

基于二维声学黑洞的周期板结构 弯曲波操控特性研究



韩冰, 季宏丽, 裘进浩

南京航空航天大学 航空航天结构力学及控制全国重点实验室, 江苏 南京 210016

摘要: 声学黑洞(ABH)结构通过按照一定幂函数剪裁结构厚度, 致使结构中弯曲波相速度的减小而实现能量聚集, 为航空结构中振动能量操控提供新的思路。ABH阵列可以弥补单个ABH中低频弯曲波操控特性的不足, 为了研究基于二维ABH的周期板结构的弯曲波操控特性, 利用有限元方法研究无限周期ABH结构的能带结构和包含有限周期ABH的板结构声强矢量场特征, 分析了含中心平台ABH与无中心平台ABH构成的周期结构中弯曲波传播特征的区别, 结合有限元结果明确了平面波展开方法收敛性和适用条件。数值分析结果显示, 含中心平台ABH易在低于全波长特征频率时获得表征局部共振的平直带, 从ABH全波长特征频率附近开始, 含中心平台ABH周期结构对弯曲波能量的定向操控特征区别于无中心平台ABH周期结构。最后研究ABH截面特征参数对弯曲波能带结构的影响规律, 结果表明, 内嵌式ABH截面的变化对半波长特征频率附近及低于该频率的弯曲波传播影响比较小, 减小中心截断厚度、增大中心平台半径以及幂次大于2有助于形成连续且宽频的方向带隙。

关键词: 声学黑洞; 弯曲波; 平面波展开法; 有限元分析; 局部共振

中图分类号: TB123

文献标识码: A

DOI: 10.19452/j.issn1007-5453.2024.07.010

随着科技的发展, 航空运载装备对于振动噪声控制标准日渐严苛, 对集成度、轻量化以及自适应性有着更高要求, 基于材料结构设计不断发展新技术以满足先进装备性能需求成为趋势^[1-2]。结构振动源于介质中弹性波的传播, 新型弹性波操结构声学黑洞(ABH)主要通过对接厚度进行剪裁来实现, 随着结构厚度的减小, 弯曲波波速逐渐减小, 波长被压缩, 振动幅值增大, 振动能量在声学黑洞厚度最薄区域实现能量聚集^[3-4], 通过在尖端粘贴少量的阻尼材料可实现对聚集振动能量的高效耗散, 达到减振降噪的目的^[5-6]。声学黑洞结构相比传统的减振降噪方法具有实现简单、效率高、频带范围宽、轻质的优点, 在航空航天装备制造领域有广泛的应用前景。王小东等^[7-8]将内嵌式ABH应用于直升机驾驶舱后壁设计, 以及交通运输装备中常见的双层壁板结构, 通过模拟和试验证实内嵌式ABH可以有效保证宽频减振降噪效果。但也发现单一内嵌式ABH操控与耗散低频振动能量的能力略显不足。早期Aklouche等^[9]对内嵌单个ABH板的色散关系的研究表明, 单个声学黑洞有效作用频率范围受ABH特征尺寸的限制, 对于幂指数 $m=2$ 的单个ABH, ABH

区域的长度越长, ABH效应起始频率越低, 也暗示单个ABH在航空装备中的应用局限性。因此突破ABH有效作用频率限制的研究对于ABH在航空领域的应用有着重要意义。Conlon等^[10-11]对包含多个ABH板声振特性的数值和试验研究初步表明, ABH阵列诱发的低阶局部模态可以有效弥补ABH设计在中低频性能不足的短板。赵流现^[12]通过数值分析方法研究ABH型夹层板的振动特性, 结果表明, ABH阵列结合约束阻尼层能显著提高夹芯板的低频损耗因子, 降低结构振动响应。由此人们越来越多地关注阵列结构在改善ABH中低频波操控特性方面的可行性。

受局部共振声子晶体和声学超材料结构^[13-14]实现低频波的操控这一思想的启发, 学者们开始尝试将周期ABH结构与局域共振思想结合起来, ABH的周期性栅格结构可以看作一种声子晶体结构, 由内嵌式ABH在梁或者板结构中阵列形成。唐利玲等^[15-16]首次在一维(1D)周期ABH梁中发现带隙现象, 并通过试验和仿真得到了证实, 随后研究者提出在ABH区域附加质量块, 拓宽低频带隙^[16-17], 并将研究拓展到具有一维周期性的ABH板^[18]。研究表明, 包含

收稿日期: 2023-11-26; 退修日期: 2024-02-20; 录用日期: 2024-04-25

基金项目: 国家自然科学基金(52022039, U2241261); 航空科学基金(20161552014)

引用格式: Han Bing, Ji Hongli, Qiu Jinhao. Flexural wave manipulation characteristics of a periodic plate with embedded 2D acoustic black holes[J]. Aeronautical Science & Technology, 2024, 35(07): 94-103. 韩冰, 季宏丽, 裘进浩. 基于二维声学黑洞的周期板结构弯曲波操控特性研究[J]. 航空科学技术, 2024, 35(07): 94-103.

1D ABH的一维阵列设计产生带隙的本质与布拉格(Bragg)散射和局部共振的共同作用相关,且ABH结构表现出不同于传统附加振子的本征型多频局部共振特征,有助于实现多个宽频带隙。季宏丽等^[3, 19]对1D ABH和2D ABH中的弯曲波传播特性研究表明,2D ABH往往表现出比1D ABH更为复杂的操控特点,且在常见的板类结构设计中:(1) 2D ABH中的波传播路径更复杂^[3];(2) ABH之外的板的均匀部分容易保留更多能量传输路径,通过ABH元胞的波未能全部由ABH捕捉。板类结构设计通常需要考虑单元在两个维度方向的分布,针对2D ABH二维阵列的弯曲波操控也成为研究难点。2015年,Zhu Hongfei等^[20]分析了2D ABH按照正方晶格排布的色散特性,但并未发现显著的全方向带隙。为了在包含ABH的周期板结构中实现全方向带隙,唐利玲等^[21]在具有二维周期性的ABH阵列板结构中,设计2D ABH间距小于其直径,保留尽可能少的均匀区域,以保证弯曲波可以完全进入ABH结构,并引入附加质量,增强Bragg散射效果,拓宽带隙。

以上针对二维声学黑洞声子板的研究主要考虑最初由Krylov^[22]提出的无中心平台的ABH凹坑结构,黄薇等研究发现含中心平台的新型ABH凹坑表现出不同于传统无中心平台ABH的弯曲波传播特征,即弯曲波聚集在偏离ABH凹坑中心的位置。目前针对2D ABH阵列的研究鲜有明晰含中心平台ABH与无中心平台ABH所构造周期结构中弯曲波传播特征的区别。为了丰富周期ABH结构波操控特性的理论研究基础,本文面向航空装备中常用的板类结构,从内嵌周期ABH板出发,研究含中心平台2D ABH板中的弯曲波传播问题。首先通过对比平面波展开(PWE)方法和有限元(FEM)方法分析周期ABH板实能带结构的差异,分析PWE方法的收敛性并明晰该方法在何种情况下适用于分析周期ABH结构的能带结构。其次主要通过FEM方法分析由含中心平台ABH构造的ABH声子板的能带结构,通过分析本征模态、稳态波场和能量分布特征,讨论了含中心平台和无中心平台ABH构造的周期ABH结构操控弯曲波传播的区别。最后探究了ABH截面特征参数对能带结构的影响规律。

1 分析方法

本节针对含中心平台和无中心平台的ABH截面设计,分析了其分别以方形格子阵列所构成周期ABH板的能带结构,探讨含中心平台ABH截面参数对实能带结构的影响规律。考虑图1(a)中所示两种非理想2D ABH截面设计构型,含中心平台^[3]和无中心平台^[23]

$$h(r) = \begin{cases} h_m, & r \leq r_1 \\ \varepsilon(r-r_1)^m + h_m, & r_1 \leq r \leq D_{ABH}/2 \end{cases} \quad (1)$$

$$h(r) = \varepsilon r^m + h_m \quad (2)$$

式中, ε 为截面函数多项式系数; h_m 为截断厚度; D_{ABH} 为2DABH直径; m 为幂指数; r_1 为中心平台半径。对于图1(a)所示方形晶格周期ABH板,薄板均匀区域厚度为 h_0 ,晶格常数为 a ,指代方形ABH元胞的大小。根据空间点阵的格矢可定义波矢空间(倒空间)上的格矢,即倒格矢 $\mathbf{G}=(G_x, G_y, G_z)^{[24]}$ 。对于二维方形晶格,倒空间基矢量 $\mathbf{b}_1=(2\pi/a, 0), \mathbf{b}_2=(0, 2\pi/a)$,图1(b)中字母 Γ, X, M 分别标记方形格子周期结构的不可约布里渊区高对称点 $(0,0), (\pi/a, 0), (\pi/a, \pi/a)^{[3]}$ 。借助某商业有限元软件计算,对ABH元胞建立如图1(b)所示FEM模型,采用拉格朗日二阶单元,网格大小满足一个弯曲波长内包含10个网格单元,保证计算结果收敛。在ABH元胞4个边界添加周期边界条件(PBC),波矢 k 沿着布里渊区的三个高对称边界取值进行特征频率求解。计算模型材料为铝材料,杨氏模量 $E=71\text{GPa}$,泊松比 $\nu=0.33$,密度 $\rho=2820\text{kg/m}^3$,材料损失因子 $\eta_{Al}=0.001$ 。图2所示为薄板均匀厚度为 $h_0=0.008\text{m}$,晶格常数 $a=0.14\text{m}$,ABH截面函数 $h(r)=5.02r^{2.2}+0.0011, 0 \leq r \leq 0.05$,FEM计算能带结果。为了评估PWE方法准确高效计算周期ABH板能带结构的情形,图2同时给出PWE方法^[20]245个平面波(平面波总数= G_x 取值个数 $\times G_y$ 取值个数 $\times G_z$ 取值个数,见表1)计算结果,可以看出低频PWE方法和FEM计算结果吻合,PWE难以满足

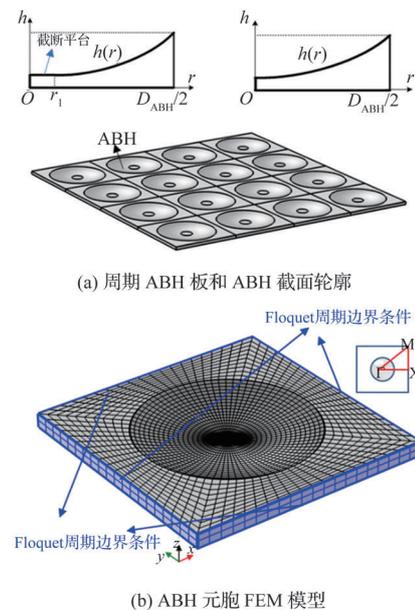


图1 周期ABH板和元胞FEM模型
Fig.1 Periodic ABH plate and cell FEM model

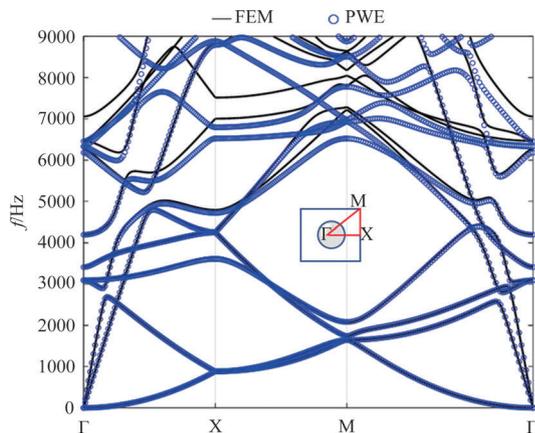


图2 方形晶格周期ABH板能带结构:PWE(平面波数245)和FEM计算结果

Fig.2 Band structure of the square-lattice periodic ABH plate: PWE(Plane wave number 245) and FEM results

表1 倒格矢的分量取值和总平面波数目

Table 1 Vectors of the reciprocal lattice and the total number of the plane wave number

| G_x, G_y | G_z | 总平面波数 |
|---|------------------------------------|-------|
| $(\pm 3, \pm 2, \pm 1, 0)2\pi/a$ | $(\pm 2, \pm 1, 0)2\pi/a_2$ | 245 |
| $(\pm 3, \pm 2, \pm 1, 0)2\pi/a$ | $(\pm 3, \pm 2, \pm 1, 0)2\pi/a_2$ | 343 |
| $(\pm 4, \pm 3, \pm 2, \pm 1, 0)2\pi/a$ | $(\pm 3, \pm 2, \pm 1, 0)2\pi/a_2$ | 567 |
| $(\pm 5, \pm 4, \pm 3, \pm 2, \pm 1, 0)2\pi/a$ | $(\pm 3, \pm 2, \pm 1, 0)2\pi/a_2$ | 847 |
| $(\pm 6, \pm 5, \pm 4, \pm 3, \pm 2, \pm 1, 0)2\pi/a$ | $(\pm 3, \pm 2, \pm 1, 0)2\pi/a_2$ | 1183 |

高频计算精度需求。

为了进一步明确PWE方法的收敛性,这里以FEM计算结果为参考,定义两种方法的计算差异: $\delta = |f^{\text{FEM}} - f^{\text{PWE}}| / f^{\text{FEM}} \times 100\%$,其中, f^{FEM} 和 f^{PWE} 分别代表两种方法计算的特征频率,以布里渊区高对称点M处对应的模态频率为例,图3给出前20阶模态(第20阶模态频率大约15kHz)频率计算差异随总平面波数的变化。横坐标为模态阶数,对应的前20阶特征频率,纵坐标表示 δ 的大小。可以看出提高PWE计算精度的一个直接有效的方法是增加平面波的数目,但是随着平面波个数增加计算时长也会呈指数倍增大,将与有限元计算时长接近。

针对厚度较薄 $h_0=0.005\text{m}$ 的板,内嵌ABH为式(1)所描述包含中心平台的截面设计。给定元胞参数 $r_1=0.02\text{m}$, $D_{\text{ABH}}/2=0.1\text{m}$, $a=0.24\text{m}$,固定平面波总数,分析 $h_m=0.0006\text{m}$ 和 0.0012m 时,PWE与FEM计算结果差异。倒格矢的分量 $G_x, G_y = (\pm 6, \dots, \pm 2, \pm 1, 0)2\pi/a$, $G_z = (\pm 1, 0)2\pi/a$,总的平面波数为507。图4所示为高对称点M处前20阶模态频率时PWE与FEM计算差异。同样的平面波数,当 h_m/h_0 比较大

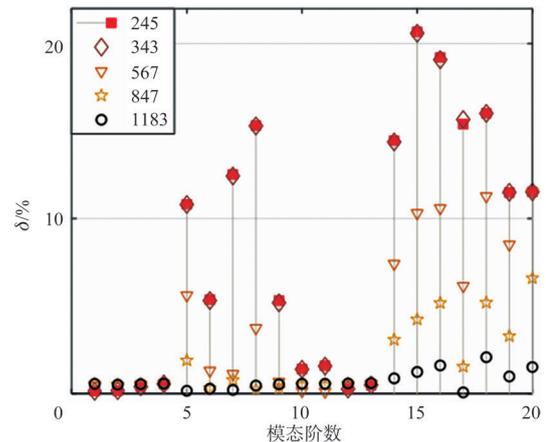


图3 不同平面数PWE计算结果与FEM结果差异:高对称点M处前20阶特征频率

Fig.3 Eigenfrequency difference between PWE and FEM methods for different plane wave numbers: First 20 eigenfrequencies at symmetry point $M(\pi/a, \pi/a)$

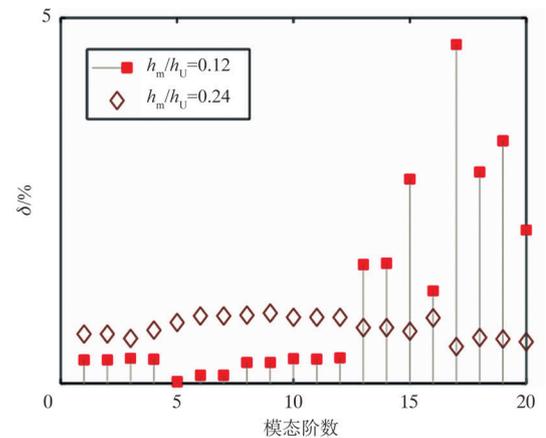


图4 厚度比 h_m/h_0 不同时PWE(507个平面波数)与FEM计算模态频率差异

Fig.4 Eigenfrequency difference between PWE(plane wave number 507) and FEM methods for different h_m/h_0 : First 20 eigenfrequencies at symmetry point $M(\pi/a, \pi/a)$

时,两种方法计算差异比较小, h_m/h_0 比较小的情况则相反。根据上文分析,此时需要增大平面波数以提升PWE计算准确性。当 h_m 较大时可以采用PWE方法以提高计算效率, h_m/h_0 较小时提高PWE算法的准确度需要增大平面波数目,会增加计算量。综合分析FEM是研究周期ABH结构更为准确且普适性高的方法,因此本文主要通过FEM方法开展研究。

2 声学黑洞声子板弯曲波传播特性

有研究表明,2D ABH起作用的最低频率与其直径有

关,因此板/梁均匀厚度处弯曲波长等于2D ABH直径时^[10]或等于1D ABH长度时的频率也可以看作截止频率的另一种定义,也可称其为特征频率^[15]。为了方便评估包含2D ABH的周期薄板结构在不同频带内的弯曲波操控特性,这里规定两个特征频率:2D ABH直径分别等于厚度为 h_U 的均匀板中弯曲波的全波长和半波长时的频率

$$f_{\text{Full}} = \frac{2\pi h_U}{D_{\text{ABH}}^2} \sqrt{\frac{E}{12\rho(1-\nu^2)}}$$

$$f_{\text{Half}} = \frac{\pi h_U}{2D_{\text{ABH}}^2} \sqrt{\frac{E}{12\rho(1-\nu^2)}} \quad (3)$$

对于直径为0.2m的ABH, $f_{\text{Full}}=1205\text{Hz}$, $f_{\text{Half}}=301\text{Hz}$ 。ABH设计主要针对结构中弯曲波传播,为了方便观察能带结构中的弯曲振动模式,定义正实数

$$P_\omega = \frac{\int_V |w|^2 dV}{\int_V (|u|^2 + |v|^2 + |w|^2) dV} \quad (4)$$

式中, u, v, w 分别表示沿着三个方向的位移分量; V 为积分域覆盖元胞体积。 P_ω 值比较小的时候,周期结构振动由面内振动主导,相反 P_ω 值接近于1时由面外振动主导。图5(a)所示为含中心平台的ABH对应周期结构的能带结构,ABH截面函数参数 $m=2$, $r_1=0.02\text{m}$, $D_{\text{ABH}}/2=0.1\text{m}$,截断厚度 $h_m=0.0002\text{m}$,板厚 $h_U=0.005\text{m}$ 。结果显示周期ABH板结构表现出比较复杂的频散特性,在频率高于半波长特征频率 f_{Half} 时,周期ABH对结构中低频弯曲波具有明显的操控作用。存在方向带隙,即弯曲波仅仅在一个方向难以传播,比较显著的方向带隙是XM方向低频308~346Hz,以及GX方向1050~1200Hz的带隙。

对于ABH直径 $D_{\text{ABH}}/2=0.1\text{m}$,无中心平台的ABH所构成周期结构,其对应的能带结构如图5(b)所示。对比图5(a)可以发现,具有中心平台的周期ABH结构在1.6kHz范围内具有更密集的弯曲波模态。包含无中心平台ABH的方形晶格周期结构并未表现出明显的方向带隙。对比两种ABH截面设计的特征模态,如图5能带结构中A、B、C点标记的特征模态,由振型面外分量 ϕ_z 表示。典型的局部共振声晶体的研究指出,局部共振模态对应的能带表现为平直带^[13],图5含中心平台的ABH设计对应的能带结构,更容易在低于ABH全波长特征频率 $f_{\text{Full}}=1205\text{Hz}$ 时呈现较密集和平带,说明含中心平台的ABH设计更易获得局部振动模态。

以上分析表明,即使中心平台的引入并未打开全方向带隙,但对800Hz以上色散曲线的变化规律也产生了不可忽略的影响。除了带隙特性之外,周期结构会使得弹性波

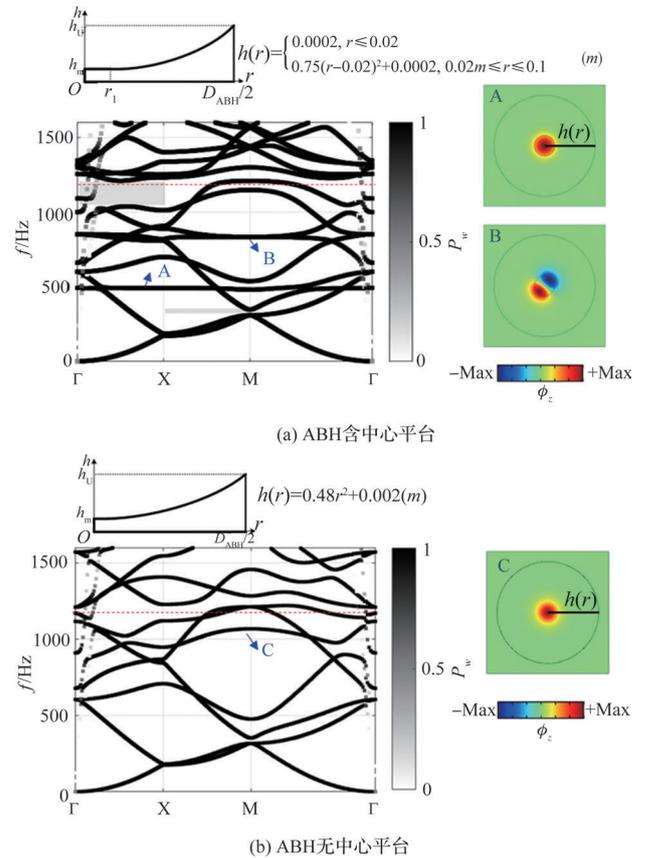


图5 周期ABH板能带结构和特征模态

Fig.5 Band structure and eigenmodes of the square-lattice periodic ABH plate

在某些通带频率下仅沿着特定的方向传播,即弹性波方向性传播^[25]。为了进一步理解引入中心平台后,周期ABH结构对结构中弹性波传播方向操控的影响规律,建立了如图6(a)所示的ABH板FEM数值分析模型,板中嵌入 12×12 个ABH,为了消除边界对弹性波传播特性的影响,在模型的四周都设置了完美匹配层(PML)^[26]。在ABH阵列的中心处输入垂直于 xy 平面的单位幅值的简谐力激励,模拟产生弯曲波,分析频域波场特征。为了降低计算时长,引入对称边界条件,对计算模型进行简化,如图6(b)所示。

为了进一步理解引入中心平台如何影响结构中弯曲波传播特性,分别计算激励力作用频率为485Hz和1165Hz时,周期ABH板中的弯曲传播特征。激励频率为485Hz,由含中心平台和无中心平台ABH构成的周期板结构弯曲波场分别如图7(a)和图7(b)所示。可以看出,经过周期ABH区域后,弯曲波在两个结构中的主要传播方向基本一致。由于该激励频率很接近图5(a)中平直带对应的频率,含中心平台ABH表现出较为显著的局部共振特征。为了通过结构中能量的空间分布进一步理解弯曲波传播行为,图7(c)和图7(d)给出两个周期

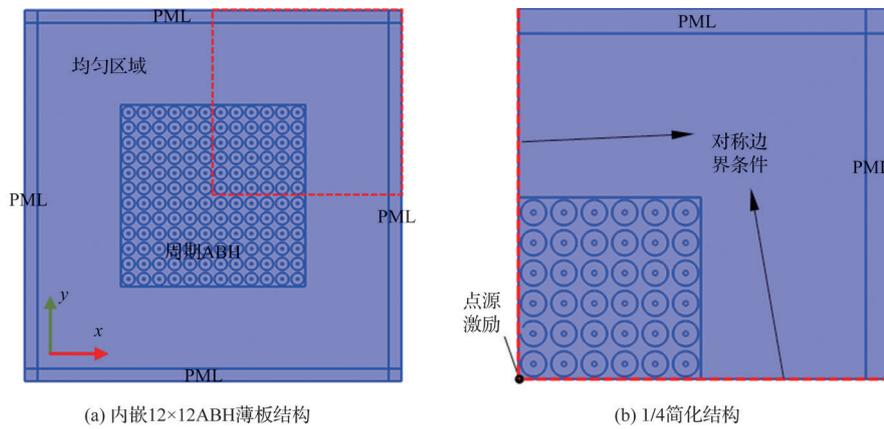


图6 周期ABH板频域波传播分析FEM模型

Fig.6 FEM model for frequency domain wave propagation analysis for periodic ABH plate

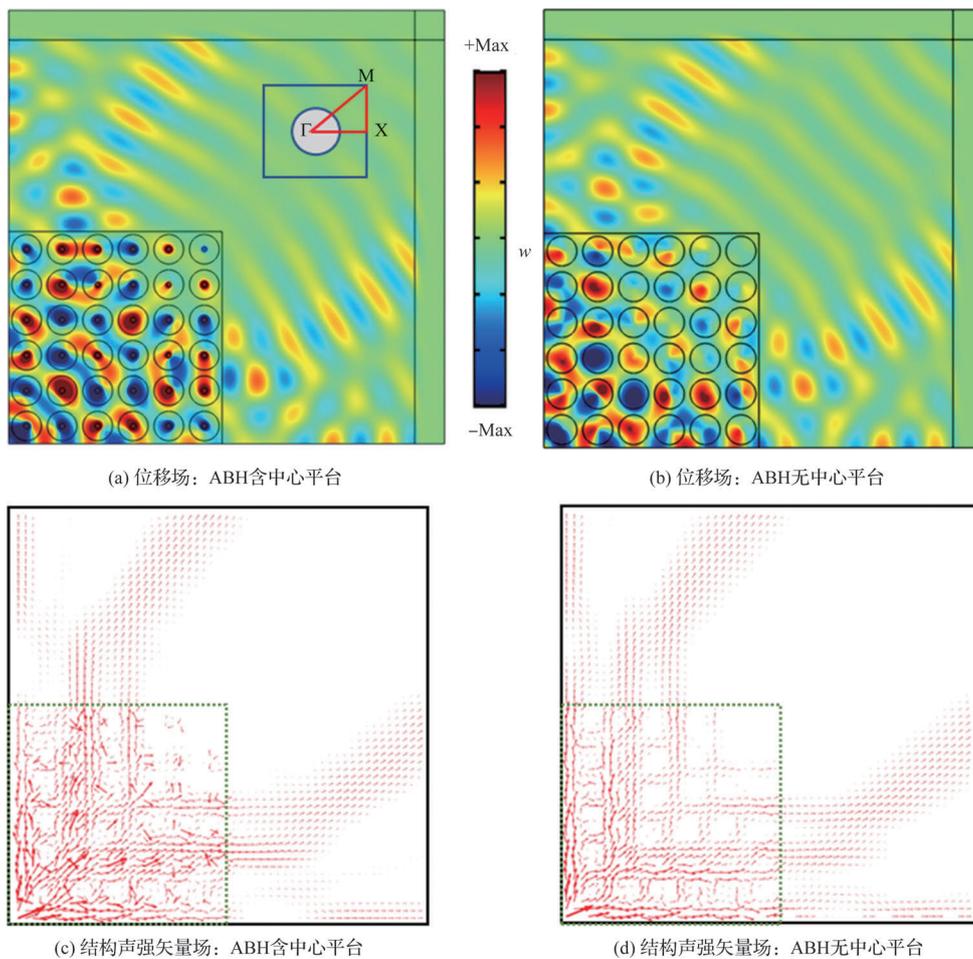


图7 激励频率为485Hz时周期ABH板弯曲位移场和结构声场矢量场

Fig.7 Flexural displacement field and vector field of the structural intensity at 485Hz for periodic ABH plate

ABH板结构的结构声强(SI)矢量场。SI沿 x, y, z 方向的分量表示为： $I_i = -1/2 [\text{Re}(\sigma_{ij} v_j^*)]$ ， $i, j = x, y, z$ ^[27]，其中 σ_{ij} 表示平面应力张量 σ 的分量， v_j 表示沿 j 方向的振动速度，*表示复数取

共轭。用对数刻度体现SI矢量场分布，矢量箭头代表方向，长度代表幅值。可以看出，对于含中心平台的周期ABH结构，随着传播距离的增大，能量会向ABH中心汇聚，ABH区域表现

出明显的局部共振;但对于无中心平台的周期 ABH 结构,随着传播距离的增大,能量主要沿着均匀区域传播,ABH 区域的局部共振相对较弱。但是由于含中心平台的 ABH 所主导的局部共振与结构中弯曲波的耦合极弱,因此其对应的周期 ABH 板并未表现出不同于无中心平台周期 ABH 板的波传播特征。

观察激励频率为 1165Hz 时,图 8(a)和图 8(b)所示两种周期 ABH 板结构中的弯曲波场,可以发现,两种结构中的 ABH 区域均表现出显著的局部共振,但是弯曲波在经过两种不同的 ABH 栅格后,主要传播方向有所不同。对于含中心平台的周期 ABH 结构,经过 ABH 栅格后弯曲波传播主要在 MX 方向;而对于无中心平台的周期 ABH 结构,经过 ABH 栅格后弯曲波沿各个方向传播。图 8(c)和图 8(d)两个周期 ABH 板结构的 SI 矢量场显示,随着传播距离的增大,结构中能量主要向 ABH 区域汇聚,使得均匀部分振动很弱。以上分析说明在不改变 2D ABH 直径的情况下,通过引入中心平台的方式改变

ABH 截面特征,会在 ABH 半波长特征频率附近形成较为显著的局部共振特征,从 ABH 全波长特征频率附近开始,会对 ABH 栅格的波操控特性造成显著影响。

3 声学黑洞特征参数影响

由于 ABH 单元的局部波动特性会受到其截面设计参数的影响,以 ΓX 方向波传播特性为例,本节分析 ABH 直径 $D_{ABH}/2=0.1m$,含中心平台 ABH 截面设计参数对能带结构的影响。图 9 所示为不同中心截断厚度 h_m 对应的能带结构,其他 ABH 截面设计参数 $m=2, r_1=0.02m$ 。可以看出,中心截断厚度越小,能带结构中平直带越显著,即 ABH 单元表现出的局部振动越显著,这是由于 ABH 结构中心厚度越小,ABH 能量聚集越显著^[3],且低于 ABH 全波长特征频率 $f_{Full}=1205Hz$ 时,局部振动模态更容易形成。中心截断厚度变厚使得难以形成显著的局部共振,从而能带结构变得更加简单,以至于

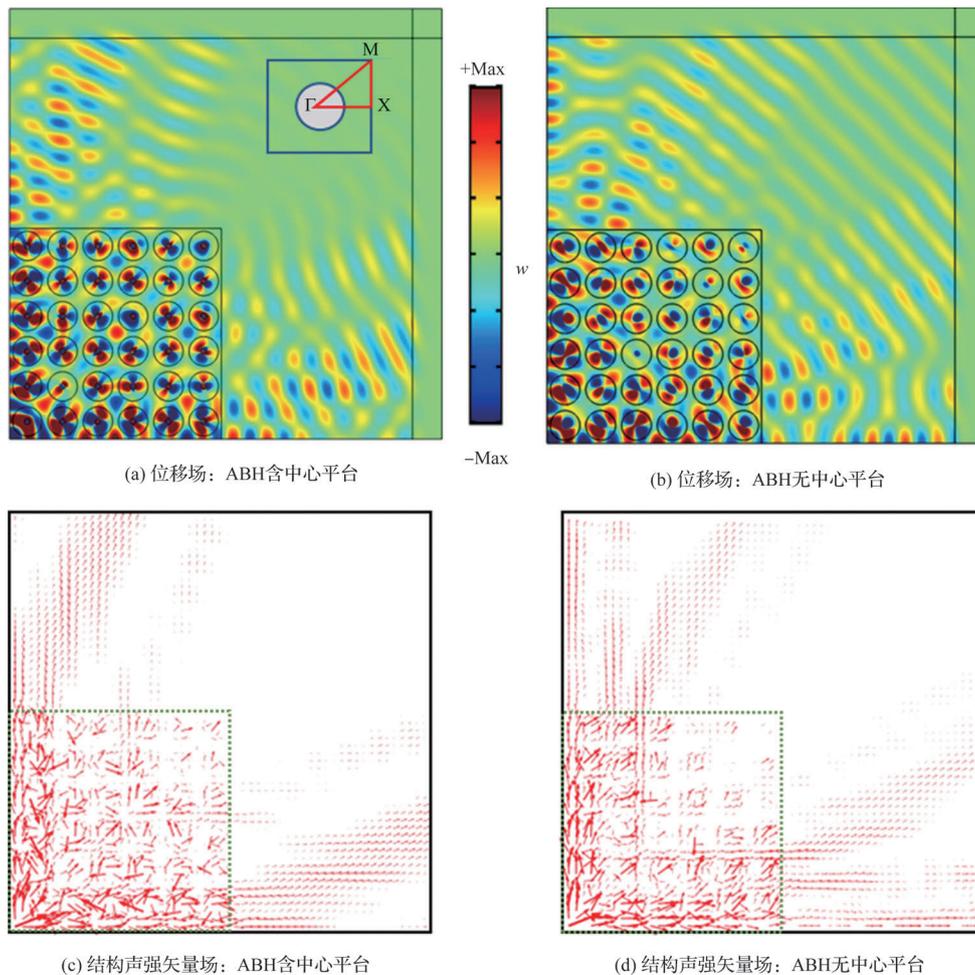
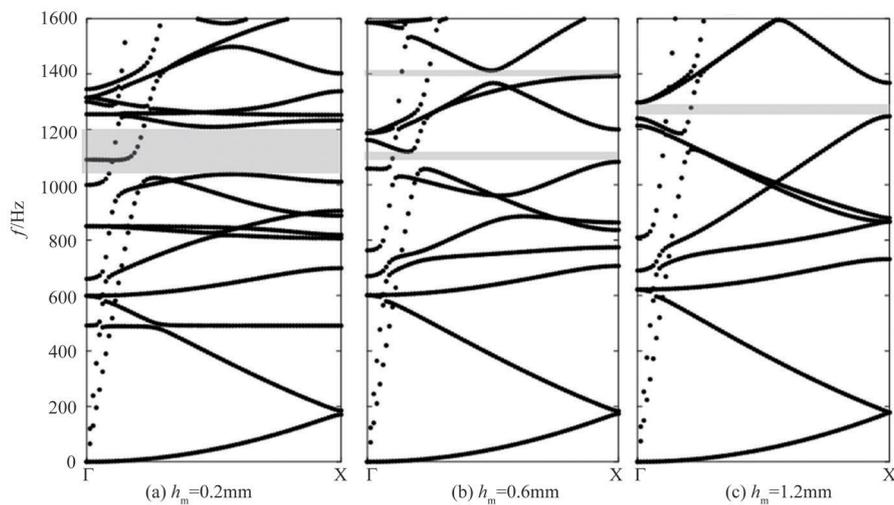


图 8 激励频率为 1165 Hz 时周期 ABH 板弯曲位移场和结构声场矢量场

Fig.8 Flexural displacement field and vector field of the structural intensity at 1165 Hz for periodic ABH plate

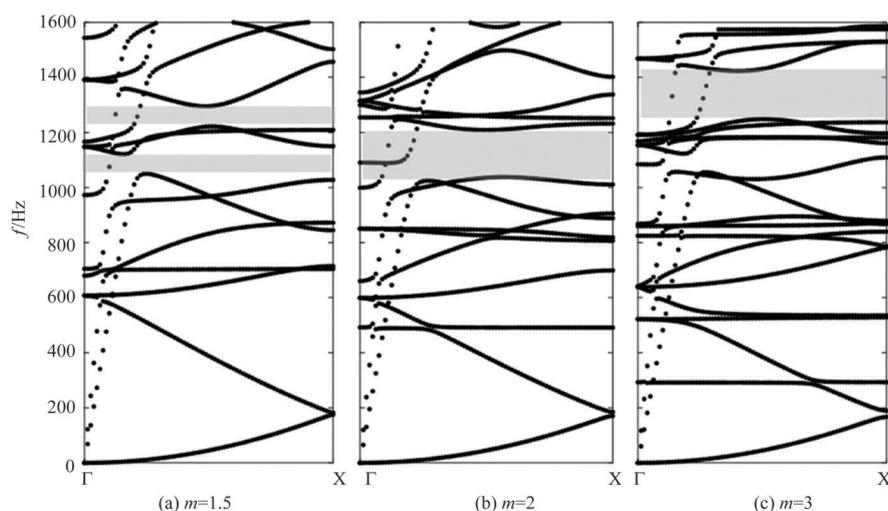
图9 ABH中心截断厚度 h_m 对能带结构的影响Fig.9 Influence of the truncation thickness h_m on band structure of ABH center

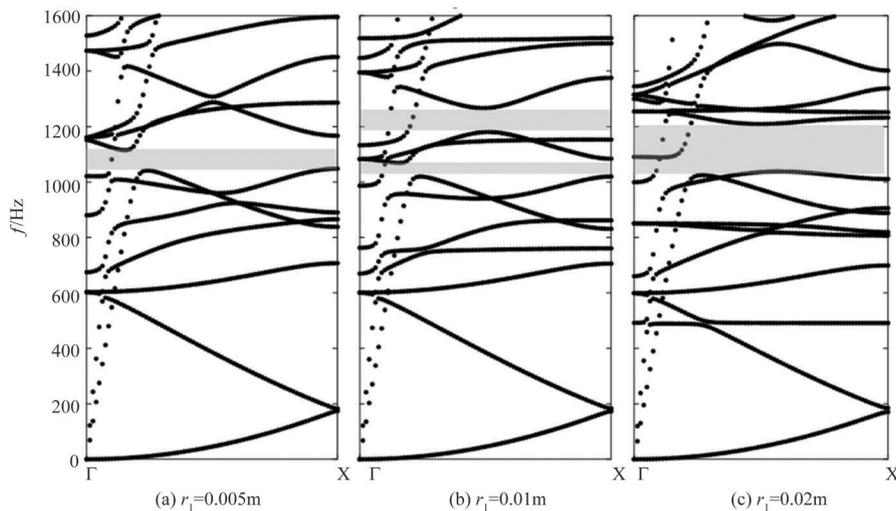
方向带隙也逐渐变窄,同时方向带隙的带边亦发生变化。如 $h_m=0.0006\text{m}$ 时,仅有1390~1410Hz和1080~1120Hz两个很窄的方向带隙,而 $h_m=0.0012\text{m}$ 时,仅有1245~1295Hz一个很窄的方向带隙。此外,截断厚度较小时,方向带隙的带边对应为非对称点处的模态;而当截断厚度为0.0012m,即其与板厚比值 $h_m/h_0=0.24$ 时,带边对应为高对称点 Γ 和X处的模态。

当ABH中心最薄厚度 $h_m=0.0002\text{m}$ 、 $r_1=0.02\text{m}$ 时,能带结构随ABH幂指数 m 的变化如图10所示。可以看出, $m=1.5$ 时,低于ABH全波长特征频率 $f_{\text{full}}=1205\text{Hz}$,存在1050~1120Hz和1220~1295Hz两个窄方向带隙。而 $m>2$ 时,更加平直且密集的能带形成连续且较宽的方向带隙, $m=3$ 时方向带

隙覆盖频率范围1250~1420Hz。幂指数 m 的增大使得能带中出现较多的平带,即较多的模态表现出显著的局部振动,且低于 $f_{\text{full}}=1205\text{Hz}$ 时,局部振动模态更容易形成,这是因为ABH截面设计幂指数 $m\geq 2$ 时,ABH凹坑可以有效实现ABH效应^[28],实现能量聚集,保证局部共振模态的实现。虽然在不违背ABH理论的平滑性准则^[29]情况下,幂指数 m 的增大可以提升ABH能量聚集效果,增加ABH特征频率附近以及该频率以下的局部共振模态数目,但是过大的幂指数(如 $m=3$)时,许多平直的能带分支直接穿越其他的斜率不为零的能带分支,这并不会促进方向带隙的打开。

当ABH中心最薄厚度 $h_m=0.0002\text{m}$ 、幂指数 $m=2$ 时,能

图10 ABH幂指数 m 对能带结构的影响Fig.10 Influence of the power exponent m on band structure for ABH

图 11 ABH 中心平台半径 r_1 对能带结构的影响Fig.11 Influence of the central platform radius r_1 on band structure of ABH center

带结构随 ABH 中心平台半径 r_1 的变化如图 11 所示。当中心平台半径逐渐变小的时候,能带结构越来越接近于图 5 (b)中无中心平台 ABH 的能带,局部振动的平直带逐渐减少,且方向带隙逐渐变窄。 $r_1=0.01\text{m}$ 时,低于特征频率 1205Hz 时,还存在 1020~1070Hz 和 1180~1270Hz 两个较窄的方向带隙,当 r_1 减小至 0.005m 时,则只有 1040~1115Hz 一个窄方向带隙。 r_1 的增大所导致的能带平带逐渐增多,进一步证实了在 ABH 设计中,引入中心平台有利于在低于 ABH 特征频率时,形成局部振动模态。需要注意的是,当中心平台过大时,ABH 区域截面厚度变化函数易违背 ABH 理论的平滑性准则。

4 结论

本文利用有限元方法对 2D ABH 按照方形晶格排布的周期薄板结构的弯曲波操控特性进行研究,通过研究能带结构和结构声强矢量场特征,分析了含中心平台 ABH 与传统无中心平台 ABH 构成的周期板结构中弯曲波传播特性的区别,结合有限元结果明确了平面波展开方法的收敛性和适用条件。FEM 方法和 PWE 方法计算的能带结果对比表明,PWE 方法适用于分析 ABH 中心最薄厚度与均匀区域厚度比 h_m/h_0 比较大的情形。

针对含中心平台 ABH 的周期 ABH 板和周期 ABH 条带的能带结构和能量分布特征分析,发现含中心平台 ABH 易在低于全波长特征频率时获得表征局部共振的平直带,这些模态对应的能带类似于传统局部共振声子晶体中典型的平直带,更容易打开方向带隙。从 ABH 全波长特征频率附

近开始,含中心平台 ABH 构成的周期板结构较容易实现弯曲波能量的定向传播。通过研究 ABH 截面特征参数对弯曲波能带结构的影响,发现内嵌式 ABH 截面的变化对半波长特征频率附近及以下弯曲波的传播特性影响比较小。对于含中心平台的 ABH 设计,减小中心截断厚度、增大中心平台半径、截面多项式函数幂次大于 2 时,更容易在低频实现较多表征局部共振的平直带,有助于形成连续且宽频的方向带隙。本文针对 ABH 阵列的波操控特性研究对后续利用 2D ABH 实现航空装备板结构中宽频弯曲振动能量的引导有重要理论意义。

AST

参考文献

- [1] 葛文杰,张永红,刘博,等.基于超弹性材料拓扑优化方法的变形翼结构设计[J].航空科学技术,2022,33(12):70-80.
Ge Wenjie, Zhang Yonghong, Liu Bo, et al. Structural design of deformable wing based on hyperelastic material topology optimization method[J]. Aeronautical Science & Technology, 2022, 33(12): 70-80. (in Chinese)
- [2] 邵敏强,宋杰,姚鹏,等.颗粒阻尼器耗能特性及振动抑制研究[J].航空科学技术,2023,34(6):86-94.
Shao Minqiang, Song Jie, Yao Peng, et al. Study on energy dissipation characteristics and vibration suppression of particle damper[J]. Aeronautical Science & Technology, 2023, 34(6): 86-94. (in Chinese)
- [3] Huang Wei, Ji Hongli, Qiu Jinhao, et al. Wave energy focalization in a plate with imperfect two-dimensional acoustic black

- hole indentation[J]. *Journal of Vibration and Acoustics*, 2016, 138(6): 061004.
- [4] Tang Liling, Cheng Li, Ji Hongli, et al. Characterization of acoustic black hole effect using a one-dimensional fully-coupled and wavelet-decomposed semi-analytical model[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2016, 374: 172-184.
- [5] O' Boy D J, Krylov V V. Damping of flexural vibrations in circular plates with tapered central holes[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2011, 330(10): 2220-2236.
- [6] Ji Hongli, Wang Xiaodong, Qiu Jinhao, et al. Noise reduction inside a cavity coupled to a flexible plate with embedded 2D acoustic black holes[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2019, 455(1): 324-338.
- [7] 王小东, 秦一凡, 季宏丽. 基于声学黑洞效应的直升机驾驶舱宽带降噪[J]. *航空学报*, 2020, 41(10): 11.
Wang Xiaodong, Qin Yifan, Ji Hongli, et al. Broadband noise reduction inside the helicopter cockpit by acoustic black hole effect[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2020, 41(10): 11. (in Chinese)
- [8] 王小东, 季宏丽, 裘进浩. 声学黑洞原理的双层加筋板-腔系统降噪研究[J]. *振动工程学报*, 2022, 35(2): 503-513.
Wang Xiaodong, Ji Hongli, Qiu Jinhao. Noise reduction of a double-layer stiffened plate-cavity system based on acoustic black hole principle [J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2022, 35(2): 503-513. (in Chinese)
- [9] Aklouche O, Pelat A, Maugeais S, et al. Scattering of flexural waves by a pit of quadratic profile inserted in an infinite thin plate[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2016, 375: 38-52.
- [10] Conlon S C, Fahnline J B, Fabio S. Numerical analysis of the vibroacoustic properties of plates with embedded grids of acoustic black holes[J]. *Journal of the Acoustical Society of America*, 2015, 137(1): 447-457.
- [11] Feurtado P A, Conlon S C. An experimental investigation of acoustic black hole dynamics at low, mid, and high frequencies [J]. *Journal of Vibration and Acoustics*, 2016, 138(6):1-10.
- [12] Zhao Liuxian. Low-frequency vibration reduction using a sandwich plate with periodically embedded acoustic black holes [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2019, 441: 165-171.
- [13] 温熙森, 温激鸿, 郁殿龙, 等. 声子晶体[M]. 北京: 国防工业出版社, 2009.
Wen Xisen, Wen Jihong, Yu Dianlong, et al. *Phononic crystals*[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2009. (in Chinese)
- [14] 赵瑞, 严昊, 席柯. 声学超表面抑制第一模态研究[J]. *航空科学技术*, 2020, 31(11): 104-112.
Zhao Rui, Yan Hao, Xi Ke, et al. Research on acoustic metasurfaces for the suppression of the first mode[J]. *Aeronautical Science & Technology*, 2020, 31(11): 104-112. (in Chinese)
- [15] Tang Liling, Cheng Li. Broadband locally resonant band gaps in periodic beam structures with embedded acoustic black holes[J]. *Journal of Applied Physics*, 2017, 121(19): 194901.
- [16] Tang Liling, Cheng Li. Ultrawide band gaps in beams with double-leaf acoustic black hole indentations[J]. *Journal of the Acoustical Society of America*, 2017, 142(5): 2802.
- [17] Tang Liling, Cheng Li. Impaired sound radiation in plates with periodic tunneled Acoustic Black Holes[J]. *Journal of Applied Physics*, 2020, 135: 106410.
- [18] Tang Liling, Cheng Li. Periodic plates with tunneled Acoustic-Black-Holes for directional band gap generation[J]. *Mechanical Systems & Signal Processing*, 2019, 133: 106257.
- [19] Ji Hongli, Luo Jing, Qiu Jinhao, et al. Investigations on flexural wave propagation and attenuation in a modified one-dimensional acoustic black hole using a laser excitation technique[J]. *Mechanical Systems & Signal Processing*, 2018, 104: 19-35.
- [20] Zhu Hongfei, Semperlotti F. Phononic thin plates with embedded acoustic black holes[J]. *Physical Review B*, 2014, 91(10): 39-43.
- [21] Tang Liling, Cheng Li, Chen Kean. Complete sub-wavelength flexural wave band gaps in plates with periodic acoustic black holes[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2021, 502: 116102.
- [22] Krylov V V. Acoustic "black holes" for flexural waves and their potential applications[C]//*Proceedings of the Institute of Acoustics Spring Conference*, 2002: 25-27.
- [23] Krylov V V. Geometrical-acoustics approach to the description of localized vibrational modes of an elastic solid wedge[J]. *Soviet Physics-Technical Physics*, 1990, 35(1): 137-140.
- [24] 郁殿龙. 基于声子晶体理论的梁板类周期结构振动带隙特性研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2006.
Yu Dianlong, Research on the vibration band gaps of periodic beams and plates based on the theory of phononic crystals [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2006.

- (in Chinese)
- [25] Wen Jihong, Yu Dianlong, Wang Gang, et al. The directional propagation characteristics of elastic wave in two-dimensional thin plate phononic crystals[J]. *Physics Letters A*, 2007, 364 (3-4): 323-328.
- [26] Berenger J P. A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves[J]. *Journal of Computational Physics*, 1994, 114(2): 185-200.
- [27] Gavric L, Carlsson U, Feng L. Measurement of structural intensity using a normal mode approach[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1997, 206(1): 87-101.
- [28] Mironov M A. Propagation of a flexural wave in a plate whose thickness decreases smoothly to zero in a finite interval[J]. *Soviet Physics: Acoustics*, 1988, 34(3): 318-319.
- [29] Feurtado P A, Conlon S C, Semperlotti F. A normalized wave number variation parameter for acoustic black hole design[J]. *Journal of the Acoustical Society of America*, 2014, 136(2): 148-52.

Flexural Wave Manipulation Characteristics of a Periodic Plate with Embedded 2D Acoustic Black Holes

Han Bing, Ji Hongli, Qiu Jinhao

State Key Laboratory of Mechanics and Control of Aerospace Structures, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China

Abstract: Acoustic Black Hole (ABH) structure can be achieved by tailoring the thickness of a structure according to a power function, thus altering the phase velocity of the flexural wave by changing the impedance and enabling energy focalization. The ABH provides a new idea for vibration and noise control in aerospace structures. The ABH array shows the potential to improve wave manipulation characteristics of the ABH design at the middle-low frequency. This paper focuses on studying the flexural wave propagation in a thin plate with embedded periodic two-dimensional (2D) acoustic black holes. The ABH that differs from the classical one proposed by Krylov is centrally with a platform and expected to obtain different wave manipulation properties when it is arranged in the square lattice. The band structure of an infinite periodic ABH plate and the structural intensity vector field in a finite plate with ABH lattice are scrutinized by establishing finite element models. The comparison of band structure results from finite element and plane wave expansion methods clarifies the convergence and applicable conditions of the plane wave expansion method. Numerical results show that the ABH with a central platform is easy to obtain a flat band representing local resonance at low frequency when it is arranged in the square lattice. Near or above the full-wavelength characteristic frequency of the 2D ABH, the square lattice consisting of the ABH with a central platform shows different wave energy direction propagation from the ABH without a central platform. Finally, the influence of ABH cross-section parameters on the band structure is analyzed. The results show that ABH profile parameters have less effect on band structure below the half-wavelength characteristic frequency. The reduction of the central truncation thickness, the increase of the central platform radius, and the power exponent larger than 2 are conducive to forming a broadband directional band gap.

Key Words: ABH; flexural waves; plane wave expansion method; finite element analysis; local resonance

Received: 2023-11-26; **Revised:** 2024-02-20; **Accepted:** 2024-04-25

Foundation item: National Natural Science Foundation of China (52022039, U2241261); Aeronautical Science Foundation of China (20161552014)