非均匀平均 流对声传播存在显著影响。

图 10 给出了 90°观察点声场频谱数值预测结果,与 CFD 直接计算结果对比,两者在频率分布和峰值大小上基 本一致。三个主要峰值频率(*St*=1.96, 2.92, 3.87)的噪声结 果对比见表1,可以看出,*St*=2.92处的噪声差异最大,声压 级的数值预测结果比 CFD 直接计算值高1.3dB。图 11 进一 步展示了不同频率下的声压级指向性分布,在各观察点处,



Fig.9 Snapshots of the real part of the velocity pattern adjoint Green's function for 2D NACA0012 airfoil

本文方法的数值预测结果与CFD直接计算值吻合较好。

3 结论

为了考虑非均匀介质声折射对气动噪声传播的影响, 本文采用声扰动方程描述声波在非均匀介质中的传播,基 于声学互易原理构建关联近场声源与远场声压的频域伴随 格林函数。进而利用伴随格林函数和声扰动方程源项的数 值计算结果,通过频域积分计算噪声传播。通过研究可以 得到以下结论:

(1)二维圆柱和NACA0012翼型绕流噪声的频谱和指向性预测结果与CFD直接计算值吻合。





表1 二维NACA0012 翼型主要峰值噪声 Table 1 Main peak noise of 2D NACA0012 airfoil

St	CFD计算结果/dB	方法预测结果/dB
1.96	72.4	72.6
2.92	75.1	76.4
3.87	69.2	70.0





(2)对声波波长远大于非均匀流动区域范围的声辐射问题,可以直接忽略非均匀流动对声传播的影响;而当声波波长与非均匀流动区域特征尺寸相近时,非均匀流动对声

波的折射作用明显。

^AST

参考文献

- [1] Ffowcs Williams J E, Hawking D L. Sound generation by turbulence and surfaces in arbitrary motion[J]. Proceedings of the Royal Society of London, Series A: Mathematics and Physical Sciences, 1969, 264(1151): 321-342.
- [2] 赵俊,李志彬.变距四旋翼飞行器气动力及噪声特性计算研究[J]. 航空科学技术,2022,33(4): 57-66.
 Zhao Jun, Li Zhibin. Computational research on aerodynamic and noise characteristics of variable pitch quadrotor aircraft[J].
 Aeronautical Science & Technology, 2022, 33(4): 57-66. (in Chinese)
- [3] Phillips O M. On the generation of sound by supersonic turbulent shear layers[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1960, 9 (1): 1-28.
- [4] Lilley G M. Jet noise classical theory and experiments: In aeroacoustics of flight vehicles: Theory and practice[R]. NASA RP 1991-1258, 1991.
- [5] Möhring W. Modeling low Mach number noise[M]. Göttingen, Germany: Springer, 1979.
- [6] Doak P E. A new view of sound generation and propagation in flows[M]. Göttingen, Germany: Springer, 1979.
- [7] Goldstein M E. On identifying the true sources of aerodynamic sound[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2005, 526: 337-347.
- [8] Tam C K W, Auriault L. Mean flow refraction effects on sound radiated from localized sources in a jet[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1998, 370: 149-174.
- [9] Markesteijn A, Karabasov S A. Acoustic wave focusing by nonuniform mean flow in a rectangular duct with viscous walls[J]. International Journal of Aeroacoustics, 2013, 13(1): 183-206.
- [10] Karabasov S A, Afsar M Z, Hynes T P, et al. Jet noise: Acoustic analogy informed by large eddy simulation[J]. AIAA Journal, 2010, 48: 1312-1325.
- [11] Goldstein M E. Unsteady vortical and entropic distortions of potential flows round arbitrary obstacles[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1978, 89(3): 433-468.

- [12] Pierce A D. Wave equation for sound in fluids with unsteady inhomogeneous flow[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1990, 87(6): 2292-2299.
- [13] Le Bras S, Gabard G, Bériot H. Direct and adjoint problems for sound propagation in non-uniform flows with lined and vibrating surfaces[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2022, 953: 1-28.
- [14] Spieser É, Bogey C, Bailly C. Noise predictions of a Mach 0.9 round jet using tailored adjoint Green's functions[J]. Journal of Sound and Vibration, 2023, 548: 1-24.
- [15] 赵雯. 基于伴随方法的矩形喷口湍流混合噪声空间模态分析
 [J]. 航空科学技术,2021,32(7):27-31.
 Zhao Wen. Spatial model analysis on rectangular jet turbulence noise with adjoint method[J]. Aeronautical Science & Technology, 2021, 32(7): 27-31. (in Chinese)
- [16] Powell A. Theory of vortex sound[J]. Journal of the Acoustic Society of America, 1964, 36: 177-195.
- [17] Howe M S. Contribution to the theory of aerodynamic sound, with application to excess jet noise and the theory of the flute[J]. Journal of Fluid Mechanism, 1975, 71: 625-673.
- [18] Ewert R, Schröder W. Acoustic perturbation equations based on flow decomposition via source filtering[J]. Journal of Computational Physics, 2003, 188: 365-398.
- [19] Tam C K W, Webb J C. Dispersion- relation-preserving finite difference scheme for computational acoustics[J]. Journal of Computational Physics, 1993, 107(2): 262-281.
- [20] Hu F Q, Hussaini M Y, Manthey J L. Low-dissipation and lowdispersion Runge- Kutta schemes for computational acoustics[J]. Journal of Computational Physics, 1996, 124(1): 177-191.
- [21] Hu F Q, Li X D, Lin D K. Absorbing boundary conditions for nonlinear Euler and Navier-Stokes equations based on the perfectly matched layer technique[J]. Journal of Computational Physics, 2008, 227: 4398-4424.
- [22] Lin D K, Li X D, Hu F Q. Absorbing boundary condition for nonlinear Euler equations in primitive variables based on the perfectly matched layer technique[J]. Computers & Fluids, 2011, 40: 333-337.

Integral Computation Method of Aerodynamic Noise Propagation Based on the Acoustic Perturbation Equations

Zheng Wensi¹, Wang Fang²

1. Northwestern Polytechnical University, Xi' an 710072, China

2. North Minzu University, Yinchuan 750030, China

Abstract: The integration method of far-field sound propagation based on the traditional acoustic analogy theory assumes that the acoustic medium is uniform, and it is difficult to account for the sound refraction in non-uniform media which causes large numerical errors in the prediction of noise field. In this paper, the acoustic perturbation equation is used to describe the sound wave motion, and the adjoint Green's function is constructed in the frequency domain to relate the near-field sound source and the far-field sound pressure based on the acoustic reciprocity principle, so that the refraction effect of the inhomogeneous media is included in the adjoint Green's function. By combining the numerical results of the adjoint Green's function and the source terms of the acoustic perturbation equations, the spatial propagation of aerodynamic noise is calculated by the integration method. Combined with the above method, numerical prediction research is carried out for the noise induced by flow around the two-dimensional cylinder and NACA0012 airfoil, and the far-field sound pressure prediction results are in good agreement with that directly obtained by CFD. The integral calculation method of aerodynamic noise propagation based on the acoustic disturbance equation takes into account the influence of non-uniform media on sound propagation, which can improve the prediction accuracy of aerodynamic noise.

Key Words: acoustic perturbation equations; adjoint Green's function; aerodynamic noise; sound refraction