# 基于天牛须搜索算法和内点法的 运输类飞机5×5谱编制方法



卫昆钰,李博文,李晨迪,贺小帆

北京航空航天大学,北京 100191

**摘 要:**载荷谱作为运输类飞机疲劳分析和试验的输入,其编制具有重要意义。针对运输类飞机载荷谱编制需求,本文基于 天牛须搜索算法和内点法,提出了一种编制5×5谱的方法。首先确定飞机的任务剖面,通过对飞机实测数据进行处理与统 计获得过载累积超越数曲线,依据极值载荷对数正态分布准则,采用基于天牛须搜索算法和内点法耦合的5×5谱求解方法 对各类飞行类型次数和载荷水平比进行迭代和选取;依据载荷谱形状相似准则,提出了载荷谱形状相似性指标,采用天牛须 算法对5×5谱中各类飞行类型中各级载荷出现次数进行迭代,形成各任务段的5×5谱。最后给出了一个示例以阐明该5×5 谱编制方法。实现了运输类飞机5×5谱的快速和高质量编制。

关键词:运输类飞机; 5×5谱; TWIST谱; 极值对数正态分布准则; 载荷谱形状相似准则

#### 中图分类号:V215.5

文献标识码:A

DOI: 10.19452/j.issn1007-5453.2024.06.013

运输类飞机结构受服役期间疲劳载荷的影响极易发生 疲劳破坏,因此必须进行疲劳分析和试验以评估飞机安全 寿命,保证使用安全<sup>[1-2]</sup>,作为疲劳分析和试验的输入,载荷 谱的编制一直备受关注<sup>[3]</sup>。如何编制具有真实性和代表性 的运输类飞机载荷谱具有重要意义。

20世纪60—70年代初期,荷兰、德国的航空界为解决 运输机机翼疲劳试验谱的标准化问题首先提出了运输机机 翼标准谱(TWIST)的编谱方法,并成功应用于福克F28飞 机、空客的A300B和A380等飞机的全尺寸疲劳试验。波音 公司也在其民机设计中,如波音757、波音767先后采用了 按TWIST方法编制的5×5飞续飞谱,该谱包括5种飞行类 型,各飞行类型含5级载荷水平,实现了载荷的真实性、经 济性和研制进度要求的高度统一。我国的ARJ21-700和 C919飞机全机疲劳试验载荷谱也采用TWIST方法编制<sup>[4]</sup>。 目前,5×5谱(TWIST谱)在运输类飞机载荷谱编制中得到 了广泛的应用<sup>[5]</sup>,该方法能给出相对于等幅谱更符合实际 使用情况的疲劳载荷谱和更准确的试验结果<sup>[6-7]</sup>,相对于实 测谱,已成为运输类飞机谱编制的标准方法。

5×5 谱的编制要求实现载荷谱形状相似准则和极值载

荷对数正态分布准则的统一,这两个准则是5×5谱具备代 表性和真实性的关键[8-9]。其中对数正态极值分布准则的 定义是:每次飞行突风增量载荷的最大极值即每类飞行下 最高一级离散载荷应大致呈对数正态分布;载荷谱形状相 似准则定义为各飞行类型的载荷累积超越数曲线形状应保 持近似平行,形状相似<sup>[10]</sup>。Barrois<sup>[6]</sup>认为TWIST 谱考虑了 高载迟滞效应,相比于实测载荷时间历程更长,寿命也会相 对安全:给出了TWIST 谱极值标准差 $\sigma$ 大小对极值累积超 越频率曲线的影响,并建议极值对数标准差σ取0.12~0.17 之间。Divenah等[11]基于民机载荷特点对用于编制5×5谱 的突风过载累积超越数曲线进行了修正。李元镜<sup>[12]</sup>对5×5 谱编制方法进行了初步讨论,但对5×5方法中两准则的实 现并没有给出具体可行的工程步骤。潘庆荣[13]对5×5谱方 法中对数正态极值分布的实现提出了预设过载对数均值和 对数标准差并试凑各飞行类型次数的方法,但该方法需要 手动逐级试凑载荷分布参数,迭代次数较多;对于载荷谱形 状相似性的实现,其提出了求解阵风载荷谱形状相似方程 组编制5×5谱的方法<sup>[14]</sup>,但该方法仍需手动试凑相似系数 和5×5谱矩阵参数并进行若干轮的迭代,过程较为烦琐,且

收稿日期: 2023-10-26;退修日期: 2024-02-01;录用日期: 2024-03-04 基金项目:航空科学基金(201909051002)

引用格式: Wei Kunyu, Li Bowen, Li Chendi, et al. 5 by 5 spectrum development method for transport aircraft based on beetle antenna search algorithm and interior point method[J].Aeronautical Science & Technology, 2024, 35(06):104-113. 卫昆钰,李博文,李晨 迪,等.基于天牛须搜索算法和内点法的运输类飞机5×5谱编制方法[J].航空科学技术, 2024, 35(06):104-113.

无法定量描述载荷谱形状相似准则满足情况,只提到"达到 载荷谱曲线形状最大可能的相似",同时存在载荷谱形状相 似准则始终无法满足的情况。因此,有必要对5×5谱编制 方法开展深入的研究以提高编谱效率。

本文基于天牛须搜索算法和内点法提出了一种编制 5×5 谱的新方法。首先确定飞机的任务剖面,获得基于任 务剖面的过载累积超越数曲线,采用基于天牛须搜索算法 和内点法耦合的5×5 谱求解方法对各类飞行类型次数和载 荷水平比进行迭代和选取,直到满足极值载荷对数正态分 布准则;依据载荷谱形状相似准则,建立了载荷形状相似性 指标,采用天牛须算法对5×5 谱中各类飞行类型中各级载 荷出现次数进行迭代,最终形成各任务段的5×5谱,为运输 类飞机5×5 谱编制提供参考。

## 1 飞机5×5谱编制方法

#### 1.1 飞机任务剖面确定

编制 5×5 谱前,应首先按运输机的使用要求确定飞机 的典型任务剖面。主要包括典型任务剖面确定和任务剖面 下任务段确定。

(1) 典型任务剖面确定

典型任务剖面确定主要有单位块谱的起落次数(该次数一般取飞机设定安全寿命目标的1/10)、典型任务剖面种类、每种任务剖面下任务段种类及顺序。

(2) 任务剖面下任务段确定

需要确定每个任务段内的性能参数,如高度、速度、标 准质量等;一般来说,任务段内的性能参数随时间发生变 化,一般采用参数的平均值进行代替。

#### 1.2 实测数据的处理与统计

对飞机过载时间历程进行实测,通过布置于飞机重心 位置的传感器获取飞机各典型任务剖面下的重心过载时间 历程,对过载时间历程进行统计分析。

将传感器采集的重心垂向过载减去1后得到垂向增量 过载。

由于载荷谱飞行实测飞机重量(质量)与飞机典型任务剖 面重量不同,因此需要对实测数据进行重量修正,转换成对应 同一标准质量的飞机参量。假定修正后的重心当量过载用 Δn<sub>v</sub>表示

$$\Delta n_{\rm y} = \Delta n_{\rm yi} \frac{G_i}{G_0} \tag{1}$$

式中,Δn<sub>y</sub>为按标准质量规定修正后的增量过载值;Δn<sub>yi</sub>为 实测增量过载值。G<sub>i</sub>为实测过载值对应的实时的真实质 量, G<sub>0</sub>为飞机典型任务剖面规定的该任务段飞机的标准 质量。

对过载时间历程进行峰谷值计数和限制跨均峰循环计数,并统计各级过载及累积超越数次数数据点,进行各任务段"过载-累积超越次数"数据点的曲线拟合,最终得到过载 累积超越数曲线表达式*N=f*(Δn<sub>y</sub>),其中,Δn<sub>y</sub>表示过载,因变量*N*表示累积超越次数。

#### 1.3 载荷谱离散

为将连续的分析谱即各任务段的过载累积超越数曲线,转换为5×5谱,必须对其进行离散。对每个任务段的过载累积超越数曲线进行低载删除<sup>[15-16]</sup>和高载截取,假定低载删除值为LB<sub>5</sub>,高载截除值为LB<sub>1</sub>,过载累积超越数曲线的范围为(LB<sub>5</sub>, LB<sub>1</sub>)。一般将曲线离散为4段,载荷水平比*R<sub>i</sub>*表式为

 $R_i=(LB_i-LB_{i+1})/(LB_1-LB_s), i=2,3,4$  (2) 式中,LB<sub>i</sub>为第*i*级边界载荷,4段曲线的横坐标(过载)范围 分别为(LB<sub>5</sub>,LB<sub>4</sub>)、(LB<sub>4</sub>,LB<sub>3</sub>)、(LB<sub>3</sub>,LB<sub>2</sub>)和(LB<sub>2</sub>,LB<sub>1</sub>),对 应的纵坐标(累积超越数)范围分别为( $N_5, N_4$ )、( $N_4, N_3$ )、 ( $N_3, N_2$ )和( $N_2, N_1$ )。其中LB<sub>5</sub>为低载截除值,LB<sub>1</sub>为高载截 取值,如图1所示。



各级离散载荷的表达式为

 $\Delta n_{\rm vdi} = LB_i, \ i=1 \tag{3}$ 

$$\Delta n_{\rm ydi} = (LB_{i-1} + LB_i)/2 , 2 \le i \le 5$$

$$\tag{4}$$

各级离散载荷的出现次数为

$$\Delta N_i = N_i , i = 1 \tag{5}$$

$$\Delta N_i = N_i - N_{i-1} , 2 \le i \le 5$$
(6)

因此在已知连续的阵风过载累积超越数曲线和载荷水 平比*R*<sub>i</sub>后,即可确定各级离散载荷Δ*n*<sub>vd</sub>及其对应的出现次 数  $\Delta N_{i^{\circ}}$ 

5×5载荷谱矩阵见表1,每次飞行中出现的最高载荷与 离散谱 n级载荷水平中某一级相对应,最严重的飞行类型 中含有5级载荷 Δn<sub>yd</sub>(*i*=1,2,3,4,5),而最平稳的飞行类型仅 含有5级载荷中最小的一级载荷 Δn<sub>yd5</sub>。各级离散载荷的确 定必须要满足对数正态极值分布准则。

表1 5×5载荷谱分布矩阵图 Table 1 5 by 5 spectrum distribution matrix diagram

飞行	Ver #hr	过载循环次数					每次飞行
类型	代致	$\Delta n_{ydl}$	$\Delta n_{yd2}$	$\Delta n_{yd3}$	$\Delta n_{yd4}$	$\Delta n_{yd5}$	循环次数
A	$y_1$	<i>B</i> <sub>1,1</sub>	<i>B</i> <sub>1,2</sub>	B <sub>1,3</sub>	$B_{1,4}$	B <sub>1,5</sub>	$\sum_{i=1}^{5} B_{1,i}$
В	<i>Y</i> <sub>2</sub>		B <sub>2,2</sub>	B <sub>2,3</sub>	B <sub>2,4</sub>	B <sub>2,5</sub>	$\sum_{i=2}^{5} B_{2,i}$
С	<i>Y</i> <sub>3</sub>			B <sub>3,3</sub>	B <sub>3,4</sub>	B <sub>3,5</sub>	$\sum_{i=3}^{5} B_{3,i}$
D	$\mathcal{Y}_4$				$B_{4,4}$	B <sub>4,5</sub>	$\sum_{i=4}^{5} B_{4,i}$
Е	<i>Y</i> <sub>5</sub>					B <sub>5,5</sub>	$\sum_{i=5}^{5} B_{5,i}$
总飞行次数			各级过	载总循	环次数		谱总循环次数
总和	$\sum_{i=1}^{5} \mathcal{Y}_{i}$	$\Delta N_{\rm lt}$	$\Delta N_{2t}$	$\Delta N_{3t}$	$\Delta N_{4t}$	$\Delta N_{5t}$	$\sum_{i=1}^{5} \Delta N_i$

为考察各级离散载荷的分布,必须计算各级离散载荷  $\Delta n_{ydi}$ 与其对应的超越概率 $P_i$ 。在突风过载累积超越数曲线 确定后,只需确定载荷水平比 $R_i$ ,即可由式(2)~(4)确定5级 离散载荷 $\Delta n_{vdi}$ 。

而其对应的经验频率*P<sub>i</sub>*,则必须通过各类飞行类型的 次数*y<sub>i</sub>(i=1,2,3,4,5*)进行计算得到。为后续编制飞-续-飞谱 时相同飞行类型的任务段谱相互匹配,应保证在同一任务 剖面下,各任务段的各类飞行类型的次数应分别保持相同, 各类飞行类型的次数之和应等于载荷块谱下该任务剖面的 出现次数。参考文献[13]的分配载荷次数的等三角形法, 由*y<sub>i</sub>*计算*P<sub>i</sub>*的流程有以下几个方面。

(1)根据各类飞行类型的出现次数y<sub>i</sub>,进行累加得到各 飞行类型的累积飞行次数BE<sub>i</sub>,表示为

$$BE_{i} = \sum_{i=1}^{i} y_{j}, \ i = 1, 2, 3, 4, 5 \tag{7}$$

(2) 基于累积飞行次数 BE<sub>i</sub>,采用几何平均的方法求得 超越次数 LDE<sub>i</sub>,表示为

$$\begin{cases} LDE_{i} = (BE_{i} \cdot BE_{i-1})^{0.5}, i = 5\\ LDE_{i} = (BE_{i})^{2} / LDE_{i+1}, i = 1, 2, 3, 4 \end{cases}$$
(8)

(3)将超越数次数除以块谱下该任务剖面的出现次数 n,得到每类飞行下最高一级离散载荷对应的超越概率P<sub>i</sub>, 表达式为

 $P_i = \text{LDE}_1/n$ 

(9)

(4)采用秩统计下理论下的对数正态分布线性化拟合 公式对每类飞行下最高一级离散载荷进行分布特性检验。 为满足对数正态极值分布准则,根据各级当量载荷Δn<sub>yd</sub>的 超越概率P<sub>i</sub>及对应的标准正态分布分位点u<sub>pi</sub>,得到数据对 (lgΔn<sub>yd</sub>,u<sub>pi</sub>)(*i*=1,2,3,4,5),在Δn<sub>yd</sub>严格满足对数正态分布情 况下(lgΔn<sub>yd</sub>,u<sub>pi</sub>)可线性化,如式(10)所示

$$\lg \Delta n_{\rm ydi} = \mu - u_{pi}\sigma \tag{10}$$

式中, $u_{\mu i}$ 为累积概率 $P_i$ 对应的标准正态分布分位点, $\mu$ 为 $\Delta n_{vdi}$ 的对数均值, $\sigma$ 为 $\Delta n_{vdi}$ 的对数标准差。

计算皮尔逊相关系数r,对于5×5谱,|r|>0.99即可认为 满足要求。

求解载荷水平比*R<sub>i</sub>和y<sub>i</sub>*。其中由载荷水平比*R<sub>i</sub>*得到的 各级离散载荷应服从对数正态分布,而每类飞行下最高一 级离散载荷对应的超越概率*P<sub>i</sub>*是由各类飞行类型出现次数 *y<sub>i</sub>*决定的。因此,需要在已知载荷块谱下任务剖面出现次 数*n*后,试凑各级飞行类型出现次数*y<sub>i</sub>*,在*y<sub>i</sub>*确定的基础上 试凑*R<sub>i</sub>*,以满足极值对数正态分布准则。其中

(11)

载荷谱离散完成后,即可满足极值对数正态分布准则, 并可得到各类飞行类型次数*y*<sub>i</sub>、各级过载Δ*n*<sub>ydi</sub>、各级过载总 循环次数Δ*N*<sub>i</sub>。

载荷谱离散问题不仅包括确定载荷水平比R<sub>i</sub>,还包括确 定各级飞行类型次数y<sub>i</sub>。若各类飞行类型次数y<sub>i</sub>设置不合 理,会导致无论如何调整载荷水平比R<sub>i</sub>,均无法满足对数极值 正态分布准则,且典型任务剖面的各级飞行类型次数确定 后,需要保证其下属所有任务段均可以搜索出合适的载荷水 平比R<sub>i</sub>,以满足极值对数正态分布准则,求解难度较大。

#### 1.4 5×5谱矩阵的分配

 $\sum v_i = n$ 

依据载荷谱形状相似准则将各级载荷 $\Delta n_{ydi}$ (出现次数  $\Delta N_{ii}$ )分配到各类飞行中,得到 $B_{ij}$ 。其中各类飞行类型出现 次数为 $y_i$ ,见表1。

已知各类飞行类型次数 $y_i$ 、各级载荷 $\Delta n_{ydi}$ 及出现次数  $\Delta N_{it}$ ,计算 $B_{i,j}(i, j=1, 2, 3, 4, 5)$ 以使各飞行类型的载荷累积 超越数曲线形状保持近似平行且没有交点。其中 $B_{i,j}$ 应满 足如下条件

$$B_{i,i} = 1, i = 1, 2, 3, 4, 5$$
 (12)

$$\Delta N_{it} = \sum_{i=1}^{n} y_j B_{j,i} , \quad i = 1, 2, 3, 4, 5$$
(13)

各级载荷的累积超越数的计算采用1.3节中的等三角

形法。

需要指出的是,当无论如何进行分配,均无法使5×5谱 满足载荷谱形状相似准则时,需要重新对各类飞行类型次 数y<sub>i</sub>、各级载荷Δn<sub>ydi</sub>及出现次数ΔN<sub>a</sub>进行迭代,直到能够使 5×5谱满足载荷谱形状相似准则。

# 2 基于天牛须搜索算法和内点法的5×5谱 编制方法

针对1.3节中的载荷谱离散和1.4节中的5×5谱矩阵的 分配问题,即极值对数正态分布准则和载荷谱形状相似准 则实现问题,本文基于天牛须搜索算法和内点法提出了一 种5×5谱迭代求解方法。首先基于一种天牛须搜索算法和 内点法耦合的复合算法对载荷过载累积超越数曲线进行离 散,以实现极值对数正态分布准则,并采用天牛须搜索算法 对各级载荷和出现次数进行分配,以满足载荷谱形状相似 准则,最终完成5×5谱编制。技术路径如图2所示。

#### 2.1 天牛须搜索算法

天牛须搜索算法是一种仿生启发式智能优化算法,在 目标函数具体形式和梯度信息未知的情况下,仅需要一个 天牛个体便可实现全局寻优,算法简单,计算量小,在处理 复杂优化问题上具有独特优势。本文用于载荷谱离散中确 定各类飞行类型次数y<sub>i</sub>和5×5谱矩阵分配中确定B<sub>ii</sub>。

天牛须算法的灵感来自天牛探测和寻找食物的行为。 在食物位置未知的情况下,天牛通过左右两只触角探测并 接收食物发出的味道信号强弱去判别前进方向。若左边触 角收到的味道强于右边,天牛就向左前进,反之则向右前 进。如果左右触角收到的味道信号强弱相等则保持当前的 前进方向不变,按照此规则寻找食物直至成功觅食。觅食 过程中食物所在的位置味道信号最强,天牛的目标就是寻 找味道信号最强的点,算法的步骤如下:(1)设置算法的初 始参数两触角之间的距离1。与初始步长5,其取值与搜索区 间范围大致相等,步长与触角之间距离的比值为z,设置迭 代次数D.和误差精度eps;(2)定义天牛初始质心位置为x, x为随机产生的一组k维矢量,k由问题的性质决定;(3)计 算左右触角的位置,天牛头朝向为随机创建的方向矢量b; (4)以目标函数f(x)作为适应度函数,计算左右两触角位置 的"食物味道信号"更新下一个天牛质心位置;(5)判断是否 达到迭代停止准则,满足则停止,此时天牛质心位置即为全 局最优解,否则返回步骤(3)继续运行直至满足要求。

#### 2.2 内点法

内点法主要用于求解带约束的优化命题方法,本文中



图2 基于天牛须搜索算法和内点法的5×5谱编制技术途径

Fig.2 Technical approaches to 5 by 5 spectrum development based on the beetle antenna search algorithm and the interior point method

使用内点法求解约束最小化问题,相当于求解一系列 近似最小化问题

$$\min f(x), \text{ subject to } h(x) = 0 \text{ and } g(x) \le 0$$
(14)

对于每个μ>0,逼近问题是

 $\min_{x,s} f_{\mu}(x,s) = \min_{x,s} f(x,s) - \mu \sum_{i} \ln(s_{i}),$ subject to  $s \ge 0$ , h(x) = 0 and g(x) + s = 0 (15)

subject to  $s \ge 0$ , h(x) = 0 and g(x) + s = 0

松弛变量 $s_i$ 的数目和不等式约束g的数目一样多。 $s_i$ 被限制为正,以将迭代保持在可行域的内部。随着 $\mu$ 降至 $0,f_{\mu}$ 的最小值应接近f的最小值。增加的对数项称为障碍函数。

逼近问题如式(14)所示,是一系列等式约束问题。这些问题比原来的不等式约束问题更容易求解。为了求解逼近问题,该算法在每次迭代中使用两种主要步之一:(1)直接步,形式为(x,s)。直接步尝试通过线性逼近求解逼近问题。直接步也称为牛顿步。(2)共轭梯度(CG)步,使用信赖域。

在每次迭代中,算法都会降低评价函数的值,形式如下  $f_u(x,s)+v||(h(x),g(x)+s)||$  (16)

参数v可能会随着迭代次数的增加而增大,以使解趋 向可行。如果所尝试的步不能降低评价函数,则算法拒绝 所尝试的步,并尝试新的步。

#### 2.3 基于天牛须搜索算法和内点法的5×5谱编制

2.3.1 极值对数正态准则实现

已知下列条件及物理量:(1)该任务段的突风过载累积 超越数曲线表达式: $N=f(\Delta n_y)$ ;(2)该任务段所属典型任务剖 面在载荷块谱下出现次数n;(3)高载截取值 $LB_1$ ;(4)低载截 除值 $LB_{s,o}$ 

首先根据载荷块谱中典型任务剖面出现的次数n设置 初始的各类飞行类型出现次数y

$$\mathbf{y} = (y_1, y_2, y_3, y_4, y_5) \tag{17}$$

对于运输机和民机而言,y<sub>1</sub>一般取1,且要满足载荷水 平较低的飞行类型出现次数要高于载荷水平较高的飞行类型,即

$$y_{1<}y_{2} < y_{3} < y_{4} < y_{5} \tag{18}$$

并求得对应超越次数(LDE<sub>1</sub>, LDE<sub>2</sub>, LDE<sub>3</sub>, LDE<sub>4</sub>, LDE<sub>5</sub>)、 超越概率(P<sub>1</sub>, P<sub>2</sub>, P<sub>3</sub>, P<sub>4</sub>, P<sub>5</sub>)及对应的标准正态分布的分位数  $(u_{p1}, u_{p2}, u_{p3}, u_{p4}, u_{p5})_{\circ}$ 

对该任务剖面下某任务段的过载累积超越数曲线用载 荷水平比R<sub>i</sub>进行离散,获取该种标准正态分布分位数下能 够使各级过载满足极值对数正态分布的R<sub>i</sub>,即能够使皮尔 逊相关系数绝对值|r|尽可能取最大值,以满足对数正态 分布。

目标函数  

$$|r| = |\frac{\operatorname{cov}(\lg \Delta n_{\operatorname{yd}i}, u_{p,i})}{\sigma_{\lg \Delta n_{\operatorname{yd}i}}\sigma_{up,i}}| = |\frac{E[(\lg \Delta n_{\operatorname{yd}i} - \mu_{\lg \Delta n_{\operatorname{yd}i}})(\lg u_{p,i} - \mu_{up,i})]}{\sigma_{\lg \Delta n_{\operatorname{yd}i}}\sigma_{up,i}}|,$$

$$i=1,2,3,4,5$$
(19)

式中

$$\begin{cases} \lg \Delta n_{ydi} = \lg LB_{1}, \ i = 1\\ \lg \Delta n_{ydi} = \lg \left( \left( LB_{i-1} + LB_{i} \right)/2 \right), \ i = 2, 3, 4, 5 \end{cases}$$
(20)

$$LB_{i} = LB_{1} - \sum_{i=1}^{i-1} R_{i} (LB_{1} - LB_{5}), \ i=2,3,4$$
(21)

为保证突风载荷累计超越数曲线离散的合理性以及缩 小控制变量优化范围,提高计算效率,*R*,应满足以下约束 条件

$$ub_i < R_i < lb_i, i=2,3,4$$
 (22)

$$\mathsf{ub}_1 < \sum_{i=2}^4 R_i < \mathsf{lb}_1 \tag{23}$$

式中,ub和lb应根据具体高载截除值LB<sub>1</sub>、低载截除值LB<sub>5</sub> 和该型飞机载荷特点综合确定,对于运输类飞机突风载荷 谱,可参考如下设置

$$\begin{cases} ub_1 = 0.3 \\ lb_1 = 0.8 \end{cases}$$
(24)

$$ub_i = 0.1 lb_i = 0.4$$
,  $i = 2, 3, 4$  (25)

需要解决以下最优化问题:确定*R*<sub>1</sub>(*i*=2,3,4)的值,以使目标函数|r|取最大值。

采用内点法-障碍函数法进行计算,使用某仿真软件中的Fmincon函数以获得对应于初始各类飞行类型出现次数的相关系数绝对值极大值|r|max,设定阈值条件

$$|r|_{\max} > \delta_1 \tag{26}$$

式中, *δ*<sub>1</sub>表示相关系数绝对值极大值|*r*|<sub>max</sub>阈值, 对于运输类 飞机, 该阈值可以取 0.995。

若不满足阈值条件,则需要采用天牛须搜索算法,确定下一组各类飞行类型出现次数,并确定|r|<sub>max</sub>,直到满足该阈值条件。具体方法为:取三个服从均匀分布U(0,1)的变量 d<sub>1</sub>,d<sub>2</sub>,d<sub>3</sub>。

设置一组随机的一维矢量 b 作为天牛头的朝向

$$\boldsymbol{b} = (0, b_1, b_2, b_3, b_4)$$

$$b_1 = \begin{cases} 1, & 0 < d_1 \le \frac{1}{10} \\ 0, & \frac{1}{10} < d_1 \le \frac{9}{10} \\ -1, & \frac{9}{10} < d_1 \le 1 \end{cases}$$
(27)
$$(28)$$

$$b_2 = \begin{cases} 1, & 0 < d_2 \le \frac{1}{3} \\ 0, & \frac{1}{3} < d_2 \le \frac{2}{3} \\ -1, & \frac{2}{3} < d \le 1 \end{cases}$$
(29)

$$b_{3} = \begin{cases} -1, & \frac{1}{3} < d_{2} \leq 1 \\ 1, & 0 < d_{3} \leq \frac{1}{3} \\ 0, & \frac{1}{3} < d_{3} \leq \frac{2}{3} \\ -1, & \frac{2}{3} < d_{3} \leq 1 \end{cases}$$
(30)

$$b_4 = -b_1 - b_2 - b_3 \tag{31}$$

则天牛须的两个相反的方向矢量分别为**b、-b**。左右 触角位置即更新后的各类飞行类型出现次数分别为

$$\boldsymbol{y}_{l} = \boldsymbol{y} + \boldsymbol{b} \tag{32}$$

$$\boldsymbol{y}_{\mathrm{r}} = \boldsymbol{y} - \boldsymbol{b} \tag{33}$$

以相关系数绝对值极大值|r|<sub>max</sub>作为适应度函数,计算 左右两触角位置的"食物味道信号"即|r|<sub>max</sub>,更新下一个天 牛质心位置,如式(34)所示

 y=y+b×sign(|r|<sub>maxl</sub>-|r|<sub>maxr</sub>)
 (34)

 式中,sign为符号函数,判断天牛下一步的前进方向;|r|<sub>maxl</sub>

和|r|<sub>maxr</sub>分别为左触角和右触角对应的"食物味道信号"。

采用上述算法对*R<sub>i</sub>和y<sub>i</sub>进行迭代*,直到满足式(26)的阈 值条件。

同时,该组各类飞行类型出现次数必须同时满足同任 务剖面下其余任务段的迭代停止准则,否则需要采用天牛 须搜索算法重新确定下一组各类飞行类型出现次数。且由 于单位块谱下该任务段各级载荷的出现次数ΔN<sub>a</sub>满足

$$\Delta N_{it} = \sum_{j=1}^{t} y_j B_{j,i} \tag{35}$$

 $B_{j,i} \ge 1$  (36) 因此,  $\Delta N_s$ 应满足

$$\Delta N_{ii} > \sum_{j=1}^{i} y_j \tag{37}$$

否则需要重新确定下一组各类飞行类型出现次数。

在完成上述迭代后,确定了各级飞行类型出现次数 $y_i$ (i=1,2,3,4,5)和对应的最优载荷水平比 $R_i$ (i=2,3,4),由式 (2)可得各级边界载荷 $LB_i$ ,由式(3)、式(4)可得各级载荷  $\Delta n_{ydi}$ 。单位块谱下该任务段各级载荷的出现次数 $\Delta N_i$ 的计 算如式(38)~式(40)所示。

$$N_i = f(\Delta n_{ydi})$$

(38)

各级载荷的出现次数ΔN<sub>i</sub>为

$$\Delta N_i = f(\Delta n_{ydi}) - f(\Delta n_{ydi-1})$$
 (39)

 单位块谱下该任务段各级载荷的出现次数  $\Delta N_i$ , 为

  $\Delta N_a = n \Delta N_i$ 
 (40)

 至此, 5×5 谱中的极值对数正态分布准则已实现。

2.3.2 载荷谱形状相似准则实现

本文提出了一种为实现5×5 谱载荷谱形状相似准则应满 足的条件:各类飞行下的增量过载累积超越数曲线的各线段 呈近似阶梯平行状,其中各线段编号和阶梯平行如图3所示。 如A类飞行类型下的增量过载累积超越数曲线的第4段直线 (编号为4)与B类飞行类型下的增量过载累积超越数曲线的第 三段直线(编号为7)近似平行;A类曲线的第三段直线(编号为 3)与B类曲线的第二段直线(编号为6)近似平行,如图3所示。



图3 5类飞行下的增量过载累积超越数曲线阶梯平行

Fig.3 Incremental overload cumulation exceeding number curve step parallel for five types of flight

为定量化描述各飞行类型曲线阶段平行满足情况,构建了直线*i*与直线*j*的斜率差异性指标*K*<sub>*i*,*i*</sub>

$$K_{i,j} = 1 - \frac{2}{\pi} \arctan(|k_i - k_j|)$$
 (41)

式中,*k*<sub>i</sub>和*k*<sub>j</sub>分别为直线*i*和直线*j*相应的斜率,*K*<sub>ij</sub>随着两直 线斜率之差绝对值|*k*<sub>i</sub>-*k*<sub>j</sub>的增大而单调递减,当两直线斜率 相等时,*K*<sub>ij</sub>取最大值1;当两直线斜率相差无穷大时,*K*<sub>ij</sub>取 极小值0。

设5×5谱曲线阶梯平行质量系数K<sub>z</sub>为

$$K_{z} = \prod_{i=2}^{4} K_{i,i+3} \prod_{i=6}^{i} K_{i,i+2} \cdot K_{9,10}$$
(42)

若载荷各类飞行下的增量过载累积超越数曲线严格满 足阶梯平行,则K<sub>2</sub>取最大值1;满足情况越差,K<sub>2</sub>越小,但不 会小于极小值0。

为了避免一类飞行的过载累积超越数曲线的各段直线 斜率相差过大导致的曲线畸变情况,引入5类飞行类型单 个曲线的斜率相差系数*K*<sub>w</sub>

$$K_{\rm w} = K_{\rm wA} \cdot K_{\rm wB} \cdot K_{\rm wC} \cdot K_{\rm wD} \cdot K_{\rm wE} = \prod_{i=1}^{3} K_{i,i+1} \cdot \prod_{i=5}^{7} K_{i,i+1} \cdot K_{8,9} \times 1 \times 1$$
(43)

若载荷各类飞行下的增量过载累积超越数曲线下各直 线的斜率均相等,则K<sub>w</sub>取极大值1。

定义载荷谱形状相似性指标K<sub>x</sub>

$$K_{x} = K_{z} \cdot K_{w} = \prod_{i=2}^{4} K_{i,i+3} \cdot \prod_{i=6}^{7} K_{i,i+2} \cdot \prod_{i=9}^{9} K_{i,i+1} \cdot \prod_{i=1}^{3} K_{i,i+1} \cdot \prod_{i=5}^{7} K_{i,i+1} \cdot \prod_{i=8}^{8} K_{i,i+1}$$
(44)

式中,*K*<sub>x</sub>等权重考虑*K*<sub>2</sub>和*K*<sub>w</sub>,可以定量化描述载荷谱形状相似准则的满足情况。

以载荷谱形状相似性指标 $K_x$ 作为目标函数,采用天牛须 搜索算法迭代计算各类飞行下各级离散载荷的出现次数  $B_{i,j}$ ,步骤如下:(1)已知 $B_{i,i}$ =1,由式(13)得到 $B_{1,2}$ ;(2)以 $B_{2,3}$ 、  $B_{3,4}$ 、 $B_{4,5}$ 作为优化变量,设定矢量z=( $B_{2,3}$ , $B_{3,4}$ , $B_{4,5}$ )并给定初 值,由式(13)得到 $B_{1,3}$ ,严格满足各飞行类型各线段阶梯平行 条件可以得到 $B_{2,4}$ , $B_{3,5}$ ;(3)由式(13)得到 $B_{1,4}$ ,严格满足各 飞行类型各线段阶梯平行条件得到 $B_{2,5}$ ,最终由式(13)得到  $B_{1,5}$ ,其中步骤(2)中z的初值须使得按照步骤(1)~(3)得到的  $B_{i,j}$ 不存在负值;(4)取三个服从均匀分布U(0,1)的变量 $f_1$ ,  $f_2,f_3$ ,设置一组随机的一维矢量e作为天牛头的朝向

$$e = (e_1, e_2, e_3)$$

$$e_1 = \begin{cases} 1, & 0 < f_1 \le \frac{1}{3} \\ 0, & \frac{1}{3} < f_1 \le \frac{2}{3} \end{cases}$$
(45)

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 & 3 \\ -1, & \frac{2}{3} < f_1 \le 1 \end{bmatrix}$$

$$e_{2} = \begin{cases} 1, & 0 < f_{2} \leq \frac{1}{3} \\ 0, & \frac{1}{3} < f_{2} \leq \frac{2}{3} \\ & 2 \end{cases}$$
(47)

$$e_{3} = \begin{cases} -1, & \frac{2}{3} < f_{2} \le 1 \\ 1, & 0 < f_{3} \le \frac{1}{3} \\ 0, & \frac{1}{3} < f_{3} \le \frac{2}{3} \\ -1, & \frac{2}{3} < f_{3} \le 1 \end{cases}$$
(48)

则天牛须的两个相反的方向矢量分别为*e、-e*。左右触 角位置即更新后的*z*=(*B*<sub>2,3</sub>,*B*<sub>3,4</sub>,*B*<sub>4,5</sub>)分别为

$$z_{l} = z + e \tag{49}$$

$$q_r = z - e \tag{50}$$

以载荷谱形状相似性指标*K*<sub>x</sub>作为适应度函数,计算左 右两触角位置的"食物味道信号"即*K*<sub>x</sub>,更新下一个天牛质 心位置,如式(51)所示

 $z = z + e^{x} \operatorname{sign}(K_{xl} - K_{xr})$ (51)

式中,K<sub>x1</sub>和K<sub>xr</sub>分别为左触角和右触角对应的"食物味道 信号"。

采用上述算法对优化变量 $z=(B_{2,3}, B_{3,4}, B_{4,5})$ 进行迭代, 设定总迭代次数 $D_t$ 和 $K_x$ 迭代停止条件

$$K_{x} > \delta_{2} \tag{52}$$

式中, $\delta_2 \in K_x$ 需要满足的阈值,当满足该条件时,迭代停止。

若达到最大迭代次数 $D_t$ 仍不能满足上述 $K_x$ 迭代停止 准则,则意味着 2.3.1 节得到的变量组( $\Delta n_{ydi}, \Delta N_a, y_i$ )不能满 足要求,需要在 $y_i$ 的基础上采用天牛须搜索算法重新搜索 一组满足 $|r|_{max}$ 阈值条件的( $\Delta n_{ydi}, \Delta N_a, y_i$ )。取能够使 $K_x$ 迭代 停止准则的优化变量z作为最终的z,并按照步骤(2)和步 骤(3)获取 5×5 谱剩余参数,完成 5×5 谱编制。

### 3 某型运输类飞机机5×5谱编制示例

以某型运输类飞机任务剖面为例,开展5×5谱编制。

#### 3.1 任务剖面确定

假定该运输类飞机仅有1类典型任务剖面,该任务剖 面包含1种任务段(任务段1),见表2。

#### 表2 某型运输类飞机任务剖面

#### Table 2 Mission profile of a transport category aircraft

任务剖面种类	任务段	总质量/kg	燃油质量/kg	时间/min
任务剖面1	任务段1	6947	1127	15

该型飞机的设计使用寿命为5000次起落,编制以十分 之一寿命,即500次起落为单位的载荷块谱。

#### 3.2 确定飞机各任务段过载累积超越数曲线

通过对该典型任务剖面进行载荷谱实测,并进行数据 处理,统计各级过载(级差取0.05)的累积超越数,使用对数 方程拟合过载累积超越数曲线,如式(53)所示

 $\lg N = a \bullet \Delta n_v + b \tag{53}$ 

任务段1的增量过载累积超越数曲线如图4所示。

对增量过载累积超越数曲线进行高载截取和低载删除。高载选取准则为每单位块谱下该任务段出现一次的高载,任务段1的高载截取值为0.6881g,低载删除值则参考文献[8],取0.175g,该幅值为平均过载水平的17.5%。

高载截取和低载删除后的增量过载累积超越数曲线如 图5所示。

在给定任务剖面总飞行起落次数和各任务段过载累积 超越数曲线的基础上,迭代计算各飞行类型次数和各任务段 下的5级离散载荷,直到满足对数正态分布条件。飞行次数











Fig.5 Incremental overload cumulative exceedance curve for task segment 1 after high load intercept and low load deletion

 $y_i$ 初值设定为(1,6,37,141,315)。最终得到的典型任务剖面下 5种飞行类型次数见表3。任务段1的各级离散载荷 $\Delta n_{ydi}$ 及 相关参数见表4,皮尔逊相关系数绝对值|r|为0.9983。

在得到各级离散载荷 $\Delta n_{ydi}$ 和载荷块谱下出现次数出现  $\Delta N_a 后, 采用天牛须算法迭代计算各类飞行类型下各级离散$  $载荷的出现次数<math>B_{i,j}$ ,优化变量 $z=(B_{2,3}, B_{3,4}, B_{4,5})初值选择为6,$  $6,6,对应的初始5×5谱见表5,满足<math>B_{i,j}>0(i, j=1, 2, 3, 4, 5)$ 。

迭代停止准则式(52)中,δ2取0.004。天牛须算法共搜



飞行类型	次数y <sub>i</sub> ( <i>i</i> =1,2,3,4,5)
А	1
В	6
С	38
D	142
Е	313

表4	任务段1	的各级离散载荷	「An <sub>ydi</sub> 及相关参数
----	------	---------	--------------------------

Table 4Discrete loads  $\Delta n_{ydi}$  and related parameters at<br/>various levels for task segment 1

$LB_i$	$N_i$	$\Delta N_i$	$\Delta N_{it}$	$\Delta n_{ydi}$	$P_i$
0.6881	0.0020	0.0020	1	0.6881	0.00072
0.4825	0.0462	0.0442	22	0.5853	0.00553
0.3710	0.2531	0.2069	103	0.4268	0.03541
0.2500	1.6021	1.3490	674	0.3105	0.22872
0.1750	5.0471	3.4450	1723	0.2125	0.61156

表5 任务段1初始5×5谱

Table 5 Initial 5 × 5 spectrum for task segment 1

飞谷	次数		增量	后步飞行			
类型		0.6881	0.5853	0.4268	0.3105	0.2125	循环次数
А	1	1	16	29	250	54	350
В	6		1	6	9	46	62
С	38			1	6	6	13
D	142				1	6	7
Е	313					1	1
总和	总飞行次数	单级突风过载总循环次数					谱总循环次数
	500	1	22	103	674	1723	2523

索 6 次,最终得到的 K<sub>x</sub>为 0.0043,最终编制的 5×5 谱 见表6。

对上述编制得到的5×5谱进行突风载荷谱形状相似准则检验和极值对数正态分布准则检验,检验结果分别如图6、图7所示,检验结果显示5×5谱能够较好地满足上述两个准则。其中极值对数正态分布准则中,(lg $\Delta n_{yd}$ ,  $u_{pl}$ )的皮尔逊相关系数绝对值|r|达到了0.9983,达到了式(26)的阈值条件;过载 $\Delta n_{yd}$ 的对数均值和对数标准差分别为-0.6264和0.1484,满足文献[6]所建议的极值对数标准差范围;载荷谱形状相似准则中, $K_x$ 达到了0.0043,达到式(52)的迭代停止条件。5类飞行类型的过载累积超越数曲线近似平行,能够较好地满足载荷谱形状相似准则。

表6 任务段1最终5x5谱 Table 6 Task segment 1 final 5 by 5 spectrum

飞行 类型	次数		增量	同业			
		0.6881	0.5853	0.4268	0.3105	0.2125	飞行循环次数
А	1	1	16	23	262	108	410
В	6		1	7	7	67	82
С	38			1	6	5	12
D	142				1	5	6
Е	313					1	1
总和	总飞行次数	单级突风过载总循环次数					谱总循环次数
	500	1	22	103	674	1723	2523



图 6 任务段 1 的 5×5 谱极值对数正态分布准则检验(r=-0.9983) Fig.6 Test of extreme lognormal distribution criterion for 5 by 5 spectraum of task segment 1





Fig.7 Test of 5×5 load spectra of task segment 1 shape similarity criterion

在Inter Core i9 主频 3.7GHz 的 CPU上单线程开展该任务段 5×5 谱编制,共需 0.1913s,较需要数分钟才能完成的极值过载分布参数迭代的传统方法有了大幅提升,且该算法能够直接给出 5×5 谱矩阵中的所有参数。

# 4 结论

通过研究,可以得出以下结论:

(1) 基于天牛须搜索算法和内点法建立了飞机5×5 谱 编制方法,该方法能够实现5×5 谱的快速编制,能够较好地 满足5×5 谱的两个准则,给出不依赖损伤模型的5×5 谱。

(2)提出了描述5×5谱两个准则满足情况的定量指标,可以用来相对准确地表征5×5谱的编制质量。

#### 参考文献

[1] 林建鸿, 王彬文. 飞机疲劳失效适航规章演变历程回顾[J].

航空科学技术, 2022, 33(3): 39-51.

Lin Jianhong, Wang Binwen. A retrospective review of the evolutionary process of airworthiness regulations for aircraft fatigue failure[J]. Aeronautical Science & Technology, 2022, 33 (3): 39-51. (in Chinese)

- [2] 王创奇.任务模式变化对已定寿运输/轰炸类飞机疲劳可靠 性影响[J]. 航空科学技术, 2022,33(6): 28-33.
   Wang Chuangqi. Impact of mission mode changes on fatigue reliability of predetermined life transport/bomber aircraft[J]. Aeronautical Science & Technology, 2022, 33(6): 28-33. (in Chinese)
- [3] 冯志杰,肖慧婷,杨永锋.基于机构随机振动分析的载荷谱非参数上限统计归纳方法对比研究[J].航空科学技术,2022,33(7): 120-126.

Feng Zhijie, Xiao Huiting, Yang Yongfeng. Comparative study of non-parametric upper limit statistical induction methods for load spectra based on random vibration analysis of mechanisms [J]. Aeronautical Science & Technology, 2022, 33(7): 120-126. (in Chinese)

[4] 朱广荣. ARJ21-700飞机全机疲劳试验适航验证技术[D]. 上海:中国商用上海飞机设计研究院,2013.
 Zhu Guangrong. Airworthiness verification technology for ARJ21-700 aircraft full aircraft fatigue test [D]. Shanghai: CACC Shanghai Aircraft Design and Research Institute, 2013.

(in Chinese)

- [5] Heuler P, Klatschke H. Generation and use of standardised load spectra and load-time histories[J]. International Journal of Fatigue, 2005, 27(8): 974-990.
- [6] Barrois W. Use of standardized sequences of flight-by-flight load spectra in fatigue testing of structural aircraft components
   [J]. Engineering Fracture Mechanics, 1977, 9(2): 317-330.
- [7] Heuler P. The significance of standardised load sequences[J]. Materialwissenschaft und Werkstoff-technik,2010,19(9): 282-289.
- [8] Fowler K R, Watanabe R T. Development of jet transport airframe fatigue test spectra[R]. ASTM STP 1006, 1987.
- [9] De Jong J B, Schütz, D, Lowak H, et al. A Standardized load sequence for flight simulation tests on transport aircraft wing structures[R]. NLR-TR73029 U, 1973.
- [10] De Jong J B, Lowak H. Standard Fatigue Loading Sequences[R]. ESDU 97018D, 1997.
- [11] Divenah L L, Beaufils J Y. Large commercial aircraft loading

spectra: overview and state of the art[J]. Journal of ASTM International, 2004, 1(10):13.

- [12] 李元镜. 飞-续-飞试验载荷谱(5×5谱)编制方法初探[J]. 民用飞机设计与研究, 2002(3): 1-11.
  Li Yuanjing. Preliminary study on the compilation method of flight continuation flight test load spectra (5 by 5 spectra)[J]. Civil Aircraft Design and Research, 2002(3): 1-11. (in Chinese)
- [13] 潘庆荣.飞-续-飞试验谱编制方法:TWIST方法中对数正态极 值分布的实现[J].民用飞机设计与研究, 2004(3): 21-22, 27-34.
   Pan Qingrong. Method for compiling flight continuation flight test spectra: implementation of lognormal extreme value distribution in the TWIST method[J]. Civil Aircraft Design and Research, 2004(3): 21-22,27-34. (in Chinese)
- [14] 潘庆荣. TWIST 编谱方法中阵风载荷谱形状相似准则的实现[J]. 民用飞机设计与研究,2005(3):5-18.
  Pan Qingrong. Implementation of the similarity criterion for gust load spectra shape in the TWIST spectral method [J]. Civil Aircraft Design and Research, 2005 (3): 5-18. (in Chinese)
- [15] Schutz D, Lowak H. The Application of the standardized test program for the fatigue life estimation of fighter wing components part IV[C]. Proceedings of 8th ICAF Symposium, 1975: 175-189.
- [16] Hailing Tian, Rui Bao, Jianyu Zhang, et al. Influence of low load truncation level on crack growth for A1 2324-T39 and A1 7050-T7451[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2009(4): 401-406.

# 5 by 5 Spectrum Development Method for Transport Aircraft Based on Beetle Antenna Search Algorithm and Interior Point Method

Wei Kunyu, Li Bowen, Li Chendi, He Xiaofan Beihang University, Beijing 100191, China

**Abstract:** The development of load spectrum is of significant importance for fatigue analysis and testing of transport aircraft serving as input parameters. In response to the demand for the development of a load spectrum for transportation aircraft, a method for developing a 5 by 5 spectrum based on the beetle antenna search algorithm and the interior point method was proposed. Firstly, the mission profile of the aircraft was determined, and the overload cumulative exceedance curve was obtained through processing and statistical analysis on the aircraft's measured data. According to the lognormal distribution criterion of extreme loads, a 5 by 5 spectrum solution method based on the coupling of the beetle antenna search algorithm and the interior point method was proposed according to the logan search algorithm and the interior point method was used to iterate and select the number of flight types and load level ratios. A load spectrum shape similarity index was proposed according to the load spectrum shape similarity criterion, and the beetle antenna search algorithm was used to calculate the number of occurrences of each level of load in each type of flight in the 5 by 5 spectrum, and finally formed the 5 by 5 spectrum for each task segment. Finally, an example was provided to illustrate the method of 5 by 5 spectrum development in detail. This study has achieved the expedited and high-quality development of 5×5 spectrum for transport aircraft.

**Key Words:** transport aircraft; 5 by 5 spectrum; TWIST spectrum; extreme logarithmic normal distribution criterion; load spectrum shape similarity criterion

Received: 2023-10-26; Revised: 2024-02-01; Accepted: 2024-03-04 Foundation item: Aeronautical Science Foundation of China(201909051002)