

用于三维机织物预成形变形预测的各向异性超弹性本构模型



刘闯¹, 黄天麟², 邸嘉男¹, 程晖¹, 梁彪¹

1. 西北工业大学 飞行器高性能装配工业和信息化部重点实验室, 陕西 西安 710072

2. 中国航发商用航空发动机有限责任公司, 上海 201109

摘要:随着三维机织物逐渐广泛应用在航空发动机叶片、机匣等复杂曲面结构的制造方面,预测三维碳纤维机织物在曲面结构制造的预成形过程中的复杂变形行为对提升纤维结构的成形质量具有重要意义。基于连续介质力学理论,本文提出一种各向异性超弹性本构模型描述三维机织物在成形过程中由于大变形所引起的各向异性力学变形行为。通过三维机织物的变形试验,建立了应变能密度函数,获取了三维机织物材料参数,并通过偏轴拉伸、半球冲压预成形有限元仿真与试验对比,验证了本文提出的超弹性本构模型的有效性。超弹性本构模型的提出可对三维机织物成形的有限元仿真模型与成形工艺优化设计起指导作用。

关键词: 三维机织物; 预成形; 超弹性本构模型; 有限元仿真模型

中图分类号: V261.97

文献标识码: A

DOI: 10.19452/j.issn1007-5453.2024.03.004

随着航空航天领域日益复杂的服役环境与结构形式,复合材料不仅需要提高结构强度、疲劳寿命、抗冲击性能等力学性能,还需要提高复合材料成形性能,以实现复合材料的复合结构制造^[1-5]。其中,航空航天领域中叶片、机匣等结构要求复合材料具有较高的结构强度、层间性能与疲劳韧性,进而提出了具有三维架构的机织复合材料,其形式主要包括三维角连锁编织复合材料、三维正交编织复合材料等^[6-7]。三维机织复合材料由于在材料的层间厚度方向新编织了增强纱,大大提高了其抗分层能力与抗冲击性能,成为理想的高性能结构材料。

三维机织复合材料的主要成形方式是树脂模型传递成形(RTM),其中的预成形阶段是三维机织物产生变形的主要阶段,期间经历纤维变形、损伤、纤维体积分数与树脂渗透率的变化,进而对最终构件的力学性能产生关键影响。在其预成形过程中三维机织物的变形行为较为复杂,为降低试验成本,需要提出合适的变形预测本构模型,预测三维机织物预成形过程中的变形行为。

织物力学行为预测本构模型的建立离不开织物的力学

行为参数表征,各种本构模型都是基于各项织物力学行为建立的,除了常规的像金属材料属性测定方式(包括拉伸、压缩等材料属性测量方式)之外,还要开展针对编织物结构形式的材料变形行为测试,包括面内剪切试验、横向剪切试验等^[8]。针对复合材料编织物的材料参数表征测试方法,许多学者已开展了单轴拉伸、双轴拉伸、偏轴拉伸、镜框剪切、横向压缩、横向剪切等试验^[9-10]。在机织物宏观分析方面,学者们在宏观行为层面将机织物假设为连续介质体,基于连续介质力学提出了针对编织物的超弹性本构模型^[11-12]、次弹性本构模型^[13-14]、非正交本构模型^[15-16]等各类力学模型,并通过复合材料编织物变形的有限元仿真较为准确地预测了材料在成形过程中的变形力学行为。

本文将基于连续介质力学理论,建立超弹性本构模型描述三维机织物在成形过程中由于大变形引起的非线性各向异性力学行为。在超弹性本构模型中,应变能密度函数被分解为4个部分:经纬向拉伸产生的拉伸应变能、织物厚度方向的横向压缩产生的压缩应变能、经纬向纱线剪切变形产生的面内剪切应变能、织物不同层之间的剪切变形产生横向剪切应

收稿日期: 2023-09-23; 退修日期: 2024-01-04; 录用日期: 2024-02-02

基金项目: 航空科学基金(2020Z068053001)

引用格式: Liu Chuang, Huang Tianlin, Di Jia'nan, et al. An anisotropic hyperelastic constitutive model for predicting preforming deformation of 3D woven fabrics[J]. Aeronautical Science & Technology, 2024, 35(03): 28-40. 刘闯, 黄天麟, 邸嘉男, 等. 用于三维机织物预成形变形预测的各向异性超弹性本构模型[J]. 航空科学技术, 2024, 35(03): 28-40.

变能。超弹性本构模型中的材料参数通过4种变形模式的试验数据计算而来,最后通过试验与有限元仿真的对比分析,验证所提出的各向异性超弹性本构模型的有效性。

1 三维机织物超弹性本构模型

本文主要研究 T300 干碳纤维三维非平衡机织物,组织结构为一三斜纹带衬经纱,其内部包括纬向纱线、经向纱线以及贯穿多个纤维平面的经向接结纱线(衬经纱),纬向纱线规格为 48K,经向纱线与衬经纱规格为 24K。T300 干碳纤维三维非平衡机织物的结构参数见表 1。三维机织物实际结构示意图与 CT 扫描结构如图 1 所示,其中 M_1 、 M_2 、 M_3 为纤维方向的正交方向矢量。

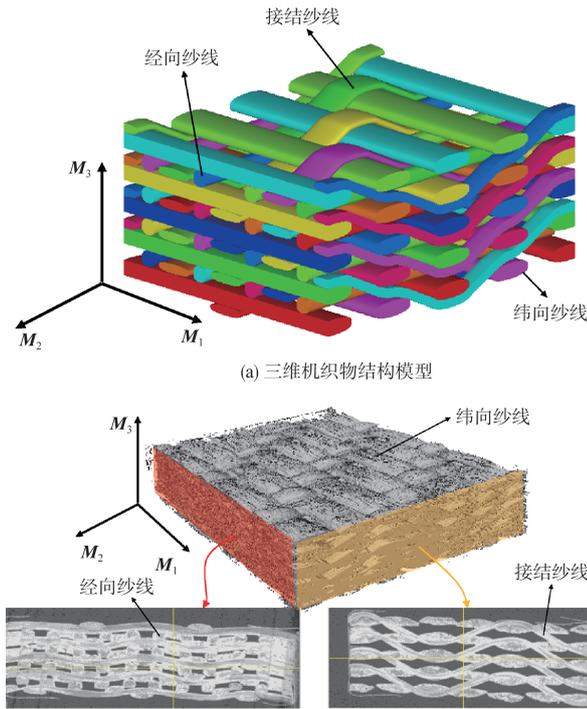


图1 三维机织物结构示意图

Fig.1 Schematic diagram of 3D woven fabric structure

超弹性本构模型是基于材料力学能量方法,根据不同变形模式的变形势能表示能量变换,三维机织物在预成型过程中的应变能仅取决于经纬向拉伸、横向压缩、面内剪切、沿经纬向横向剪切6种变形模式,如图2所示。同时,在不考虑变

形耦合行为的三维机织物超弹性本构模型构建过程中,假设6种变形模式之间互不干扰,力学特性与变形行为没有耦合关系,进而可以将三维机织物试件的变形能量分解为6部分:纬向/经向拉伸应变能、横向压缩应变能、面内剪切应变能、沿纬向/经向横向剪切应变能,如式(1)所示。因此,分别建立各变形模式的应变能密度函数,并通过三维机织物变形模式力学行为试验结果拟合计算应变能密度函数,进而建立三维机织物非线性各向异性超弹性本构模型。

$$w = w_{\text{clong1}} + w_{\text{clong2}} + w_{\text{comp}} + w_{\text{cp}} + w_{\text{ct1}} + w_{\text{ct2}} \quad (1)$$

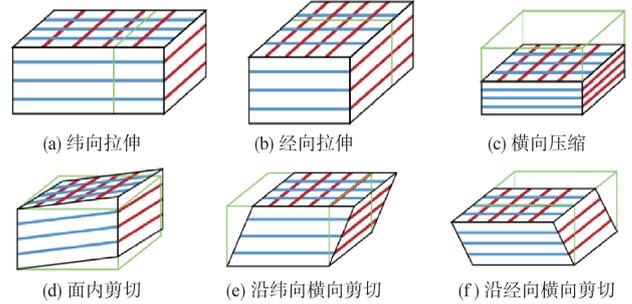


图2 三维机织物变形模式

Fig.2 Deformation modes of 3D woven fabrics

在超弹性本构关系框架中,超弹性材料是一种非耗散性材料,忽略热效应等能量耗散,其每个未变形单位体积的应变能仅取决于材料变形的当前状态。假设在材料变形过程中每个未变形的单位体积内都存在一部分能量 w ,材料变形的变形梯度张量定义为 F (如式(2)所示),右柯西-格林应变张量 C 可以表示为如式(3)所示的形式。应变能密度函数 w 对应变张量 C 进行偏微分推导出第二类皮奥拉-基尔霍夫应力 S ,然后通过变形梯度张量计算柯西应力 σ ,如式(5)所示

$$F = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}} \quad (2)$$

$$C = F^T \cdot F \quad (3)$$

$$S = 2 \frac{\partial w}{\partial C} = 2 \frac{\partial w}{\partial I_k} \frac{\partial I_k}{\partial C} \quad (4)$$

$$\sigma = \frac{1}{J} F S F^T \quad (5)$$

式中, \mathbf{X} 为初始状态中材料粒子的位置; \mathbf{x} 为当前状态中材料粒子的位置。

三维机织物是由经向纱线、纬向纱线以及厚度方向的

表1 三维机织物结构参数

Table 1 Structural parameters of 3D woven fabrics

组织结构	纤维类型	经纱规格/K	纬纱规格/K	衬经纱规格/K	经纱层数	经纱密度/(根/cm)	纬纱层数	纬纱密度/(根/cm)	纤维体积含量/%
一三斜纹带衬经纱	T300	24	48	24	4	8	5	3	50.8

接结纱线相互交织而成的,属于正交各向异性材料,其变形示意图如图3所示。正交各向异性材料具有三个初始单位矢量为 $\mathbf{M}_1, \mathbf{M}_2, \mathbf{M}_3$,变形后的方向矢量为 $\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2, \mathbf{m}_3$,结构张量 $\bar{\mathbf{M}}_1, \bar{\mathbf{M}}_2, \bar{\mathbf{M}}_3$ 可通过初始单位矢量的张量积表征,如式(6)所示。因此,三维机织物在预成形过程中相对于材料初始状态的应变能密度函数可以写为如式(7)所示的形式,即总应变能密度函数是各变形模式中应变的函数之和。

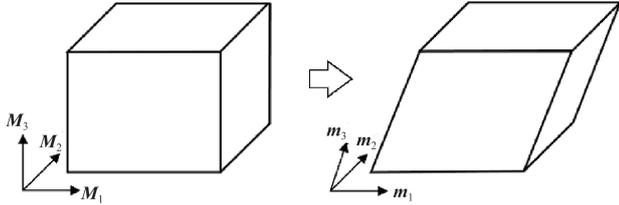


图3 变形过程的矢量变换

Fig.3 Vector transformations of deformation processes

$$\bar{\mathbf{M}}_1 = \mathbf{M}_1 \otimes \mathbf{M}_1 \quad \bar{\mathbf{M}}_2 = \mathbf{M}_2 \otimes \mathbf{M}_2 \quad \bar{\mathbf{M}}_3 = \mathbf{M}_3 \otimes \mathbf{M}_3 \quad (6)$$

$$w^{\text{orth}} = w^{\text{orth}}(I_1, I_2, I_3, I_{41}, I_{42}, I_{43}, I_{412}, I_{423}, I_{51}, I_{52}, I_{53}) \quad (7)$$

式中, $\bar{\mathbf{M}}_1, \bar{\mathbf{M}}_2, \bar{\mathbf{M}}_3$ 为二阶张量; I_1, I_2, I_3 为应变张量 \mathbf{C} 的不变量; I_{4i}, I_{4ij}, I_{5i} 为由方向矢量定义的混合不变量,具体形式如式(8)所示($i, j=1,2,3$); λ_i 为变形梯度张量 \mathbf{F} 的特征值。

$$\begin{cases} I_1 = \text{Tr}(\mathbf{C}) = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \\ I_2 = \frac{1}{2}(\text{Tr}(\mathbf{C})^2 - \text{Tr}(\mathbf{C}^2)) = (\lambda_1\lambda_2)^2 + (\lambda_1\lambda_3)^2 + (\lambda_2\lambda_3)^2 \\ I_3 = \text{Det}(\mathbf{C}) = (\lambda_1\lambda_2\lambda_3)^2 \\ I_{4i} = \mathbf{M}_i \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{M}_i \\ I_{4ij} = \mathbf{M}_i \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{M}_j \\ I_{5i} = \mathbf{M}_i \cdot \mathbf{C}^2 \cdot \mathbf{M}_i \end{cases} \quad (8)$$

为超弹性正交各向异性材料定义的右柯西-格林应变张量的不变量具有物理意义,因此需要将不变量通过交换组合等物理变换使其与材料应变相关联。对于6种变形模式,可以根据材料在不同变形模式状态下的变形行为定义不变量,如式(9)所示

$$\begin{cases} I_{\text{elong}}^\alpha = \ln(\sqrt{I_{4\alpha}}), \alpha = 1, 2 \\ I_{\text{comp}} = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{I_3}{I_{41}I_{42}}\right) \\ I_{\text{cp}} = \frac{I_{421}}{\sqrt{I_{41}I_{42}}} = \sin(\gamma) \\ I_{\text{cta}} = \frac{I_{4\alpha 3}}{\sqrt{I_{4\alpha}I_{43}}} = \sin(\gamma_{\alpha,3}), \alpha = 1, 2 \end{cases} \quad (9)$$

式中, I_{elong}^α 为 \mathbf{M}_α 方向上的指数应变; I_{comp} 为 \mathbf{M}_3 方向上的指数应变; γ 为面内剪切角; I_{cp} 为面内剪切角的正弦值; I_{cta} 为

与横向剪切($\mathbf{M}_\alpha, \mathbf{M}_3$)相关的不变量。

三维机织物变形的应变能是不变量函数的势能,因此需要将不变量函数对应变张量求导,以为求解第二类皮奥拉-基尔霍夫应力 \mathbf{S} 做铺垫,如式(10)所示

$$\begin{cases} \frac{\partial I_{\text{elong}}^\alpha}{\partial \mathbf{C}} = \frac{1}{2I_{4\alpha}} \bar{\mathbf{M}}_\alpha \\ \frac{\partial I_{\text{comp}}}{\partial \mathbf{C}} = \frac{1}{2} \left(\mathbf{C}^{-1} - \frac{1}{I_{41}} \bar{\mathbf{M}}_1 - \frac{1}{I_{42}} \bar{\mathbf{M}}_2 \right) \\ \frac{\partial I_{\text{cp}}}{\partial \mathbf{C}} = \frac{1}{2\sqrt{I_{41}I_{42}}} (\mathbf{M}_1 \otimes \mathbf{M}_2 + \mathbf{M}_2 \otimes \mathbf{M}_1) - \frac{I_{\text{cp}}}{2I_{41}} \bar{\mathbf{M}}_1 - \frac{I_{\text{cp}}}{2I_{42}} \bar{\mathbf{M}}_2 \\ \frac{\partial I_{\text{cta}}}{\partial \mathbf{C}} = \frac{1}{2\sqrt{I_{4\alpha}I_{43}}} (\mathbf{M}_\alpha \otimes \mathbf{M}_3 + \mathbf{M}_3 \otimes \mathbf{M}_\alpha) - \frac{I_{\text{cta}}}{2I_{4\alpha}} \bar{\mathbf{M}}_\alpha - \frac{I_{\text{cta}}}{2I_{43}} \bar{\mathbf{M}}_3 \end{cases} \quad (10)$$

第二类皮奥拉-基尔霍夫应力 \mathbf{S} 是总应变能的函数,而总应变能是各变形模式状态下应变能的总和,因此,应力张量与柯西应力的表达式如下

$$\begin{aligned} \mathbf{S} &= 2 \frac{\partial w}{\partial \mathbf{C}} = 2 \left(\frac{\partial w_{\text{elong}\alpha}}{\partial \mathbf{C}} + \frac{\partial w_{\text{comp}}}{\partial \mathbf{C}} + \frac{\partial w_{\text{cp}}}{\partial \mathbf{C}} + \frac{\partial w_{\text{cta}}}{\partial \mathbf{C}} \right) \quad (11) \\ \boldsymbol{\sigma} &= \frac{1}{J} \mathbf{F} \mathbf{S} \mathbf{F}^T = \\ &= \frac{2}{J} \mathbf{F} \frac{\partial}{\partial \mathbf{C}} \left[w_{\text{elong}1}(I_{\text{elong}1}) + w_{\text{elong}2}(I_{\text{elong}2}) + w_{\text{comp}}(I_{\text{comp}}) + \right. \\ &\quad \left. w_{\text{cp}}(I_{\text{cp}}) + w_{\text{cta}1}(I_{\text{cta}1}) + w_{\text{cta}2}(I_{\text{cta}2}) \right] \mathbf{F}^T \quad (12) \end{aligned}$$

2 超弹性本构模型参数识别

针对三维机织物4种变形模式,可以分别利用对应的试验夹具开展力学行为测试,包括单轴拉伸试验(见图4)、横向压缩试验、面内剪切试验、横向剪切试验,通过试验过程中的载荷-位移曲线数据计算应变能密度与应变之间的关联关系,以获取本文研究三维机织物的材料属性,基于各变形模式下的应变能密度-应变曲线拟合得出应变能密度函数公式,进而为建立三维机织物超弹性本构模型奠定基础。

2.1 单轴拉伸

在单轴拉伸方面,单轴拉伸试件有效区域尺寸为160mm×40mm,拉伸速度设置为2mm/min,分别开展了沿经向与纬向的单向拉伸试验,获取了载荷-位移曲线,如图5所示。依据计算得到的应变能密度-应变不变量曲线,根据对单轴拉伸的应变能密度-不变量曲线的分析,两个方向的拉伸应变能曲线均可分为两个阶段,如图6所示。在织物拉伸的第一阶段,即拉伸不变量小于 I_{elong}^0 时,织物材料内部的纱线产生滑移,内部孔隙减小,此阶段材料拉伸刚度较低;在拉

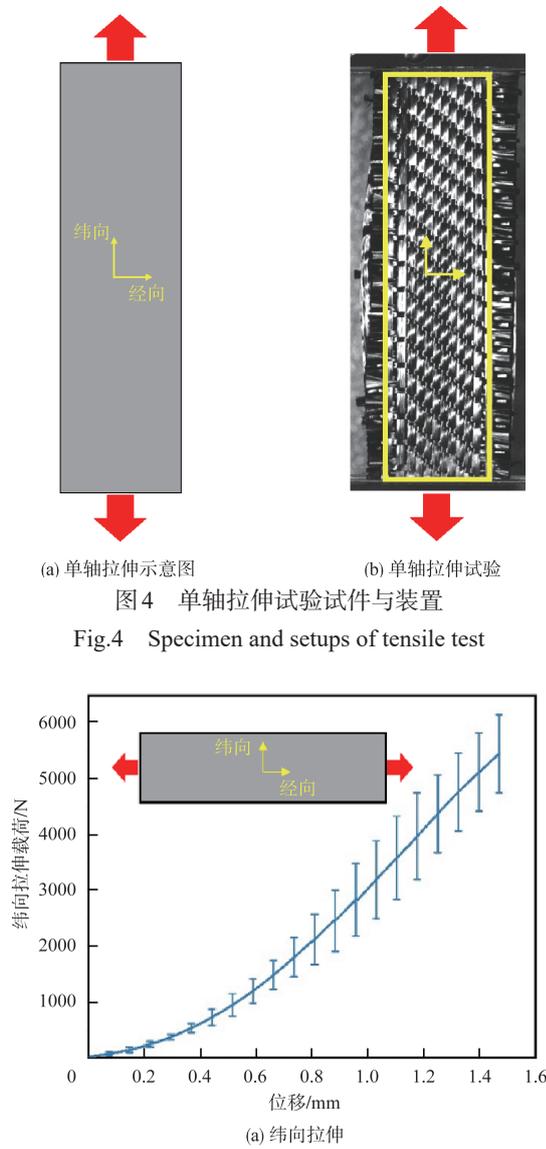


图4 单轴拉伸试验试件与装置
Fig.4 Specimen and setups of tensile test

图5 单轴拉伸载荷-位移曲线
Fig.5 Load-displacement curves of tensile test

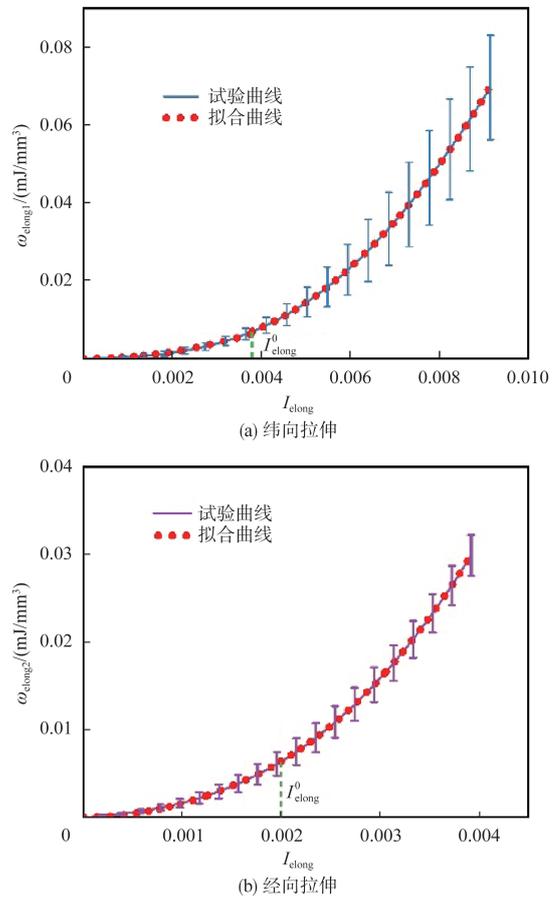


图6 单轴拉伸应变能密度—不变量曲线

Fig.6 Strain energy density-invariance curves of tensile test

伸的第二阶段,即拉伸不变量超过 I_{elong}^0 时,织物内部的纤维体积分数几乎达到最大,材料刚度变化较小。针对单轴拉伸的整体应变能密度曲线,可以通过二次函数将材料的应变能—不变量曲线进行拟合,进而表征三维机织物经向与纬向的拉伸性能参数。因此,经向与纬向的拉伸应变能密度函数形式可以写为如式(13)、式(14)的形式,其中,下标“1”代表纬向,下标“2”代表经向,下标“3”代表厚度方向。

通过对单向拉伸载荷—位移曲线进行积分,计算初始未变形状态下单位体积应变能密度如图6所示。基于经纬向单轴拉伸过程中的应变能密度曲线,建立了相应的曲线函数,如式(13)与式(14)所示,并通过采用 Levenberg-Marquardt 优化方法,开展应变能密度函数中的参数拟合,获得三维机织物在单轴方向的材料变形属性,见表2。

$$w_{elong1} = \begin{cases} \frac{1}{2} K_{elong10} (I_{elong}^a)^2 & \text{if } I_{elong}^a \leq I_{elong1}^0 \\ \frac{1}{2} K_{elong11} (I_{elong}^a)^2 + K_{elong12} I_{elong}^a + K_{elong13} & \text{if } I_{elong}^a > I_{elong1}^0 \end{cases} \quad (13)$$

$$w_{\text{elong}2} = \begin{cases} \frac{1}{2} K_{\text{elong}20} (I_{\text{elong}}^{\alpha})^2 & \text{if } I_{\text{elong}}^{\alpha} \leq I_{\text{elong}2}^0 \\ \frac{1}{2} K_{\text{elong}21} (I_{\text{elong}}^{\alpha})^2 + K_{\text{elong}22} I_{\text{elong}}^{\alpha} + K_{\text{elong}23} & \text{if } I_{\text{elong}}^{\alpha} > I_{\text{elong}2}^0 \end{cases} \quad (14)$$

式中, $w_{\text{elong}1}$ 与 $w_{\text{elong}2}$ 分别为纬向与经向的拉伸应变能密度函数; $I_{\text{elong}}^{\alpha}$ 为纬向与经向在变形过程中的拉伸应变不变量。

2.2 横向压缩

横向压缩试验采用的试件尺寸为 100mm×100mm, 压缩速度为 1mm/min, 当试件所受载荷急剧增大时停止试验。横向压缩试验采用的横向压缩夹具为圆形压盘, 试件受压面积为直径 100mm 的圆形压盘面积, 如图 7 所示。

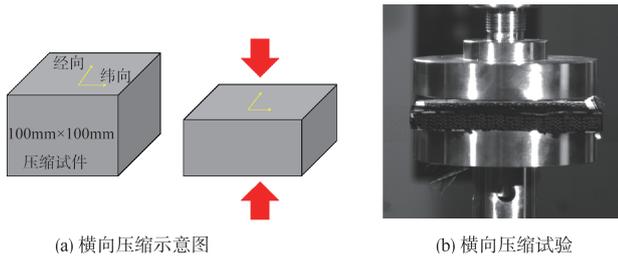


图 7 横向压缩试验试件与装置

Fig.7 Specimen and setups of compression test

横向压缩变形中的应变为压缩指数应变, 横向压缩试件的载荷—位移曲线如图 8 所示, 在压缩起始时, 试件所受压力较小, 织物在厚度方向上的刚度较小; 在压缩过程中, 试件所受压力近似呈指数型增长, 纤维纱线间的空隙被急剧挤压填充, 纤维体积比快速增大。

假设试件受压横截面积不变, 即三维机织物试件的经纬向的长度不受试件横向压缩作用的影响。将试件的体积变化与其厚度变化相关联, 可以建立试件厚度与试件纤维

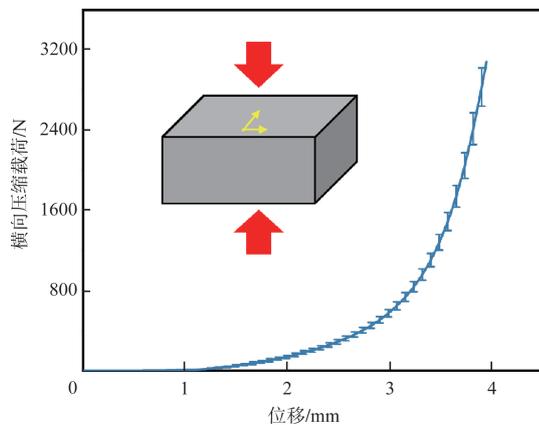


图 8 横向压缩试验载荷—位移曲线

Fig.8 Load-displacement curve of compression test

体积比的关系, 如式(15)所示。

$$V_f = \frac{V_F}{V} = \frac{M}{\rho_c S e} \quad (15)$$

式中, V_F 为初始试件的纤维体积; V 为当前状态下试件体积; e 为当前状态下试件厚度; ρ_c 为碳纤维的密度; M 为试件质量; S 为试件受压横截面积。

根据对横向压缩应力—不变量曲线与横向压缩应变能密度—不变量曲线的分析, 如图 9 所示, 可以将应变能密度与压缩不变量的关系视为指数函数。根据基本不变量的物理含义, 可以将压缩不变量转换为与压缩应变相关联的变量, 减少横向压缩应变能密度函数的变量, 如式(16)所示。因此, 建立了横向压缩的应变能密度函数如式(17)所示

$$I_{\text{comp}} = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{I_3}{I_{41} I_{42}} \right) = \ln(1 + \varepsilon) \quad (16)$$

$$w_{\text{comp}} = K_{\text{comp}}^0 \left[\left(1 - \frac{I_{\text{comp}}}{I_{\text{comp}}^0} \right)^{-p} - p \frac{I_{\text{comp}}}{I_{\text{comp}}^0} - 1 \right] \quad (17)$$

式中, I_{comp}^0 为横向压缩应变能函数中关于初始纤维体积分数的变量, 其具体形式如式(18)所示, 本文研究三维机织物的纤维体积分数约为 50.8%。

$$I_{\text{comp}}^0 = 2 \ln \left(\frac{m_{\text{epr}}}{\rho_{\text{carb}} V_0} \right) = 2 \ln(V_F) \quad (18)$$

式中, m_{epr} 为三维机织物试件质量; ρ_{carb} 为碳纤维密度; V_0 为试件初始体积。

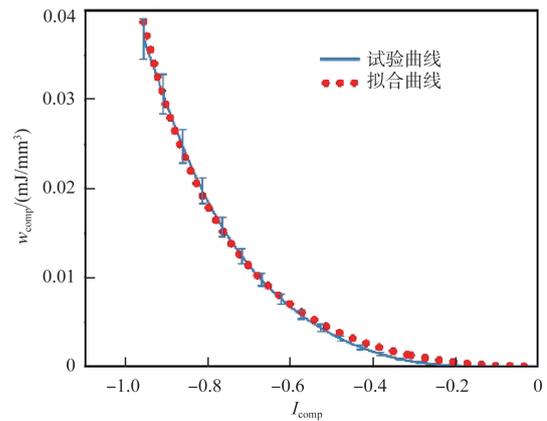


图 9 横向压缩应变能密度—不变量曲线

Fig.9 Strain energy density-Invariance curves of compression test

根据式(16)中压缩不变量的结构形式, 计算压缩不变量关于应变张量的偏导, 如式(19)所示, 横向压缩变形模式下的第二类皮奥拉—基尔霍夫应力可以写为式(20)

$$\frac{\partial I_{\text{comp}}}{\partial \mathbf{C}} = \frac{1}{2} \left(\mathbf{C}^{-1} - \frac{1}{I_{41}} \bar{\mathbf{M}}_1 - \frac{1}{I_{42}} \bar{\mathbf{M}}_2 \right) \quad (19)$$

$$S_{\text{comp}} = \frac{pK_{\text{comp}}^0}{I_{\text{comp}}^0} \left[\left(1 - \frac{I_{\text{comp}}}{I_{\text{comp}}^0} \right)^{-p-1} - 1 \right] \left(C^{-1} - \frac{1}{I_{41}} \bar{M}_1 - \frac{1}{I_{42}} \bar{M}_2 \right) \quad (20)$$

2.3 面内剪切

偏轴拉伸试验的主要目的是测量三维机织物的面内剪切性能,进而表征超弹性本构模型中关于剪切性能的参数。本文中偏轴拉伸试件的试件尺寸为250mm×60mm,其中有效试验区域尺寸为160mm×60mm,其结构形式是纤维方向与试件长度方向的夹角为±45°,并在待测试件上绘制了沿纤维方向的白色标记线,用于跟踪剪切角的演变。偏轴拉伸试验设置的拉伸速度为10mm/min,并且在偏轴拉伸过程中,数字图像相关(VIC-3D)设备用于实时图像采集,如图10所示。

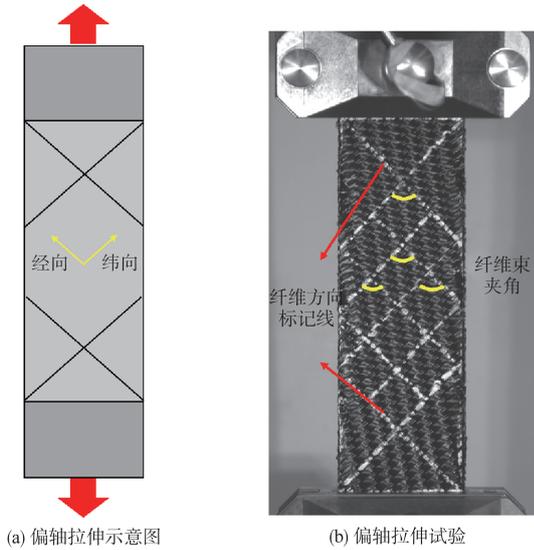


图10 偏轴拉伸试件与装置
Fig.10 Specimen and setups of bias-extension test

三维机织物偏轴拉伸载荷—位移曲线如图11所示。偏轴拉伸起始阶段纤维之间空隙较大,纤维束可自由旋转。随着拉伸位移的增加,纤维之间空隙逐渐减小,纤维间产生挤压,拉伸载荷显著增大。

偏轴拉伸试件在受拉时的变形形式如图12所示,试件内A区域(绿色)不发生变形行为,B区域(蓝色)同时产生拉伸与剪切变形,C区域(黄色)仅产生剪切变形行为。图12中, L 为偏轴拉伸试件的有效长度(160mm), l 为试件的宽度(60mm), D 为材料标记线交点距离(100mm)。

三维机织物试件在试验过程中的剪切角可以通过试验拉伸机的位移计算确定,如式(21)所示。但为了排除纤维纱线滑移以及剪切自锁对纤维剪切角的影响,使用了高分辨率相机拍摄图像,记录整个偏轴拉伸过程中纤维剪切角

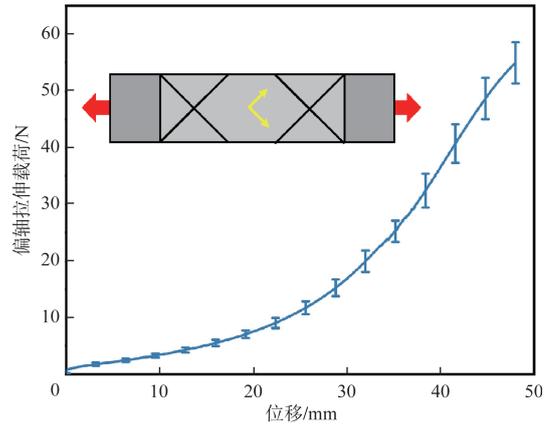


图11 偏轴拉伸试验载荷—位移曲线
Fig.11 Load-Displacement curve of bias-extension test

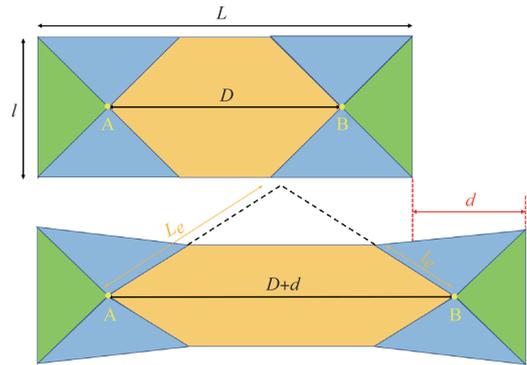


图12 偏轴拉伸试件变形示意图
Fig.12 Schematic of deformation of bias-extension test

大小的变化情况。针对三次偏轴拉伸试验过程中的试件图像,使用图像处理软件对采集到的试件有效试验区域进行测量,测量经向纱线与纬向纱线之间的角度 θ ,监测偏轴拉伸过程中剪切角的变化情况,同样可以通过图13的几何变形计算得出经纬向纱线夹角,进而计算出偏轴拉伸过程中C区域的剪切角 γ ,即 $\gamma=90^\circ - \theta$

$$\gamma = \frac{\pi}{2} - 2\arccos\left(\frac{D+d}{\sqrt{2}D}\right) \quad (21)$$

式中, D 为未变形时AB间距离; d 为拉伸机夹头位移。

通过图像处理出三维机织物在拉伸过程中实际剪切角,并将图11中的载荷—位移曲线转换成载荷—实际剪切角曲线,如图14所示。通过三维机织物在偏轴拉伸过程中的载荷—实际剪切角曲线,可以按照式(22)计算归一化后的剪切力 F_{sh}

$$F_{sh}(\gamma) = \frac{1}{(2D-l)\cos(\gamma)} \left\{ \frac{D}{l} \cdot F \cdot \left[\cos\left(\frac{\gamma}{2}\right) - \sin\left(\frac{\gamma}{2}\right) \right] - l \cdot F_{sh}\left(\frac{\gamma}{2}\right) \cos\left(\frac{\gamma}{2}\right) \right\} \quad (22)$$

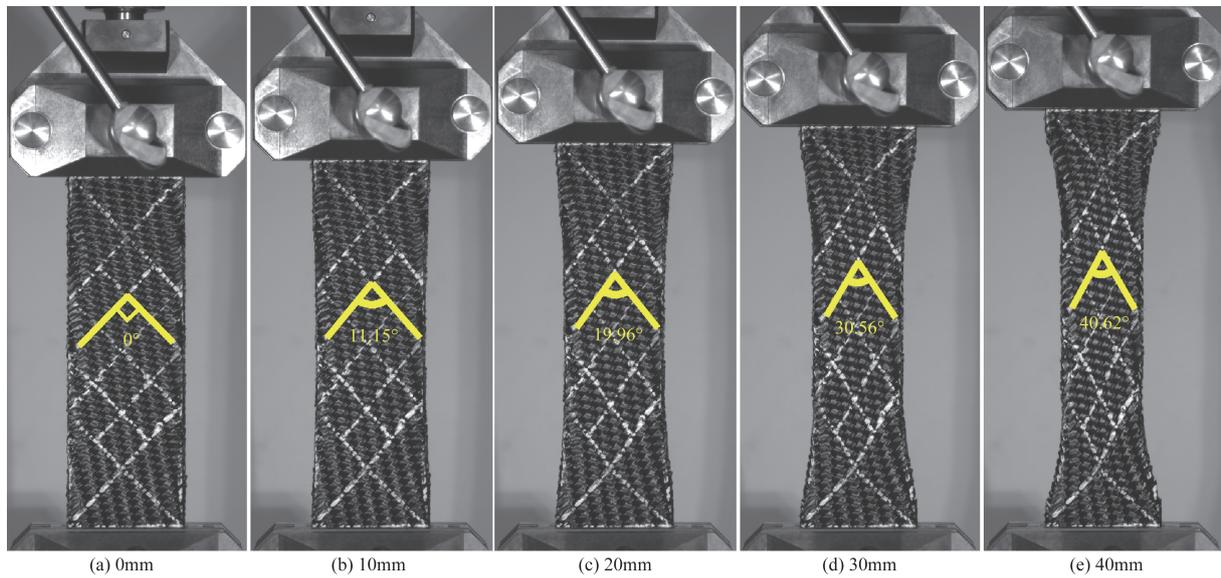


图13 偏轴拉伸试件剪切角变化过程

Fig.13 Process of shear angle change of bias-extension test

式中, D 为试件纤维标记线交点距离; l 为试件宽度; F 为试验拉伸机拉力载荷。

三维机织物试件初始单位体积区域的单位扭矩 $C_s(\gamma)$ 可以通过归一化的剪切力表示

$$C_s(\gamma) = F_{sh}(\gamma) \cdot \cos(\gamma) \quad (23)$$

因此, 未变形单位体积的切应变能密度可以表示为

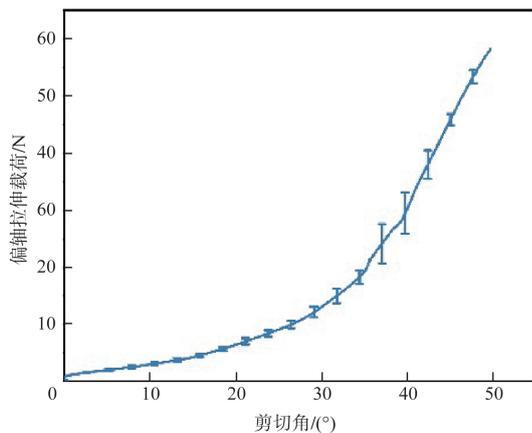


图14 偏轴拉伸试验载荷—实际剪切角曲线

Fig.14 Load-actual shear angle curves of bias-extension test

$$W(\gamma) = \int_0^\gamma \frac{C_s}{t} d\gamma \quad (24)$$

式中, t 为试件初始厚度。

通过上述公式, 三维机织物偏轴拉伸试验的载荷—位移曲线可以转换为切应变能 $W(\gamma)$ —剪切角 γ 的关系曲线, 又根据面内剪切不变量与剪切角的关系, 即可得到切

应变能—剪切不变量曲线, 如图15所示。因此, 可以建立关于三维机织物面内剪切性能的应变能密度函数, 如式(25)所示

$$w_{cp}(I_{cp}) = K_{cp1} I_{cp}^{p_1} + K_{cp2} I_{cp}^{p_2} \quad (25)$$

根据面内剪切不变量与面内剪切角的关系公式, 计算面内剪切不变量关于应变张量的偏导, 如式(26)所示, 则面内剪切变形模式下的第二类皮奥拉—基尔霍夫应力可以表示为式(27)

$$\frac{\partial I_{cp}}{\partial \mathbf{C}} = \frac{1}{2\sqrt{I_{41} I_{42}}} (\mathbf{M}_1 \otimes \mathbf{M}_2 + \mathbf{M}_2 \otimes \mathbf{M}_1) - \frac{I_{cp}}{2I_{41}} \bar{\mathbf{M}}_1 - \frac{I_{cp}}{2I_{42}} \bar{\mathbf{M}}_2 \quad (26)$$

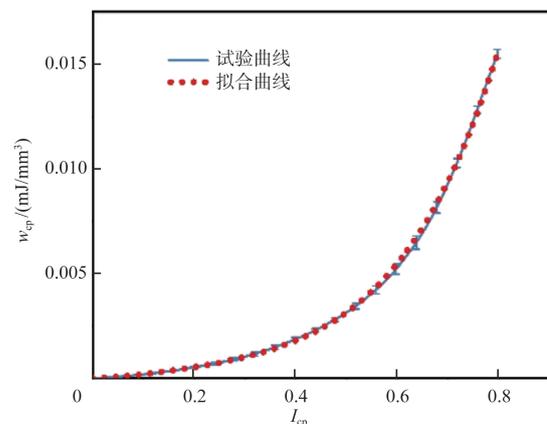


图15 偏轴拉伸应变能密度—不变量曲线

Fig.15 Strain energy density-invariance curves of bias-extension test

$$S_{cp} = 2 \left[p K_{cp} (I_{cp} + C_{cp})^{p-1} \right] \cdot \left[\frac{1}{2\sqrt{I_{41}I_{42}}} (\mathbf{M}_1 \otimes \mathbf{M}_2 + \mathbf{M}_2 \otimes \mathbf{M}_1) - \frac{I_{cp}}{2I_{41}} \bar{\mathbf{M}}_1 - \frac{I_{cp}}{2I_{42}} \bar{\mathbf{M}}_2 \right] \quad (27)$$

2.4 横向剪切

横向剪切试验的试件尺寸为 70mm×70mm 的矩形试件,试验机设置的横向剪切速度为 10mm/min,当试件所受载荷下降 60% 时停止试验,如图 16 所示。为降低试验误差,提高准确度,针对经向与纬向的横向剪切变形试验均开展了三次相同参数的试验,并记录试验过程中的载荷一位移曲线。

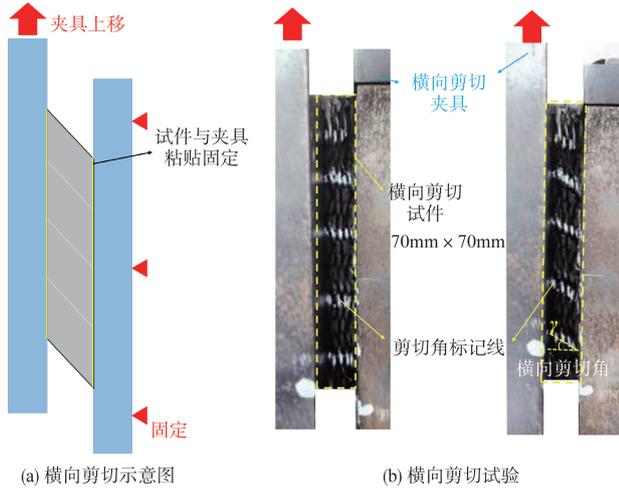


图 16 横向剪切试验试件与装置

Fig.16 Specimen and setups of transverse shear test

经向与纬向在横向剪切过程中的载荷一位移曲线如图 17 所示。由图中曲线对比可知,本文采用的三维机织物在横向剪切开始瞬间剪切刚度较大,但剪切刚度在位移为 0.2mm 左右时开始下降;三维机织物纬向的剪切刚度比经向的剪切刚度大。这是由于三维机织物的结构形式是一三斜纹带衬经纱结构,机织物的接结纱是沿经向将相邻两层纬向纱线连接固定的,经向接结纱线在试件厚度方向相互穿插,相对于经向纱线与纬向纱线的长度更长。在经向横向剪切过程中,经向接结纱的相对于紧密的纬向纱线更易变形,同时由于织物试件中纱线间存在的空隙,在横向剪切过程中相邻两层间的纬向纱线更易受挤压作用,导致纤维纱线间的空隙减小,因此在经向横向剪切过程中,织物试件更易产生变形行为,剪切刚度相对不易变形的纬向横向剪切较小。

各横向不变量下的应变能密度如图 18 所示。对于三

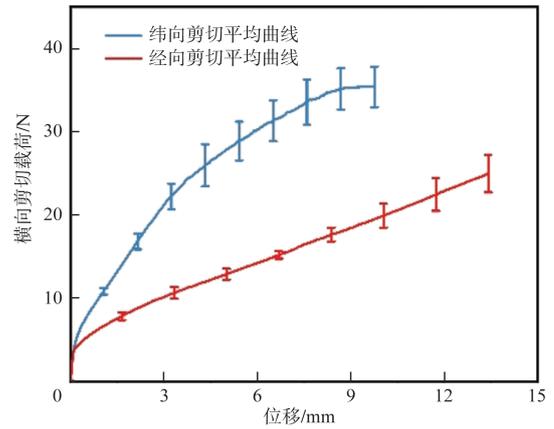


图 17 经纬向横向剪切载荷一位移曲线

Fig.17 Load-displacement curve of transverse shear test

维机织物的纬向与经向的横向剪切均可分为两个阶段进行曲线拟合。其中在纬向的横向剪切过程中,纬向的横向剪切应变能密度函数与纬向横向剪切不变量在第一阶段与第二阶段均呈现多项式关系;在经向的横向剪切过程中,横向剪切应变能密度函数与经向横向剪切不变量在第一阶段与第二阶段均呈现指数关系。因此分别建立了纬向与经向的应变能密度函数,如式(28)、式(29)所示

$$w_{ct1}(I_{ct1}) = K_{ct1} I_{ct1}^{p_1} \quad (28)$$

$$w_{ct2}(I_{ct2}) = K_{ct2} I_{ct2}^{p_2} \quad (29)$$

式中, $w_{ct1}(I_{ct1})$ 、 $w_{ct2}(I_{ct2})$ 分别为沿纬向与经向横向剪切的应变能密度函数。

根据横向剪切不变量与横向剪切角的关系公式,计算横向剪切不变量关于应变张量的偏导,如式(30)所示,则横向剪切变形模式下的第二类皮奥拉-基尔霍夫应力如式(31)与式(32)所示

$$\frac{\partial I_{cta}}{\partial \mathbf{C}} = \frac{1}{2\sqrt{I_{4a}I_{43}}} (\mathbf{M}_\alpha \otimes \mathbf{M}_3 + \mathbf{M}_3 \otimes \mathbf{M}_\alpha) - \frac{I_{cta}}{2I_{4a}} \bar{\mathbf{M}}_\alpha - \frac{I_{cta}}{2I_{43}} \bar{\mathbf{M}}_3 \quad (\alpha = 1, 2) \quad (30)$$

$$S_{ct1} = 2K_{ct1} p_1 I_{ct1}^{p_1-1} \frac{\partial I_{ct1}}{\partial \mathbf{C}} \quad (31)$$

$$S_{ct2} = 2K_{ct2} p_2 I_{ct2}^{p_2-1} \frac{\partial I_{ct2}}{\partial \mathbf{C}} \quad (32)$$

至此,完成了三维机织物超弹性本构模型的参数识别,得到了本构模型中的材料参数,见表 2。

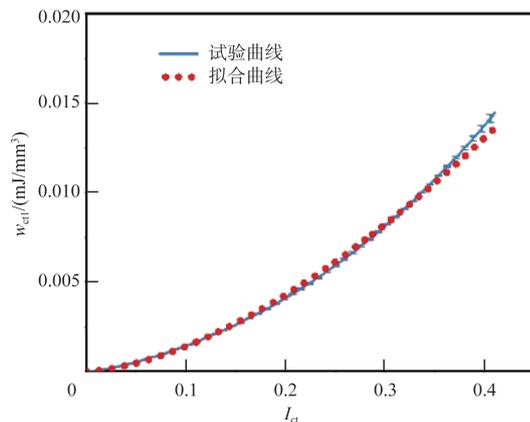
3 超弹性本构模型验证

为研究三维机织物在成形过程中的变形行为,基于建立的三维机织物各向异性超弹性本构模型,进行了三维机

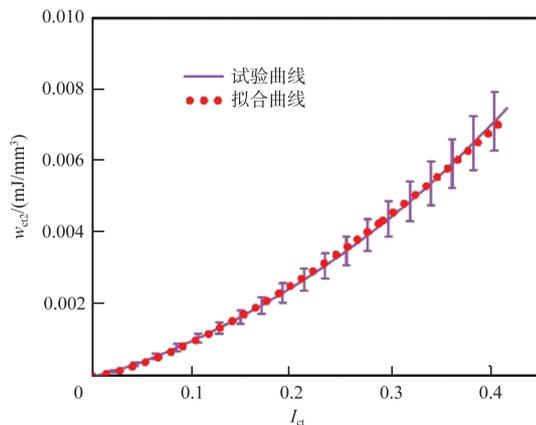
表2 超弹性本构模型参数识别结果

Table 2 Parameters identification of hyperelastic constitutive model

变形模式	本构模型参数					
	α	I_{elong}^0	K_{elong}^0 /MPa	K_{elong}^1 /MPa	K_{elong}^2 /MPa	K_{elong}^3 /MPa
单轴拉伸	1 (weft)	0.0038	891.196	2753.738	-6.0366	0.0101
	2 (warp)	0.0013	3166.488	5989.15	-5.508	0.00546
横向压缩	I_{comp}^0	K_{comp}^0 /MPa	p	—	—	—
	-1.355	0.01	1.433	—	—	—
面内剪切	K_{cp1} /MPa	K_{cp2} /MPa	p_1	p_2	—	—
	0.00381	0.00574	1.02816	2.33505	—	—
横向剪切	K_{ct1} /MPa	K_{ct2} /MPa	p_1	p_2	—	—
	0.00658	1.54704	0.00297	1.34965	—	—



(a) 沿纬向的横向剪切拟合结果



(b) 沿经向的横向剪切拟合结果

图18 横向剪切应变能密度—不变量拟合曲线

Fig.18 Strain energy density–invariance curves of transverse shear test

织物成形试验与数值仿真研究,开展了偏轴拉伸有限元仿真,设计了半球冲压成形试验与有限元仿真模拟。

3.1 偏轴拉伸变形验证

根据三维机织物内部纤维纱线在偏轴拉伸试验中的受力状态以及偏轴拉伸试件上的变形分区,建立了偏轴拉伸有限元仿真模型,其尺寸为160mm×60mm×6.75mm,通过

局部坐标系规定了材料纤维方向与试件长度方向呈45°,边界条件与单轴拉伸类似,均为一侧固支,另一侧通过参考点运动耦合后设置拉伸位移。为直观表现三维机织物试件在面内剪切变形中纤维纱线剪切角的变化,将有限元几何模型中的网格方向按照沿纤维纱线方向划分,如图19所示。

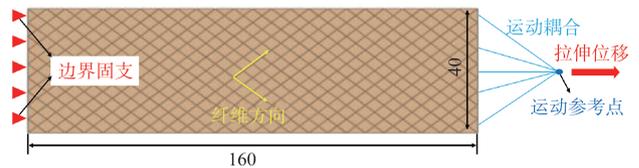


图19 面内剪切有限元仿真模型(单位:mm)

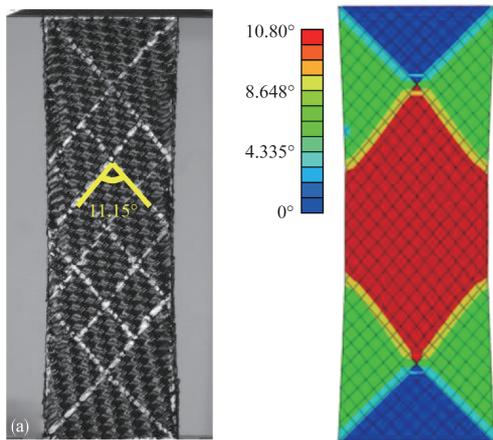
Fig.19 FE simulation model of bias-extension test(Unit: mm)

三维机织物试件偏轴拉伸过程中的剪切角变化对比如图20所示。由图20可知,有限元仿真结果偏轴拉伸试件的变形行为与实际的变形行为较为相似。

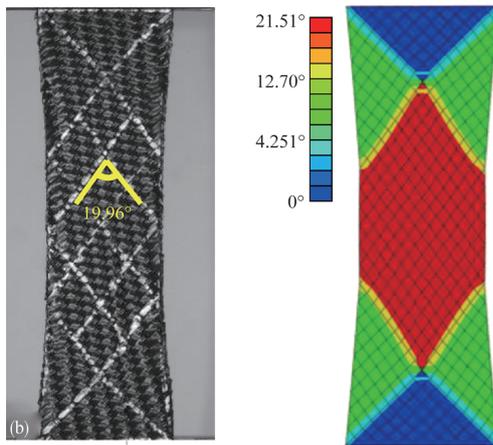
偏轴拉伸试验与有限元仿真的载荷—位移对比曲线如图21所示。由图21可得,有限元仿真与试验的载荷—位移曲线较为接近,但有限元仿真曲线的载荷水平小于试验载荷,其主要原因是实际偏轴拉伸过程中,三维机织物试件的体积有所减小,但在应变能密度函数拟合的过程中,将其定义为体积不变的连续介质,导致拟合得到的单位体积应变能密度相较于实际的单位体积应变能密度更小,进而出现仿真得到的载荷—位移曲线比实际试验过程中的曲线偏小的现象。

3.2 半球冲压变形验证

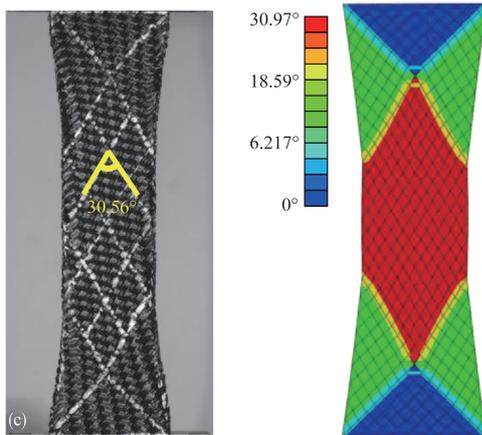
三维机织物的半球冲压试验如图22所示,试验所用的三维机织物为正方形试件,其尺寸为280mm×280mm×6.75mm,其中试件的4个角被去除,以防止受到4个压边螺栓的影响,压边圈给予三维机织物试件的平均压力设置为0.08kPa。半球冲压过程为半球形冲头以10mm/min的恒定



(a) 拉伸位移10mm



(b) 拉伸位移20mm



(c) 拉伸位移30mm

图20 试验与有限元仿真面内剪切角云图对比

Fig.20 Comparison of in-plane shear angle cloud maps of experiment and simulation

速度向下移动,与三维机织物试件接触后继续将试件压入半球冲模中,冲头冲压织物试件的深度为75mm。同时,为了便于检查剪切变形并与仿真进行比较,在沿三维机织物

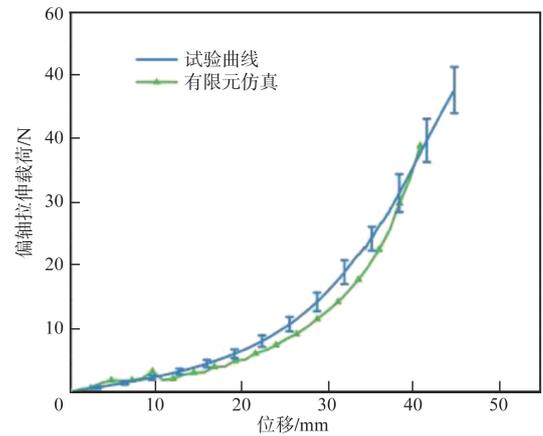


图21 面内剪切载荷—位移曲线对比

Fig.21 Comparison between load-displacement curves of bias-extension test

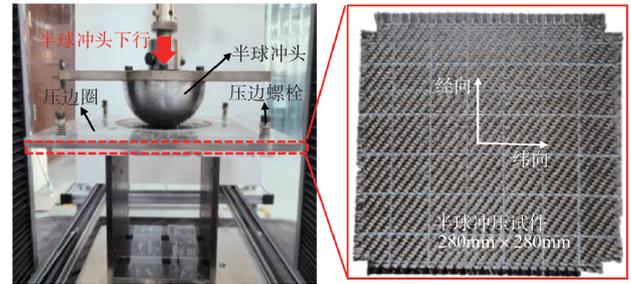


图22 半球冲压试验试件与模具实物图

Fig.22 Hemisphere stamping test specimen and setups

纤维纱线方向绘制了白色划线,压边圈采用透明的亚克力板制作而成。在半球冲压成形结束后,为防止三维机织物试件发生回弹变形,确保能够在预成形后准确测量局部剪切角度和轮廓,在模具中成形好的三维机织物表面涂抹速干树脂,待树脂固化后再进行脱模取件,以保证三维机织物在冲压后不产生回弹。

根据三维机织物半球冲压成形试验中的工艺参数,建立了如图23所示的半球冲压有限元仿真模型,考虑到半球

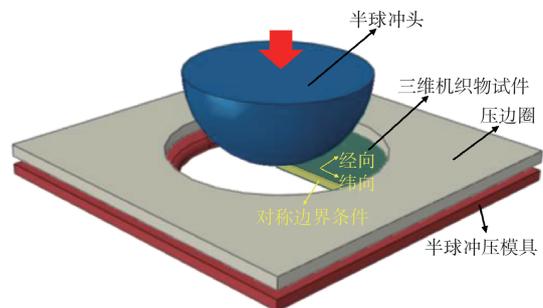


图23 半球冲压有限元仿真模型

Fig.23 FE simulation model of hemisphere stamping test

冲压模具与三维机织物的结构对称性,将有限元仿真模型设置为1/4模型,以节省计算时间成本。

试验与数值仿真得到的结构外形具有较好的一致性,同时建立的本构模型可准确模拟起皱的产生,在半球形状边缘处有限元仿真与试验均出现了区域褶皱缺陷,如图24所示。

半球冲压预制体实际变形边界轮廓与模拟仿真得出的边界轮廓如图25所示。试验获得的半球冲压三维机织预

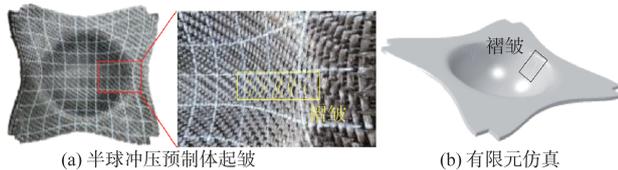


图24 试验与仿真褶皱对比

Fig.24 Comparison between of wrinkling of experiment and simulation

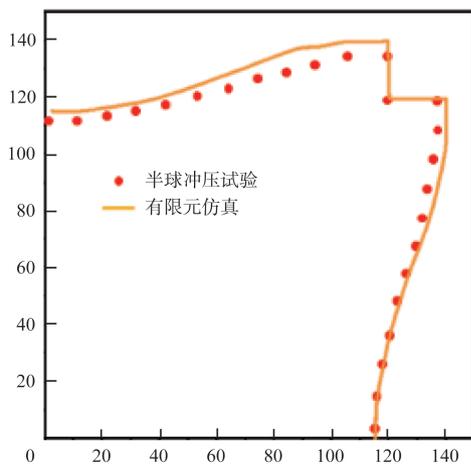
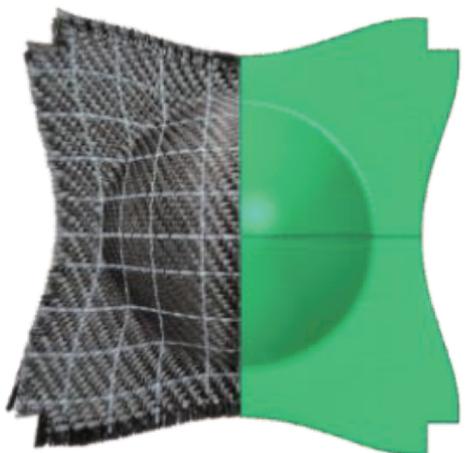


图25 预制体边界轮廓对比

Fig.25 Comparison between boundary profile of experiment and simulation

制体的外观形状、边界轮廓与有限元模拟仿真获得的结果较为相似。

三维机织物半球冲压面内剪切角对比如图26所示,三维机织物半球的底部区域虽受压产生的压缩变形最为剧烈,但此区域内的纤维纱线之间没有产生旋转,几乎不产生剪切变形,面内剪切角几乎为0。面内剪切变形行为主要集中在试件对角线上,尤其是在半球形状与平面形状的过渡区域,有限元仿真得到的面内剪切角最大达 42.06° 。为进一步比较试验与仿真的面内剪切角,输出沿如图26(a)所示路径的面内剪切角仿真结果,同时测量实际三维机织物此路径上测量点的面内剪切角。根据剪切角对比结果,有限元仿真与半球冲压试验结果较为接近,最大的剪切角出现在半球形状与平面形状之间的过渡区域,其中试验得出的最大剪切角为 35.7° ,与有限元仿真相差15%,验证了有限元仿真模型的准确性。

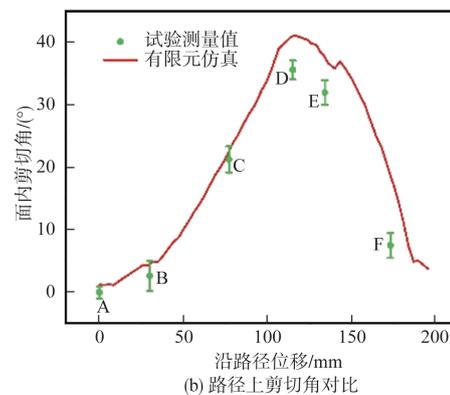
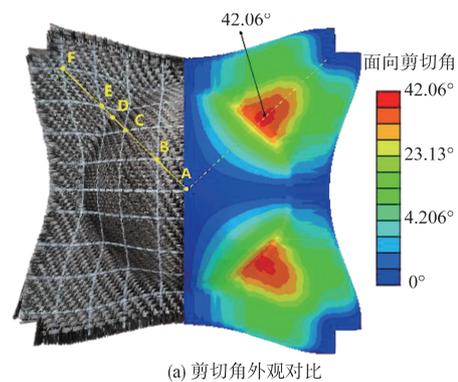


图26 试验与仿真面内剪切角对比

Fig.26 Comparison between in-plane shear angle of experiment and simulation

半球冲压有限元仿真载荷一位移曲线对比如图27所示,在载荷变化方面,本文提出的超弹性本构模型同样可以较为准确地预测三维机织物的变形行为。

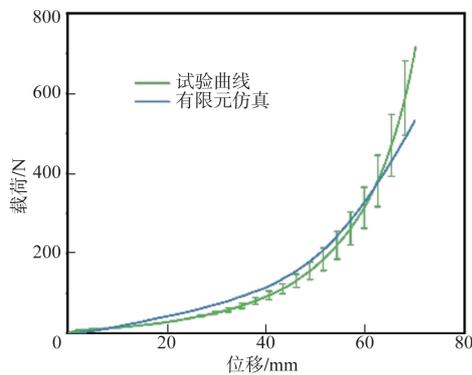


图27 试验与仿真载荷—位移曲线对比

Fig.27 Comparison between Load-Displacement curves of experiment and simulation

4 结论

本文针对大厚度 T300 碳纤维三维非平衡机织物的非线性大变形预成型过程,分析了三维机织物在预成型过程中的变形行为。根据三维机织物的变形模式,规划了非平衡三维机织物力学行为试验研究,沿纬向与经向分别开展了单轴拉伸试验与横向剪切试验,开展了横向压缩试验以获取三维机织物的压缩性能,针对材料的面内剪切性能,开展了偏轴拉伸试验,通过横向剪切试验获取了横向剪切性能。根据三维机织物的力学行为试验获取了载荷—位移曲线,基于连续介质力学理论与材料变形运动学理论,建立了三维机织物非线性各向异性超弹性本构模型,并通过 Levenberg Marquardt 优化方法对各变形模式下的应变能密度函数进行拟合,获取本文所研究三维机织物的材料参数。基于所开发的超弹性本构模型和 ABAQUS 提供的用户自定义子程序 VUMAT,利用 Fortran 语言完成了子程序的编写,开展了三维机织物的半球冲压预成形的试验与模拟仿真,通过对比分析三维机织物偏轴拉伸、半球预成型试验与有限元仿真结果,验证了三维机织物各向异性超弹性本构模型。

AST

参考文献

- [1] 王乐安. 国外航空发动机风扇叶片及其成型技术[J]. 航空科学技术, 1995(1):31-33.
Wang Lean. Foreign aero-engine fan blade and its molding technology[J]. Aeronautical Science & Technology, 1995(1): 31-33. (in Chinese)
- [2] 王一博, 刘振国, 胡龙, 等. 三维编织复合材料研究现状及在航空航天中应用[J]. 航空制造技术, 2017(19):8.
Wang Yibo, Liu Zhenguo, Hu Long, et al. Recent advancements of 3D braided composite and its applications in aerospace[J]. Aeronautical Manufacturing Technology, 2017(19):8. (in Chinese)
- [3] 刘志强, 王祯鑫, 宣海军, 等. 三维机织复合材料弹道冲击试验研究[J]. 航空科学技术, 2023, 34(2):49-55.
Liu Zhiqiang, Wang Zhenxin, Xuan Haijun, et al. Research on 3D woven composites ballistic impact test[J]. Aeronautical Science & Technology, 2023, 34(2):49-55. (in Chinese)
- [4] 解江, 迟琪琳, 刘亚婷, 等. 碳纤维 2.5D 机织复合材料弹道冲击性能及仿真分析[J]. 航空科学技术, 2021, 32(12):57-65.
Xie Jiang, Chi Qilin, Liu Yating, et al. Ballistic impact performance of carbon fiber 2.5D woven composite and simulation analysis[J]. Aeronautical Science & Technology, 2021, 32(12): 57-65. (in Chinese)
- [5] Laroche D, Vu-Khanh T. Forming of woven fabric composites [J]. Journal of Composite Materials, 1994, 28(18): 1825-1839.
- [6] Huang T, Wang Y, Wang G. Review of the mechanical properties of a 3D woven composite and its applications[J]. Polymer-Plastics Technology and Engineering, 2018, 57(8): 740-756.
- [7] 胡慧娜, 裴鹏英, 胡雨, 等. 三维机织物的分类、性能及织造 [J]. 纺织导报, 2017 (12): 26-30.
Hu Huina, Pei Pengying, Hu Yu, et al. Three-dimensional woven fabric: classification, properties and production[J]. China Textile Leader, 2017 (12): 26-30. (in Chinese)
- [8] Boisse P, Akkerman R, Carlone P, et al. Advances in composite forming through 25 years of ESAFORM[J]. International Journal of Material Forming, 2022, 15(3): 1-30.
- [9] Cao Jian, Akkerman R, Boisse P, et al. Characterization of mechanical behavior of woven fabrics: experimental methods and benchmark results[J]. Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, 2008, 39(6): 1037-1053.
- [10] Lebrun G, Bureau M N, Denault J. Evaluation of bias-extension and picture-frame test methods for the measurement of intraply shear properties of PP/glass commingled fabrics[J]. Composite structures, 2003, 61(4): 341-352.
- [11] Charmetant A, Orliac J G, Vidal-Sallé E, et al. Hyperelastic model for large deformation analyses of 3D interlock composite preforms[J]. Composites Science & Technology, 2012, 72(12):1352-1360.

- [12] Mathieu S, Hamila N, Bouillon F, et al. Enhanced modeling of 3D composite preform deformations taking into account local fiber bending stiffness[J]. *Composites Science & Technology*, 2015, 117(29):322-333.
- [13] Chen B, Colmars J, Naouar N, et al. A hypoelastic stress resultant shell approach for simulations of textile composite reinforcement forming[J]. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 2021, 149: 106558.
- [14] Khan M A. Numerical and experimental forming analyses of textile composite reinforcements based on a hypoelastic behaviour[D]. Lyon: Institut National des Sciences Appliquées, 2009.
- [15] Liang Biao, Gao Sasa, Zhang Wei. An integrated preforming-performance model for high-fidelity performance analysis of cured woven composite part with non-orthogonal yarn angles [J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2022, 35(6): 367-378.
- [16] Peng Xiongqi, Cao Jian. A continuum mechanics-based non-orthogonal constitutive model for woven composite fabrics[J]. *Composites Part A*, 2005, 36(6):859-874.

An Anisotropic Hyperelastic Constitutive Model for Predicting Preforming Deformation of 3D Woven Fabrics

Liu Chuang¹, Huang Tianlin², Di Jia'nan¹, Cheng Hui¹, Liang Biao¹

1. *Key Laboratory of Aircraft High Performance Assembly, Ministry of Industry and Information Technology, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China*

2. *AECC Commercial Aircraft Engine Co., Ltd., Shanghai 201109, China*

Abstract: 3D woven fabrics is gradually widely used in the manufacture of aero-engine blades, magazines and other complex curved structures. The complex deformation behavior of 3D dry-fiber woven fabrics in the preforming process was studied. Based on the theory of continuum medium mechanics, an anisotropic hyperelastic constitutive model was proposed to describe the anisotropic mechanical deformation behavior of 3D woven fabrics due to large deformations. The strain energy density functions were established by the deformation experiments of 3D woven fabrics. The material parameters of 3D woven fabrics are obtained, and the validity of the hyperelastic constitutive model proposed in this paper was verified by the finite element simulation and experiments of the bias-extension and the hemispherical stamping preforming. The hyperelastic constitutive model can play a guiding role in the finite element analysis model and the optimized design of the forming process of 3D woven fabrics.

Key Words: 3D woven fabrics; preforming process; hyperelastic constitutive model; finite element analysis model

Received: 2023-09-23; **Revised:** 2024-01-04; **Accepted:** 2024-02-02

Foundation item: Aeronautical Science Foundation of China(2020Z068053001)