

# 集中式MIMO组网雷达系统 波形设计



张翔,文才,许金金,孟一诺  
西北大学,陕西 西安 710127

**摘要:**波形设计是集中式MIMO组网雷达信号处理的关键技术之一。为了提高该系统在杂波或干扰下的目标探测能力,同时兼顾硬件兼容性以及所设计波形良好的模糊函数和脉冲压缩特性,本文考虑在恒模约束和波形相似性度量下构建关于雷达输出信杂噪比(SCNR)的优化模型;通过对原非凸问题的等价转换,提出了一种基于连续凸近似的多项式时间迭代算法,并分析了其收敛性;为了进一步降低计算复杂度,提出了一种基于梯度投影(GP)的算法。最后,对所提方法进行了仿真验证,结果表明,该方法能够为组网雷达系统下各发射站点的波形设计提供一种新的可行方法。

**关键词:**组网雷达系统;波形相似性;可行点追踪-连续凸近似;梯度投影

中图分类号:TN958

文献标识码:A

DOI: 10.19452/j.issn1007-5453.2024.08.010

与发射特定波形的相控阵雷达相比,多输入多输出(MIMO)雷达可经其不同的天线发射不同的波形(波形分集)。这种波形分集也是其在目标探测、估计和跟踪方面优于传统雷达的关键因素<sup>[1-2]</sup>。根据不同的天线间隔,MIMO雷达可以分为分布式MIMO雷达和集中式MIMO雷达两类<sup>[3-5]</sup>。前者天线间隔较大,使得各个天线阵元从不同的视角观测目标,因此能够充分利用空间分集增益;后者天线间隔较小,各个天线阵元对目标的观测角近似相同,能够获得波形分集增益。

近年来,波形设计作为雷达领域中的一个重要问题已经引起了研究人员的广泛关注。一般来说,与集中式MIMO雷达波形设计相关的工作主要集中在以下4个方面:(1)设计具有良好自相关/互相关特性的波形,这意味着发射波形与其自身或者其他发射波形在任意时延处互不相关<sup>[6-8]</sup>;(2)通过最大化雷达回波信号与目标冲激响应之间的互信息来设计波形<sup>[9-11]</sup>;(3)设计期望的MIMO雷达发射波束方向图,使得发射功率在期望的角度下达到最大,同时抑制杂波等干扰所在角度的发射功率<sup>[12-14]</sup>;(4)着眼于收发处理,通过最大化信干噪比来完成对发射波形的设计或发射波形和接收滤波器的联合设计<sup>[15-21]</sup>。

为了使接收机区分来自不同发射机的回波,分布式MIMO雷达的大部分波形设计标准旨在获得彼此正交的发射波形<sup>[26-35]</sup>。Stoica等<sup>[27]</sup>提出了三种新的计算效率高的用于MIMO雷达恒模波形设计的循环算法。Chen Yifan等<sup>[28]</sup>基于认知雷达开发了一个自适应分布式MIMO雷达框架,并在该框架下设计了一种新的两阶段波形优化算法。Xu Leilei等<sup>[30]</sup>考虑了多普勒灵敏度对恒模分布式MIMO发射波形自相关和互相关旁瓣的影响。随后又提出了一种正交相位编码信号和失配滤波器组的设计方法<sup>[30-31]</sup>。Dontamsetti等<sup>[32]</sup>提出了一种发射和接收信号联合优化的分布式MIMO雷达方案,基于信道矩阵的估计情况来最大限度地提高输出信噪比。Luo Xi等<sup>[33]</sup>利用遗传算法设计了步进频分线性调频和步进频分脉冲编码调制两种正交波形。

值得注意的是,之前大部分学者对分布式MIMO雷达波形设计问题的研究都是基于每个波形站点是相控阵的情况下进行的。而本文中所提到的集中式MIMO组网雷达系统对分布式和集中式MIMO雷达的优点进行了融合,在这种情况下不仅能够利用分布式MIMO雷达的空间分集增益,同时也能够充分利用集中式MIMO雷达波形分集的优势来对每一个站点的波形进行重新设计。目前,在这种组

收稿日期: 2024-01-29; 退修日期: 2024-04-25; 录用日期: 2024-05-28

基金项目: 航空科学基金(20182098002)

引用格式: Zhang Xiang, Wen Cai, Xu Jinjin, et al. Waveform design for netted colocated-MIMO radar system[J]. Aeronautical Science & Technology, 2024, 35(08): 85-97. 张翔,文才,许金金,等.集中式MIMO组网雷达系统波形设计[J].航空科学技术,2024,35(08): 85-97.

网雷达系统下的波形设计研究相对较少,主要的研究工作集中在总功率约束下对发射波形进行设计<sup>[36]</sup>,但没有考虑实际的系统实现问题。事实上,雷达放大器往往工作在饱和条件,若没有恒模约束,则不能有效利用非线性功率放大器。此外,现有设计没有考虑到目标方向上波形的模糊特性和脉冲压缩特性,本文拟对发射波形施加相似性约束,以保证所设计波形在目标方向上获得优良的模糊特性<sup>[15, 37-39]</sup>。

本文讨论的是一种集中式MIMO组网雷达系统,该系统的各节点由集中式MIMO雷达构成,因而同时具备了分布式和集中式MIMO雷达的优点。目前,针对这种组网雷达系统的研究大多集中在资源管理方面<sup>[40-44]</sup>,但波形设计也对提升该系统目标探测性能具有重要意义。

具体来说,本文的主要贡献如下:(1)研究了在恒模约束下的集中式MIMO组网雷达系统各发射站点的波形设计问题。为了使设计的波形具有优良的模糊特性,本文将波形相似性度量作为惩罚项引入优化问题和信杂噪比(SCNR)一起构成新的优化目标。为了解决这个NP-Hard问题,本文提出了基于可行点追踪-连续凸近似(FPP-SCA)和梯度投影(GP)算法框架下的两种解决方案,然后对两种算法的收敛性和复杂性进行了分析。(2)与以往相似性约束中参考波形的选取有所不同。在之前的工作中往往选取线性调频信号来使设计波形拥有好的模糊函数和脉冲压缩特性,但在实际应用中仅仅需要使目标方向上的波形拥有好的波形特性。因此,本文设计了一种新的角度依赖的参考波形以及相应的波形相似性度量。(3)仿真结果验证了所提解决方案在不同的模拟场景中的性能。对基于FPP-SCA和GP框架下所设计的波形进行了对比,试验结果表明FPP-SCA算法的性能优于GP算法,但GP算法的计算复杂度低于FPP-SCA算法。

## 1 集中式MIMO组网雷达信号模型

本文考虑一种能够同时具备集中式MIMO雷达和分布式MIMO雷达优点的组网雷达系统。由于发射平台(TX)接收平台(RX)之间间距较大,这种雷达系统也能够被看作是双基地MIMO雷达的一种扩展。假设发射平台和接收平台的个数分别为 $M$ 和 $N$ ,第 $m$ ( $1 \leq m \leq M$ )个发射平台和第 $n$ ( $1 \leq n \leq N$ )个接收平台上的天线个数分别为 $P_m$ 和 $Q_n$ 。如图1所示,每个收发平台之间构成了一个椭圆区域,收发平台分别构成了椭圆的两个焦点,显然来自目标的回波信号会受到同一椭圆区域中杂波信号的干扰。本文将目标、第 $m$ 个TX和第 $n$ 个RX的位置和速度分别表示为 $\mathbf{p} \in \mathbb{R}^2$ ,

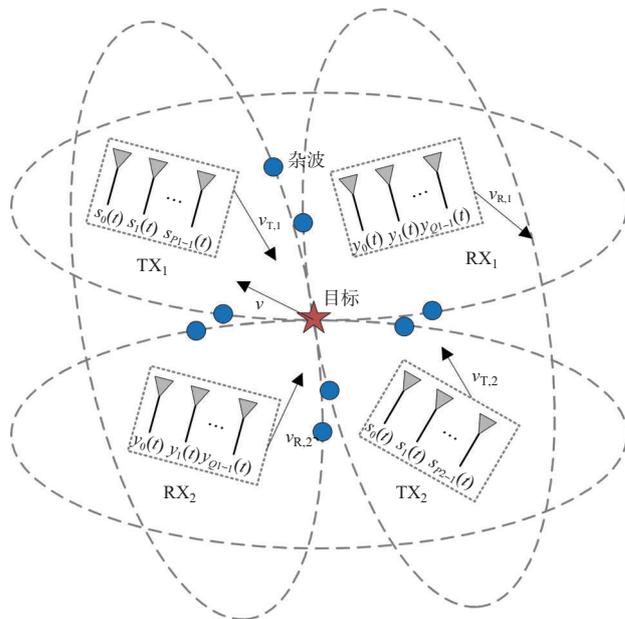


图1 集中式MIMO组网雷达系统

Fig.1 Netted colocated MIMO radar system

$$\mathbf{p}_{T,m} \in \mathbb{R}^2, \mathbf{p}_{R,n} \in \mathbb{R}^2; \mathbf{v} \in \mathbb{R}^2, \mathbf{v}_{T,m} \in \mathbb{R}^2, \mathbf{v}_{R,n} \in \mathbb{R}^2.$$

如图2所示,假设第 $m$ 个TX的第 $p$ 个天线发送的连续时间信号为 $\Re\{s_{m,p}(t)e^{j2\pi f_{c,m}t}\}$ , ( $0 \leq t \leq T$ ), 其中 $s_{m,p}(t)$ 为复基带波形, $T$ 表示脉冲持续时间, $f_{c,m}$ 表示第 $m$ 个TX的载频, $\Re(\cdot)$ 表示复数的实部。为了保证发射波形的正交性,假设不同发射平台的载频彼此并不相同(且载频间隔大于信号带宽),并以脉冲重复周期 $T_p$ 发送了 $K$ 个脉冲且 $MT \ll T_p$ 。那么从第 $m$ 个TX发射的第 $k$ ( $0 \leq k \leq K$ )个脉冲信号被第 $n$ 个RX的第 $q$ 个天线接收后的信号可以表示为

$$y_{m,n,q}(t'_k) = \Re \left\{ \sum_{p=0}^{P_m-1} \alpha_{m,n} s_{m,p}(t'_k) e^{j2\pi f' t'_k} \right\} \quad (1)$$

式中, $t'_k \triangleq \tau_{(m,p),(n,q)}(\theta_{T,m}, \theta_{R,n}) - kT_p$  ( $0 \leq t'_k \leq kT_p$ ),  $\alpha_{m,n}$ 是目标散射系数, $f' \triangleq f_{c,m} + f_{d,m,n}(\theta_{T,m}, \theta_{R,n}, \mathbf{v})$ ;  $f_{d,m,n}(\theta_{T,m}, \theta_{R,n}, \mathbf{v})$ 是目标和雷达平台之间运动引起的多普勒频率; $\tau_{(m,p),(n,q)}(\theta_{T,m}, \theta_{R,n})$ 是时延。正如图2所示,目标到阵列的指向矢量分别为 $\boldsymbol{\varphi}_{T,m} = \mathbf{p} - \mathbf{p}_{T,m}$ 和 $\boldsymbol{\varphi}_{R,n} = \mathbf{p} - \mathbf{p}_{R,n}$ ;点O是每个收发对连线的中点;天线角度 $\theta_m$ 和 $\theta_n$ 分别是阵列天线与 $x$ 轴的夹角,相应的指向矢量分别为 $\boldsymbol{\varphi}_{T,m} = (\cos(\theta_m), \sin(\theta_m))^T$ 以及 $\boldsymbol{\varphi}_{R,n} = (\cos(\theta_n), \sin(\theta_n))^T$ 。因此,通过几何关系可以得到从第 $m$ 个TX到目标的可视角 $\theta_{T,m}$ ,以及从第 $n$ 个RX到目标的可视角 $\theta_{R,n}$ 的表达式,分别为

$$\theta_{T,m} = \arccos \left( \frac{\boldsymbol{\varphi}_{T,m}^T \boldsymbol{\varphi}_{T,m}}{\|\boldsymbol{\varphi}_{T,m}\|_2 \|\boldsymbol{\varphi}_{T,m}\|_2} \right) \quad (2)$$

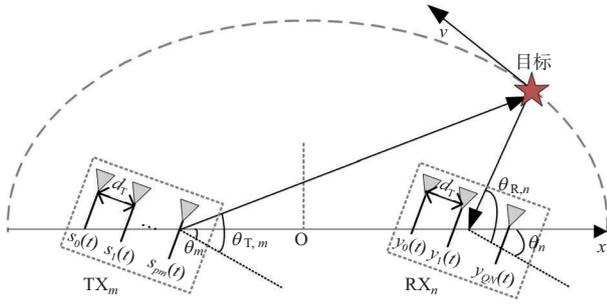


图2 运动目标与雷达平台之间的角度关系

Fig.2 The angle relationship between the moving target and radar platforms

$$\theta_{R,n} = \arccos\left(\frac{\boldsymbol{\varphi}_{R,n}^T \boldsymbol{\varphi}_{R,n}}{\|\boldsymbol{\varphi}_{R,n}\|_2 \|\boldsymbol{\varphi}_{R,n}\|_2}\right) \quad (3)$$

多普勒频率  $f_{d,m,n}(\theta_{T,m}, \theta_{R,n}, \mathbf{v})$  可以表示为

$$f_{d,m,n}(\theta_{T,m}, \theta_{R,n}, \mathbf{v}) \triangleq \frac{f_{c,m}}{c} [\mathbf{d}_{T,m}^T(\boldsymbol{\varphi}_{T,m})(\mathbf{v}_{T,m} - \mathbf{v}) + \mathbf{d}_{R,n}^T(\boldsymbol{\varphi}_{R,n})(\mathbf{v}_{R,n} - \mathbf{v})] \quad (4)$$

式中,  $\mathbf{d}_{T,m}(\boldsymbol{\varphi}_{T,m}) \triangleq \frac{\boldsymbol{\varphi}_{T,m}}{\|\boldsymbol{\varphi}_{T,m}\|_2}$  和  $\mathbf{d}_{R,n}(\boldsymbol{\varphi}_{R,n}) \triangleq \frac{\boldsymbol{\varphi}_{R,n}}{\|\boldsymbol{\varphi}_{R,n}\|_2}$  分别表示从第  $m$  个 TX 和第  $n$  个 RX 到目标的方向。而从第  $m$  个 TX 的第  $p$  个发射天线到第  $n$  个 RX 的第  $q$  个接收天线的时延可以表示为

$$\tau_{(m,p)(n,q)}(\theta_{T,m}, \theta_{R,n}) = \frac{d_T}{c} [(p-1)\cos\theta_{T,m} + (q-1)\cos\theta_{R,n}] \quad (5)$$

式中,  $d_T$  是每个雷达平台上的天线间隔, 并且  $d_T$  等于载波的半波长。

为了便于分析, 采用矢量  $\mathbf{s}_{m,p} \in \mathbb{C}^{L \times 1}$  表示波形  $s_{m,p}(t)$ 。在经过下变频后, 第  $k$  个脉冲接收信号的离散形式可以表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_{m,n,q}(k) &\triangleq \sum_{p=0}^{P_n-1} \alpha_{m,n} \mathbf{s}_{m,p} e^{-j2\pi f_{c,m} \tau_{(m,p)(n,q)}(\theta_{T,m}, \theta_{R,n})} e^{-j2\pi k T_p f_{d,m,n}(\theta_{T,m}, \theta_{R,n}, \mathbf{v})} = \\ &\alpha_{m,n} \mathbf{b}_{n,q}(\theta_{R,n}) \mathbf{d}_k(f_{d,m,n}(\theta_{T,m}, \theta_{R,n}, \mathbf{v})) \sum_{p=0}^{P_n-1} \alpha_{m,n} \mathbf{s}_{m,p} = \\ &\alpha_{m,n} \mathbf{b}_{n,q}(\theta_{R,n}) \mathbf{d}_k(f_{d,m,n}(\theta_{T,m}, \theta_{R,n}, \mathbf{v})) \mathbf{S}_m \mathbf{a}_m(\theta_{T,m}) \end{aligned} \quad (6)$$

进一步通过融合中心收集  $Q_n$  个天线所接收到的信号得到信号矩阵  $\mathbf{Y}_{m,n}(k) \in \mathbb{C}^{L \times Q_n}$ , 随后收集  $K$  个脉冲的信号得到接收矢量  $\mathbf{y}_{m,n}$

$$\mathbf{Y}_{m,n}(k) \triangleq [\mathbf{y}_{m,n,0}(k), \dots, \mathbf{y}_{m,n,q}(k), \dots, \mathbf{y}_{m,n,Q_n-1}(k)] = \alpha_{m,n} \mathbf{d}_k(f_{d,m,n}(\theta_{T,m}, \theta_{R,n}, \mathbf{v})) \mathbf{S}_m \mathbf{a}_m(\theta_{T,m}) \mathbf{b}_n^T(\theta_{R,n}) \quad (7)$$

$$\mathbf{y}_{m,n}(k) \triangleq \text{vec}\{\mathbf{Y}_{m,n}(k)\} = \alpha_{m,n} \mathbf{d}_k(f_{d,m,n}(\theta_{T,m}, \theta_{R,n}, \mathbf{v})) \mathbf{A}_{m,n}(\theta_{T,m}, \theta_{R,n}) \mathbf{s}_m \quad (8)$$

$$\mathbf{y}_{m,n} \triangleq [\mathbf{y}_{m,n}^T(0), \dots, \mathbf{y}_{m,n}^T(k), \dots, \mathbf{y}_{m,n}^T(K-1)]^T = \alpha_{m,n} \mathbf{d}(f_{d,m,n}(\theta_{T,m}, \theta_{R,n}, \mathbf{v})) \otimes [\mathbf{A}_{m,n}(\theta_{T,m}, \theta_{R,n}) \mathbf{s}_m] \quad (9)$$

式中,  $\mathbf{S}_m \triangleq [\mathbf{s}_{m,0}, \mathbf{s}_{m,1}, \dots, \mathbf{s}_{m,P_m-1}]$  表示第  $m$  个 TX 的发射波形矩阵,  $\text{vec}(\cdot)$  表示矢量化算子,  $\otimes$  表示克罗内克积;  $\mathbf{a}_m(\theta_{T,m})$  和  $\mathbf{b}_n(\theta_{R,n})$  分别为发射导向矢量和接收导向矢量;  $\mathbf{a}_{m,p}(\theta_{T,m})$  和  $\mathbf{b}_{n,q}(\theta_{R,n})$  分别是导向矢量中的第  $p$  个和第  $q$  个元素

$$\mathbf{a}_m(\theta_{T,m}) \triangleq [1, e^{-j2\pi \frac{f_{c,m}}{c} d_T \cos\theta_{T,m}}, \dots, e^{-j2\pi \frac{f_{c,m}}{c} (P_m-1) d_T \cos\theta_{T,m}}]^T \quad (10)$$

$$\mathbf{b}_n(\theta_{R,n}) \triangleq [1, e^{-j2\pi \frac{f_{c,n}}{c} d_T \cos\theta_{R,n}}, \dots, e^{-j2\pi \frac{f_{c,n}}{c} (Q_n-1) d_T \cos\theta_{R,n}}]^T \quad (11)$$

$\mathbf{d}(f_{d,m,n}(\theta_{T,m}, \theta_{R,n}, \mathbf{v}))$  是在相干处理周期内, 第  $m$  个 TX 和第  $n$  个 RX 之间慢时间导向矢量, 同样  $\mathbf{d}_k(f_{d,m,n}(\theta_{T,m}, \theta_{R,n}, \mathbf{v}))$  表示  $\mathbf{d}(f_{d,m,n}(\theta_{T,m}, \theta_{R,n}, \mathbf{v}))$  的第  $k$  个元素

$$\mathbf{d}(f_{d,m,n}(\theta_{T,m}, \theta_{R,n}, \mathbf{v})) \triangleq [1, e^{j2\pi f_{d,m,n}(\theta_{T,m}, \theta_{R,n}, \mathbf{v}) T_p}, \dots, e^{j2\pi f_{d,m,n}(\theta_{T,m}, \theta_{R,n}, \mathbf{v}) (K-1) T_p}]^T \quad (12)$$

$$\mathbf{s}_m \triangleq \text{vec}\{\mathbf{S}_m\} \quad (13)$$

$$\mathbf{A}_{m,n}(\theta_{T,m}, \theta_{R,n}) \triangleq \mathbf{b}_n(\theta_{R,n}) \mathbf{a}_m^T(\theta_{T,m}) \otimes \mathbf{I}_L \quad (14)$$

在得到目标回波信号之后, 可以采用类似的方法得到来自杂波的回波信号。为了便于分析, 假设杂波点之间彼此独立互不干扰且杂波点的位置  $\hat{\mathbf{p}}_{m,n,c}$  是已知的。因此来自杂波的回波信号可以表示为

$$\mathbf{z}_{m,n} \triangleq \sum_{c=0}^{C_{m,n}-1} \beta_{m,n,c} \mathbf{d}(f_{d,m,n}(\zeta_{m,n,c}, 0)) \otimes [\mathbf{A}_{m,n}(\zeta_{m,n,c}) \mathbf{s}_m] \quad (15)$$

式中,  $C_{m,n}$  为同一个椭圆内杂波点的个数;  $\zeta_{m,n,c}$  为第  $c$  个杂波点的角度;  $\beta_{m,n,c}$  为第  $c$  个杂波点的散射系数。

## 2 集中式MIMO组网雷达波形设计问题

本节将建立实际约束下最大化 SCNR 的集中式 MIMO 组网雷达波形优化设计模型。

### 2.1 波形优化设计目标

为了提高组网雷达系统的探测性能, 本文将基于最大化 SCNR 对雷达波形进行设计。根据第 1 节的回波模型可以将来自目标回波的总功率表示为

$$\begin{aligned} P_{T,m} &= \sum_{n=0}^{N-1} \|\mathbf{y}_{m,n}\|_2^2 = \\ &\sum_{n=0}^{N-1} \underbrace{\|\alpha_{m,n}\|^2 \|\mathbf{d}^H(f_{d,m,n}(\theta_{T,m}, \theta_{R,n}, \mathbf{v}))\|_2^2 \|\mathbf{b}_n(\theta_{R,n})\|_2^2}_{u_{m,n}} \times \\ &\mathbf{s}_m^H \left[ \left( \mathbf{a}_m(\theta_{T,m}) \mathbf{a}_m^H(\theta_{T,m}) \right)^T \otimes \mathbf{I}_L \right] \mathbf{s}_m = \quad (16) \\ &\mathbf{s}_m^H \left[ \underbrace{\sum_{n=0}^{N-1} u_{m,n} \left( \mathbf{a}_m(\theta_{T,m}) \mathbf{a}_m^H(\theta_{T,m}) \right)^T \otimes \mathbf{I}_L}_{\mathbf{T}_m} \right] \mathbf{s}_m = \mathbf{s}_m^H \mathbf{T}_m' \mathbf{s}_m \end{aligned}$$

同样, 总的杂波功率可以表示为

$$\begin{aligned}
P_{C,m} &= \sum_{n=0}^{N-1} \left\| \mathbf{z}_{m,n} \right\|_2^2 = \\
& \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{c_1=c_2=0}^{C_{m,n}-1} \left( \beta_{m,n,c_2} \beta_{m,n,c_1}^H \mathbf{d}^H(f_{d,m,n}(\zeta_{m,n,c_1})) \times \right. \\
& \left. \mathbf{d}(f_{d,m,n}(\zeta_{m,n,c_2})) \right) \left[ \mathbf{b}_n^H(\zeta_{R,n,c_1}) \mathbf{b}_n(\zeta_{R,n,c_2}) \right] \times \\
& \mathbf{s}_m^H \left[ \mathbf{a}_m(\zeta_{T,m,c_2}) \mathbf{a}_m^H(\zeta_{T,m,c_1}) \right]^T \otimes \mathbf{I}_L \mathbf{s}_m = \\
& \mathbf{s}_m^H \left( \underbrace{\sum_{n=0}^{N-1} \sum_{c_1=c_2=0}^{C_{m,n}-1} v_{c_1,c_2} \left[ \mathbf{a}_m(\zeta_{T,m,c_2}) \mathbf{a}_m^H(\zeta_{T,m,c_1}) \right]^T \otimes \mathbf{I}_L}_{\mathbf{C}_m} \right) \mathbf{s}_m = \\
& \mathbf{s}_m^H \mathbf{C}_m' \mathbf{s}_m
\end{aligned} \tag{17}$$

因此,第 $m$ 个TX的SCNR可以表示为

$$\text{SCNR}_m = \frac{P_{T,m}}{P_{C,m} + P_{N,m}} = \frac{\mathbf{s}_m^H \mathbf{T}_m' \mathbf{s}_m}{\mathbf{s}_m^H \mathbf{C}_m' \mathbf{s}_m + P_{N,m}} \tag{18}$$

式中,噪声功率 $P_{N,m} = \sigma_n^2 LK \sum_{n=0}^{N-1} Q_n$ 。进一步进行代数变换,对于第 $m$ 个TX的波形优化目标可以写为

$$\text{SCNR}_m = \frac{P_{T,m}}{P_{C,m} + P_{N,m}} = \frac{\mathbf{s}_m^H \mathbf{T}_m' \mathbf{s}_m}{\mathbf{s}_m^H \mathbf{D}_m' \mathbf{s}_m} \tag{19}$$

式中, $\mathbf{D}_m' = \mathbf{C}_m' + \frac{P_{N,m}}{LP_m} (\mathbf{I}_{P_m} \otimes \mathbf{I}_L)$ 。

## 2.2 波形约束

### 2.2.1 恒模约束

恒模约束因其能够使非线性放大器在饱和工作状态时避免波形的非线性失真这一特性,从而广泛地应用于现代通信和雷达系统中。在本文所考虑的集中式MIMO组网雷达系统中,将每一个发射站、每一个发射天线的信号做恒模约束,即

$$|\mathbf{s}_m(n)| = 1, n = 1, \dots, LP_m \tag{20}$$

### 2.2.2 相似性度量

在最大化SCNR准则下,能够找到一个使目标信噪比最优的波形,但是这个波形并不一定具有好的模糊函数和脉冲压缩特性,而这些特性往往是一个好的雷达系统所必要的。波形相似性约束能够迫使所设计波形去逼近这些特性良好的参考波形<sup>[15, 37-39]</sup>,然而在MIMO雷达系统中,相似性约束的加入与最大化SCNR准则有一定的冲突,设计波形与参考波形的相似性程度越高,接收的SCNR越低。因此需要对SCNR和相似性之间做一个权衡以满足所需的雷达性能。通常情况下,相似性约束是通过设计波形与参考波形之差的二范数或者无穷范数来实现的,即

$$\left\| \mathbf{s}_m - \mathbf{s}_m^{\text{ref}} \right\|_2^2 \leq \varepsilon, m = 1, \dots, M \tag{21}$$

式中, $\mathbf{s}_m^{\text{ref}}$ 是参考波形,本文并没有采用这种严格的约束方

式,而是将相似性度量 $\left\| \mathbf{s}_m - \mathbf{s}_m^{\text{ref}} \right\|_2^2$ 作为惩罚项和SCNR函数一起构成了新的优化目标函数。

本文对参考波形 $\mathbf{s}_m^{\text{ref}}$ 的选择与参考文献[15]、[39]中的选择不同,在之前的参考文献中通常会选择线性调频(LFM)信号作为参考波形以满足相似性约束。然而实际中往往只希望在目标方向上的波形具有良好模糊函数和脉冲压缩特性,因此本文提出了一种新的角度依赖的参考波形,具体参考波形 $\mathbf{s}_m^{\text{ref}}$ 的设计方法详见4.3节。

## 2.3 波形优化设计问题

本文试图在恒模约束和波形相似性度量限制的情况下最小化 $1/\text{SCNR}_m$ ,正如上述所说,本文采用了一种更加灵活的方式,即将相似性约束作为惩罚项引入优化问题和 $1/\text{SCNR}_m$ 一起构成新的优化目标。具体来说,第 $m$ 个发射站点的波形优化设计问题为

$$P_1 \begin{cases} \min_{\mathbf{s}_m} \frac{\mathbf{s}_m^H \mathbf{D}_m' \mathbf{s}_m}{\mathbf{s}_m^H \mathbf{T}_m' \mathbf{s}_m} + \lambda \left\| \mathbf{s}_m - \mathbf{s}_m^{\text{ref}} \right\|_2^2 \\ \text{s.t. } |\mathbf{s}_m(n)| = 1, n = 1, \dots, LP_m \end{cases} \tag{22}$$

式中, $\lambda$ 表示波形相似性度量权重因子。然而,由于目标函数和恒模约束的非凸性, $P_1$ 通常是一个NP-Hard问题。在下文中提出了两种多项式时间计算复杂度的迭代算法,以便求得高质量解。

## 3 可行点追踪-连续凸近似(FPP-SCA)算法求解 $P_1$

### 3.1 FPP-SCA算法描述

$P_1$ 是一个包含非凸二次分式函数的优化问题,其最优解无法在多项式时间内找到。为了找到该问题的一个次优解,首先引入一个辅助变量 $t$ (称为SCNR阈值)来将 $P_1$ 等价地转化为下面的问题。

$$P_2 \begin{cases} \min_{\mathbf{s}_m, t} t + \lambda \left\| \mathbf{s}_m - \mathbf{s}_m^{\text{ref}} \right\|_2^2 \\ \text{s.t. } \frac{\mathbf{s}_m^H \mathbf{D}_m' \mathbf{s}_m}{t} - \mathbf{s}_m^H \mathbf{T}_m' \mathbf{s}_m \leq 0 \\ |\mathbf{s}_m(n)| = 1, n = 1, \dots, LP_m \end{cases} \tag{23}$$

此外,式(23)中非凸的恒模约束能够进行等价转换。等式 $|\mathbf{s}_m(n)| = 1$ 能够看作是 $|\mathbf{s}_m(n)|^2 \geq 1$ 和 $|\mathbf{s}_m(n)|^2 \leq 1$ 的交集。在这些新的约束形式下,优化问题将变为

$$P_3 \begin{cases} \min_{\mathbf{s}_m, t} t + \lambda \left\| \mathbf{s}_m - \mathbf{s}_m^{\text{ref}} \right\|_2^2 \\ \text{s.t. } C_1: \frac{\mathbf{s}_m^H \mathbf{D}_m' \mathbf{s}_m}{t} - \mathbf{s}_m^H \mathbf{T}_m' \mathbf{s}_m \leq 0 \\ C_2: |\mathbf{s}_m(n)|^2 \geq 1, n = 1, \dots, LP_m \\ C_3: |\mathbf{s}_m(n)|^2 \leq 1, n = 1, \dots, LP_m \end{cases} \tag{24}$$

由于 $P_3$ 中 $C_1$ 和 $C_2$ 的非凸性,所以新的问题仍然是非凸的。为此通过利用这两个约束相对应的凸上界函数来对其进行逼近。现在给出非凸约束 $C_1$ 详细的近似过程。具体来说,让 $f_0(s_m, t) = s_m^H D'_m s_m / t$ 和 $f_1(s_m, s_m^*) = -s_m^H T'_m s_m$ ,当 $t > 0$ 时, $f_0(s_m, t)$ 是凸函数,即线性二次分式函数<sup>[45]</sup>。而 $f_1(s_m, s_m^*)$ 是一个二次函数,且 $-T'_m$ 是半负定的,所以它是一个凹函数。因此 $f_1(s_m, s_m^*)$ 的凸上界可以由它的一阶泰勒展开得到

$$f_1(s_m, s_m^*) \leq f_1(\bar{s}_m, \bar{s}_m^*) + \nabla^T f_1(s_m, s_m^*) \Big|_{(s_m, s_m^*) = (\bar{s}_m, \bar{s}_m^*)} \begin{bmatrix} s_m - \bar{s}_m \\ s_m^* - \bar{s}_m^* \end{bmatrix} \quad (25)$$

式中, $\bar{s}_m$ 是 $P_3$ 中的任意一个可行点,且

$$\nabla f_1(s_m, s_m^*) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(s_m, s_m^*)}{\partial s_m} \\ \frac{\partial f_1(s_m, s_m^*)}{\partial s_m^*} \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$\frac{\partial f_1(s_m, s_m^*)}{\partial s_m} = -T'^T_m s_m^* \quad (27)$$

$$\frac{\partial f_1(s_m, s_m^*)}{\partial s_m^*} = -T'_m s_m \quad (28)$$

因此根据式(25)可得

$$\tilde{f}(s_m, \bar{s}_m, t) = f_0(s_m, t) + f_1(\bar{s}_m, \bar{s}_m^*) + \nabla^T f_1(s_m, s_m^*) \Big|_{(s_m, s_m^*) = (\bar{s}_m, \bar{s}_m^*)} \begin{bmatrix} s_m - \bar{s}_m \\ s_m^* - \bar{s}_m^* \end{bmatrix} \quad (29)$$

有趣的是,能够看到 $\tilde{f}(s_m, \bar{s}_m, t)$ 是一个凸函数。最后,通过迫使 $\tilde{f}(s_m, \bar{s}_m, t) \leq 0$ 来确保 $f_0(s_m, t) + f_1(s_m, s_m^*) \leq 0$ 。因此,将式(27)和式(28)代入 $\tilde{f}(s_m, \bar{s}_m, t)$ ,经过一些代数运算之后, $P_3$ 中的第一个约束的凸近似可以表示为

$$\tilde{f}(s_m, \bar{s}_m, t) = \frac{s_m^H D'_m s_m}{t} - 2\Re\{\bar{s}_m^H T'_m s_m\} + \bar{s}_m^H T'_m \bar{s}_m \leq 0 \quad (30)$$

按照与第一个约束相同的近似步骤,能够对 $P_3$ 中的第二个约束进行近似。值得注意的是,这里先对恒模约束进行了如下变换

$$|s_m(n)|^2 = s_m^H E_n s_m, \quad n = 1, \dots, LP_m \quad (31)$$

式中, $E_n \in \mathbb{R}^{LP_m \times LP_m}$ 是一个选择矩阵

$$E_n(i, j) = \begin{cases} 1, & i = j = n, \quad n = 1, \dots, LP_m \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (32)$$

随后类似于式(30),可以得到 $P_3$ 中第二个约束的凸近似

$$1 + \bar{s}_m^H E_n \bar{s}_m + \Re\{(-2E_n \bar{s}_m)^H s_m\} \leq 0 \quad (33)$$

最后,将 $P_3$ 中的所有非凸约束替换为它们的凸上界近似,从而得到一个凸化后的子问题。

$$P_4 \begin{cases} \min_{s_m, t} t + \lambda \|s_m - s_m^{\text{ref}}\|_2^2 \\ \text{s.t.} \frac{s_m^H D'_m s_m}{t} - 2\Re\{\bar{s}_m^H T'_m s_m\} + \bar{s}_m^H T'_m \bar{s}_m \leq 0, \forall m \\ 1 + \bar{s}_m^H E_n \bar{s}_m + \Re\{(-2E_n \bar{s}_m)^H s_m\} \leq 0, \forall n \\ s_m^H E_n s_m - 1 \leq 0, \forall n \end{cases} \quad (34)$$

值得注意的是, $P_4$ 中 $1 + \bar{s}_m^H E_n \bar{s}_m + \Re\{(-2E_n \bar{s}_m)^H s_m\} \leq 0$ 和 $s_m^H E_n s_m - 1 \leq 0$ 的交集是一个很“薄”的球面,这会导致子问题 $P_4$ 有时候找不到稳定的数值解。为了解决该问题,受可行点追踪-连续凸近似算法的启发<sup>[45]</sup>,在 $P_4$ 中的后两个约束中引入了一个非负的松弛变量 $b(n)$ ,同时对松弛变量 $\|b\|_1$ 进行惩罚。最后优化问题将会变为

$$P_s^{(l)} \begin{cases} \min_{s_m, t, b} t + \lambda_b^{(l)} \|b\|_1 + \lambda \|s_m - s_m^{\text{ref}}\|_2^2 \\ \text{s.t.} \frac{s_m^H D'_m s_m}{t} - 2\Re\{\bar{s}_m^H T'_m s_m\} + \bar{s}_m^H T'_m \bar{s}_m \leq 0, \forall m \\ 1 + \bar{s}_m^H E_n \bar{s}_m + \Re\{(-2E_n \bar{s}_m)^H s_m\} \leq b(n), \forall n \\ s_m^H E_n s_m - 1 \leq b(n), \forall n \end{cases} \quad (35)$$

式中, $\bar{s}_m = s_m^{(l-1)}$ (即第 $(l-1)$ 次迭代问题 $P_s^{(l-1)}$ 的解), $t^{(l-1)} = \bar{s}_m^H D'_m \bar{s}_m / \bar{s}_m^H T'_m \bar{s}_m$ , $\|\cdot\|_1$ 表示 $L_1$ 范数。该优化问题将被迭代求解以产生等式(22)中原始问题的解,在每次迭代中将使用内点法<sup>[46]</sup>来求解 $P_s^{(l)}$ 。最后,算法1对所提的FPP-SCA算法进行了总结。

算法1 可行点追踪-连续凸近似算法

输入:初始点 $s_m^{(0)}$ ,参数 $\mu, \lambda_b^{(0)}, \lambda_b^{\max}, \lambda, \varepsilon$

Repeat:

1.通过式(35)获得 $\{\hat{s}_m^{(l+1)}, \hat{b}^{(l)}, \hat{t}^{(l+1)}\}$

2.更新 $\{s_m^{(l+1)}, b^{(l)}, t^{(l+1)}\} = \{\hat{s}_m^{(l+1)}, \hat{b}^{(l)}, \hat{t}^{(l+1)}\}$

3.更新 $\lambda_b^{(l)} = \min\{\mu \lambda_b^{(l-1)}, \lambda_b^{\max}\}, l = l + 1$

Until 满足停止条件 $|\text{objval}^{(l+1)} - \text{objval}^{(l)}| \leq \varepsilon, \lambda_b^{(l+1)} \geq \lambda_b^{\max}$

输出:最优解 $\hat{s}_m = s_m^{(l+1)}$

由于 $b(n) \geq 0, \forall n$ ,算法1中的停止条件将在 $\lambda_b$ 足够大的时候达到。在这种情况下,随着迭代次数的增加, $P_s^{(l)}$ 中目标函数的 $\|b\|_1$ 这一项将接近0,从而找到原始问题的可行解。但是较小的 $\lambda_b$ 并不能保证松弛变量趋近于零,同时固定较大的 $\lambda_b$ 不利于问题找到较好的局部最优解。为此本文提出了一种自适应策略来选择变量 $\lambda_b$ ,即 $\lambda_b$ 的值将会随着迭代由小到大逐步更新。具体来说, $\lambda_b^{(l)}$ 表示 $\lambda_b$ 的 $l$ 次迭代值, $\lambda_b^{(l)}$ 将被通过式(36)更新,以便更好地找到局部最优解

$$\lambda_b^{(l)} = \min\{\mu \lambda_b^{(l-1)}, \lambda_b^{\max}\} \quad (36)$$

### 3.2 FPP-SCA算法的计算复杂度

在FPP-SCA算法的每次迭代中,需要对式(35)进行求解。这个问题属于凸二次约束二次规划(QCQP)问题,因此它能够转化为二阶锥规划(SOCP),然后使用CVX工具箱以 $O(LP_m)^3$ 的多项式时间计算复杂度进行求解<sup>[47]</sup>。

### 3.3 FPP-SCA算法的收敛性分析

下面将简单讨论FPP-SCA算法的收敛特性。具体来说,假设 $\{s_m^{(l)}, t^{(l)}, b^{(l)}\}$ 为算法第 $l$ 次迭代相应的解。设 $l'$ 为整数,当 $l > l'$ 时 $\lambda_b^{(l)} = \lambda_b^{\max}$ ,此时式(35)的损失函数定义为 $\bar{t}^{(l)} = t^{(l)} + \lambda_b^{\max} \|b^{(l)}\|_1 + \lambda \|s_m^{(l)} - s_m^{\text{ref}}\|_2^2$ 。

引理 1

让 $\{s_m^{(l)}, t^{(l)}, b^{(l)}\}$ 表示式(35)中凸问题的最优解,则(1)序列 $\{\bar{t}^{(l)}\}_{l > l'}$ 是非增的;(2)序列 $\{\bar{t}^{(l)}\}_{l > l'}$ 收敛到一个有限值 $\bar{t}^{(*)}$ 。

证明

由于 $P_s^{(l)}$ 是一个凸问题且它的最优解能够在多项式时间内找到。此外,将在 $P_3$ 中的约束 $C_1$ 和 $C_1$ 在定点 $s_m^{(l-1)}$ 用它的一阶泰勒展开式来近似,不难证明 $(s_m^{(l-1)}, t^{(l-1)}, b^{(l-1)})$ 也是 $P_s^{(l)}$ 的一个可行点。因此,能够得到

$$\begin{aligned} \bar{t}^{(l)} &= t^{(l)} + \lambda_b^{\max} r^T b^{(l)} + \lambda \|s_m^{(l)} - s_m^{\text{ref}}\|_2^2 \leq \\ &t^{(l-1)} + \lambda_b^{\max} r^T b^{(l-1)} + \lambda \|s_m^{(l-1)} - s_m^{\text{ref}}\|_2^2 = \bar{t}^{(l-1)} \end{aligned} \quad (37)$$

式中, $r = [1, \dots, 1]^T \in \mathbb{C}^{LP_m}$ 。在式(37)中的不等式则是利用了 $(s_m^{(l-1)}, t^{(l-1)}, b^{(l-1)})$ 是 $P_s^{(l)}$ 的一个可行点。

此外,由于 $\lambda_b^{\max} r^T b^{(l)} + \lambda \|s_m^{(l)} - s_m^{\text{ref}}\|_2^2 \geq 0$ ,所以可以轻易得出 $t + \lambda_b^{\max} r^T b^{(l)} + \lambda \|s_m^{(l)} - s_m^{\text{ref}}\|_2^2 \geq t$ 。此外根据式(24)中约束函数 $s_m^H D'_m s_m / t - s_m^H T'_m s_m \leq 0$ ,可以得出

$$t \geq \frac{s_m^H D'_m s_m}{s_m^H T'_m s_m} \geq \gamma_{\min} ((T'_m)^{-1} D'_m) \quad (38)$$

$\gamma_{\min} ((T'_m)^{-1} D'_m)$ 表示 $((T'_m)^{-1} D'_m)$ 的最小特征值。式(38)利用了如下特性

$$\frac{s_m^H D'_m s_m}{s_m^H T'_m s_m} \geq \min_{s_m} \frac{s_m^H D'_m s_m}{s_m^H T'_m s_m} = \gamma_{\min} ((T'_m)^{-1} D'_m) \quad (39)$$

上述表达式在 $s_m^H s_m = LP_m$ 下成立,最后一个等式是基于广义特征值分解理论。基于上述讨论,序列 $\bar{t}^{(l)}$ 单调递减并收敛于一个有限值 $\bar{t}^{(*)}$ 。

## 4 梯度投影(GP)算法求解 $P_1$

### 4.1 GP算法描述

上述FPP-SCA算法虽然可以找到满意的次优解,但该算法需要多次求解QCQP问题,其复杂度与波形长度的3次方成正比,当波形较长时,复杂度较高。为了进一步降低

复杂度,本文中還使用了GP算法对问题 $P_1$ 进行求解。问题 $P_1$ 虽然是非凸的,但是目标函数关于 $s_m$ 是可微的,这里用 $g(s_m)$ 来表示。此外,还需满足恒模约束,该约束以集合 $\chi_{\text{CM}} = \{s_m \in \mathbb{C}^{LP_m} | |s_m(n)| = 1, 1 \leq n \leq LP_m\}$ 表示。原问题可以等价地描述为如下形式

$$s_m^{(l+1)} = \arg \min_{s_m \in \chi_{\text{CM}}} g(s_m) \quad (40)$$

然后,通过GP框架<sup>[48]</sup>来求解式(40)。GP框架的核心是迭代这一步骤,由式(41)和式(42)给出

$$d^{(l+1)} = s_m^{(l)} - \partial^{(l)} \nabla_{s_m} g(s_m) \quad (41)$$

$$s_m^{(l+1)} = \Pi_{\chi_{\text{CM}}}\{d^{(l+1)}\} \quad (42)$$

式中, $\partial^{(l)}$ 是在第 $l$ 次迭代中合适的步长参数, $\Pi_{\chi_{\text{CM}}}\{\cdot\}$ 表示在集合 $\chi_{\text{CM}}$ 的正交投影。梯度矢量为

$$\nabla_{s_m} g(s_m) = \frac{D'_m s_m s_m^H T'_m s_m - s_m^H D'_m s_m T'_m s_m}{(s_m^H T'_m s_m)^2} + \lambda (s_m - s_m^{\text{ref}}) \quad (43)$$

接下来可以轻易推导出投影算子 $\Pi_{\chi_{\text{CM}}}\{\cdot\}$ 的显示表达式。与集合 $\chi_{\text{CM}}$ 相关的约束可以通过解以下优化问题来实现

$$\begin{aligned} \min & \|s_m^\dagger - s_m\|_2^2 \\ \text{s.t.} & s_m^\dagger \in \chi_{\text{CM}} \end{aligned} \quad (44)$$

式中, $s_m^\dagger$ 是 $s_m$ 在集合 $\chi_{\text{CM}}$ 上的投影。可以看出,式(44)在矢量 $s_m$ 和 $s_m^\dagger$ 中的每个元素 $s_m^\dagger(n)$ 和 $s_m(n)$ , $1 \leq n \leq LP_m$ 是可分离的。可以证明,这些解耦的标量问题由式(45)给出闭式解

$$s_m^\dagger(n) = \begin{cases} 1, & s_m(n) = 0 \\ \frac{s_m(n)}{|s_m(n)|}, & s_m(n) \neq 0 \end{cases} \quad (45)$$

算法2总结了GP算法的完整步骤。

算法2 梯度投影法

1. 初始化  $l=0, s_m \in \chi_{\text{CM}}$
2. While 不收敛 do
3.  $l \leftarrow l+1$
4. 根据式(43)计算 $g$ 的梯度
5. 使用式(41)更新 $d^{(l+1)}$
6. 根据式(45)计算 $\Pi_{\chi_{\text{CM}}}\{d^{(l+1)}\}$
7. end while
8. 输出: $s_m$

### 4.2 GP算法的计算复杂度和收敛性分析

下面对算法2的计算复杂度和收敛性做一个简单的讨论。正如上文中所提到,在GP框架下波形矢量 $s_m$ 的更新需要计算目标函数的梯度。这些步骤需要用到基本矩阵-矢量,乘法和加法。算法2的每次迭代计算复杂度为

$O(L^2 P_m^2)$ ,因为在计算复杂度当中占主要的是计算梯度这一步骤。与FPP-SCA相比,计算复杂度显著降低。最后,算法2能够收敛到问题 $P_1$ 的一个局部最优解<sup>[19,45]</sup>。

#### 4.3 参考波形 $s_m^{\text{ref}}$ 的选择

与以往相似性约束中参考波形的选取不同,本文并没有选取LFM信号来使设计波形拥有好的模糊函数和脉冲压缩特性。对于组网雷达系统中的探测节点而言,往往只关注目标方向上的探测波形是否拥有好的波形特性。因此,本文设计了一种新的角度依赖的参考波形。具体来说,假设在目标方向的辐射信号为LFM信号(即 $s_{\text{LFM}}$ ),那么有角度波形 $\bar{A}_m \hat{s} = s_{\text{LFM}}$ ,其中 $\bar{A}_m = \mathbf{a}_m^T(\theta_{T,m}) \otimes \mathbf{I}_L$ , $\hat{s}$ 表示发射波形。于是可以通过如下方式确定参考波形

$$s_{\text{LFM}}(l) = \sqrt{LP_m} e^{j\pi(l-1)^2/L}, l=1, \dots, L \quad (46)$$

$$\hat{s} = \bar{A}_m^{-1} s_{\text{LFM}}, m=1, \dots, M \quad (47)$$

$$s_m^{\text{ref}}(n) = e^{j \arg(\hat{s}(n))}, n=1, \dots, LP_m; m=1, \dots, M \quad (48)$$

式中, $(\cdot)^{-1}$ 表示伪逆操作, $\arg(\cdot)$ 表示复数的相位,式(48)表示恒模投影变换。此时目标方向上的信号为 $\bar{A}_m s_m^{\text{ref}}$ ,通过大量的仿真试验发现该信号拥有较好的模糊函数和脉冲压缩特性。

## 5 仿真结果

本节将通过数值仿真结果来证明所提发射波形优化算法的有效性。在整个仿真过程中都进行了如下假设。首先假设平台的位置和速度已知,而目标位于多个收发对构成的椭圆区域的交点。如图3所示,本文中采用 $M=2$ 个TX以及 $N=2$ 个RX,每个TX和RX配备 $P_m=Q_n=10$ 根天线( $m=1,2;n=1,2$ ),TX和RX的位置和天线角度见表1,其中天线角度定义为天线阵列与图2中 $x$ 轴的夹角。载波频率为 $f_{c,m}=[1,1.5]$ GHz,电磁波速度为 $c=3 \times 10^8$  m/s,脉冲重复频率为 $1/T_p=4$ kHz,信号长度 $L=32$ 。假设杂波散射点数目为 $C_{m,n}=2(m=1,2;n=1,2)$ ,每一个收发对的目标和杂波散射系数分别为 $\alpha_{m,n}=1$ 和 $\beta_{m,n,c}=10$ ,接收机噪声功率为1。

在仿真过程中,目标速度设置为 $\mathbf{v}=[10,10]^T$ ,杂波在目标周围随机分布,可在仿真过程中自行选取。在本次试验中,各个收发对构成的椭圆区域中包含的杂波点的具体位置 $\hat{p}_{m,n,c}$ 见表2。

在FPP-SCA算法中,其他的一些参数设置如下: $\lambda_b^0=0.1$ , $\lambda_b^{\max}=10$ , $\mu=1.5$ ,停止条件 $\varepsilon=10^{-3}$ 。除非另有说明,否则所有方法的初始条件和停止条件均相同。

#### 5.1 不同相似性度量权重下的波形特性

本文对提出的FPP-SCA和GP两种方法进行了比较,另外还使用交替方向乘子(ADMM)法<sup>[12]</sup>和它的线性近似

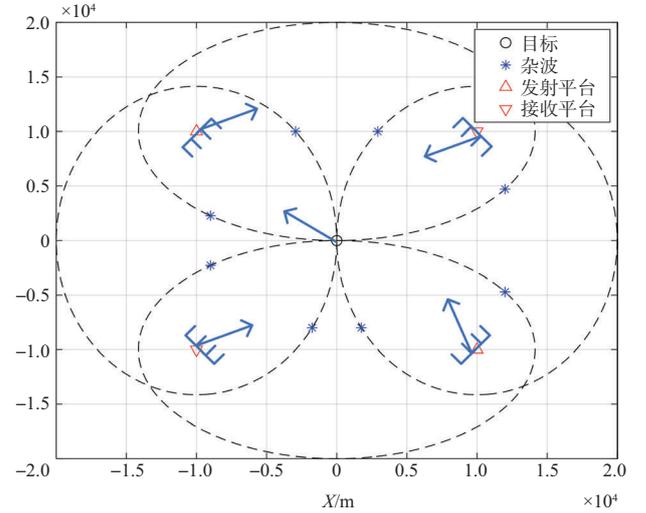


图3 仿真的运动目标和MIMO雷达平台

Fig.3 The simulated moving target and MIMO radar platforms

表1 目标和雷达参数

Table 1 Target and radar parameters

	位置/m	速度/(m/s)	天线角度/(°)
TX <sub>1</sub>	$\mathbf{p}_{T,1} = (-10^4, 10^4)^T$	$\mathbf{v}_{T,1} = (43.31, 47.03)^T$	225.77
TX <sub>2</sub>	$\mathbf{p}_{T,2} = (10^4, -10^4)^T$	$\mathbf{v}_{T,2} = (21.35, 43.70)^T$	45.05
RX <sub>1</sub>	$\mathbf{p}_{R,1} = (10^4, 10^4)^T$	$\mathbf{v}_{R,1} = (32.94, 31.98)^T$	135.88
RX <sub>2</sub>	$\mathbf{p}_{R,2} = (-10^4, -10^4)^T$	$\mathbf{v}_{R,2} = (34.51, 38.75)^T$	315.71

表2 杂波点位置参数

Table 2 Clutter point position parameters

	RX <sub>1</sub>	RX <sub>2</sub>
TX <sub>1</sub>	$\hat{p}_{1,1,1} = (-9000, 2286.38)^T$ $\hat{p}_{1,1,2} = (12000, 4708.5)^T$	$\hat{p}_{1,2,1} = (-2928.93, 10000)^T$ $\hat{p}_{1,2,2} = (-1753.79, -8000)^T$
TX <sub>2</sub>	$\hat{p}_{2,1,1} = (2928.93, 10000)^T$ $\hat{p}_{2,1,2} = (1753.79, -8000)^T$	$\hat{p}_{2,2,1} = (-9000, -2286.38)^T$ $\hat{p}_{2,2,2} = (12000, -4708.5)^T$

(LA-ADMM)方法以及二次近似(QA-ADMM)方法<sup>[13]</sup>对问题进行了求解,但都不能保证拥有好的收敛效果,所以并未给出对比结果。

本文中首先分析所提算法对发射波束方向图的影响。具体来说,将 $L$ 个样本在 $\theta$ 方向上的合成信号定义为 $\mathbf{x} = (\mathbf{a}_m^T(\theta_{T,m}) \otimes \mathbf{I}_L) \mathbf{s}_m$ ,所以在 $\theta$ 方向上的接收功率为

$$P(\theta) = \mathbf{x}^H \mathbf{x} = \mathbf{s}_m^H (\mathbf{a}_m^T(\theta_{T,m}) \otimes \mathbf{I}_L)^H (\mathbf{a}_m^T(\theta_{T,m}) \otimes \mathbf{I}_L) \mathbf{s}_m = \mathbf{s}_m^H \mathbf{R}(\theta_{T,m}) \mathbf{s}_m \quad (49)$$

图4给出了两个发射机初始波形的发射功率方向图,以及经过两种所提算法优化后波形的发射方向图。结果表明,发射功率主要集中在目标所在位置(图4中的蓝色虚线位置),但初始波形明显在杂波处(图4中黑色虚线位置)也有较大的功率,而在经过所提两种算法优化过后的波形能

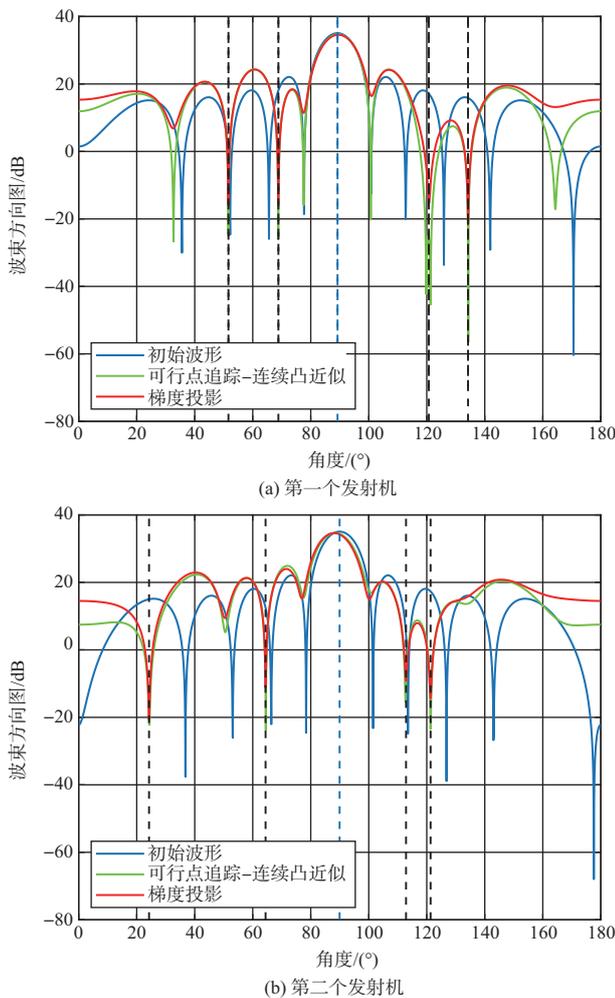


图4 通过可行点追踪-连续凸近似和梯度投影获得的发射方向图

Fig.4 Transmit beam pattern obtained via FPP-SCA and GP

够在杂波点处有较深的凹口。

图5表明了FPP-SCA和GP两种算法下目标函数的收敛特性。可以看到,目标函数值在开始迭代时可能会有一个上升趋势,这是因为在迭代开始时 $\lambda_b$ 并不稳定,只有 $\lambda_b = \lambda_b^{\max}$ 时(即迭代次数大于7次时)目标函数才会随着迭代次数的增加不断减少直至收敛。对于不同的相似性度量权重 $\lambda=0.1, 0.5, 1.0$ ,在FPP-SCA算法下得到的目标函数值曲线基本相同,但是在GP算法下目标函数值有一个相对明显的变化。这是因为随着 $\lambda$ 值的减小意味着相似性度量的减小,波形的自由度越大,所以目标函数值也会相对减小。但从整体来看,FPP-SCA明显拥有比GP更快的收敛速度且收敛到一个更小的值。

对比两种算法来看,FPP-SCA具有更好的性能,从图6中可以看到,不论是对于 $TX_1$ 还是 $TX_2$ ,这种算法都要优于

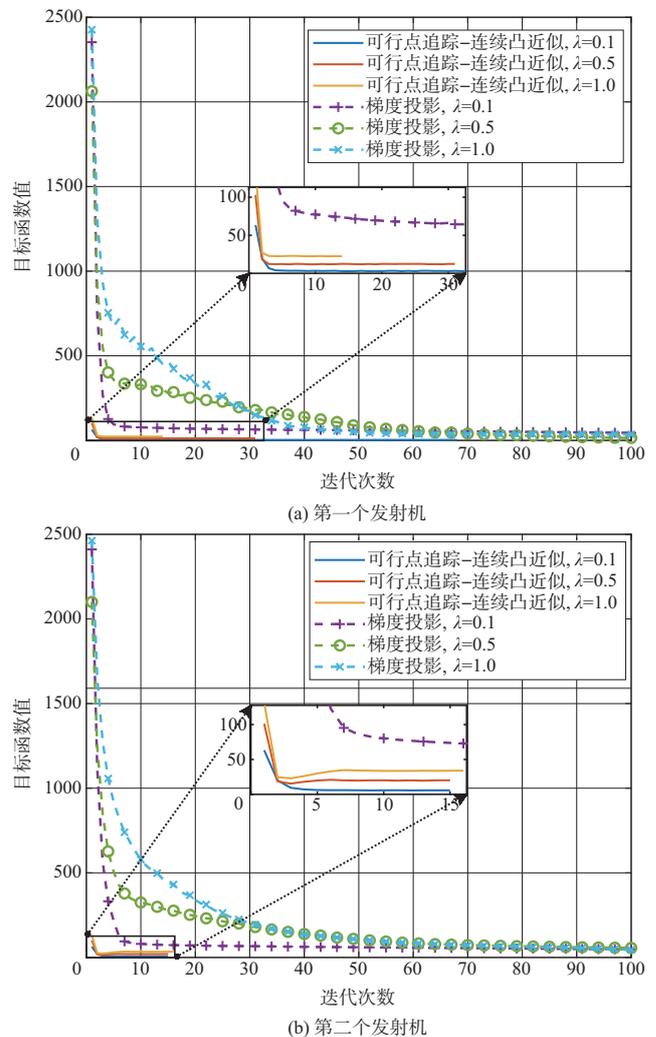


图5 目标函数值与迭代次数的关系

Fig.5 The objective function values versus iteration number

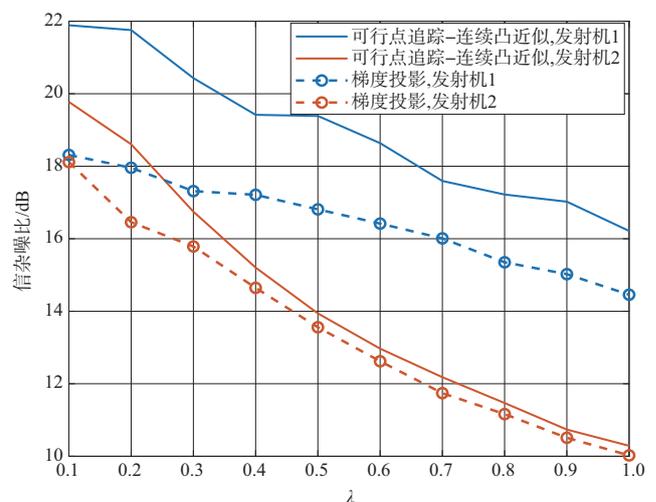


图6 不同发射机下相似性度量权重 $\lambda$ 与信杂噪比的关系

Fig.6 SCNR versus similarity measure for different TX

GP算法。从整体上来看,随着相似性权重 $\lambda$ 的增加,FPP-SCA算法和GP算法所优化波形的SCNR会有所降低。另外,从图7中可以看到,随着相似性度量权重的增加,其相似性水平  $\text{Similarity} \triangleq \frac{\|s_m - s_m^{\text{ref}}\|}{\|s_m^{\text{ref}}\|_2}$  逐渐减小,最终设计的波形会越来越接近参考波形。图8和图9则考虑了不同相似性权重下设计波形在目标方向的脉冲压缩特性,为了比较同时展示了参考波形在目标方向的脉冲压缩特性。整体来看FPP-SCA算法下的脉冲压缩特性曲线随 $\lambda$ 变化不大,这也与图7的相似性水平相互印证。而对于GP算法来说,随着相似性度量权重 $\lambda$ 的减小脉冲压缩的旁瓣电平随之增加。

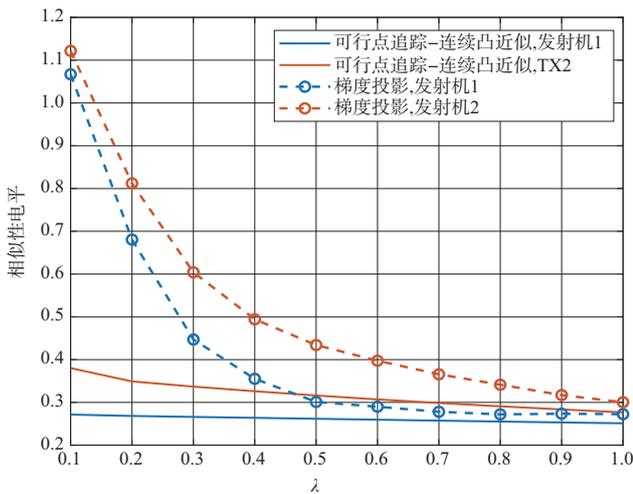
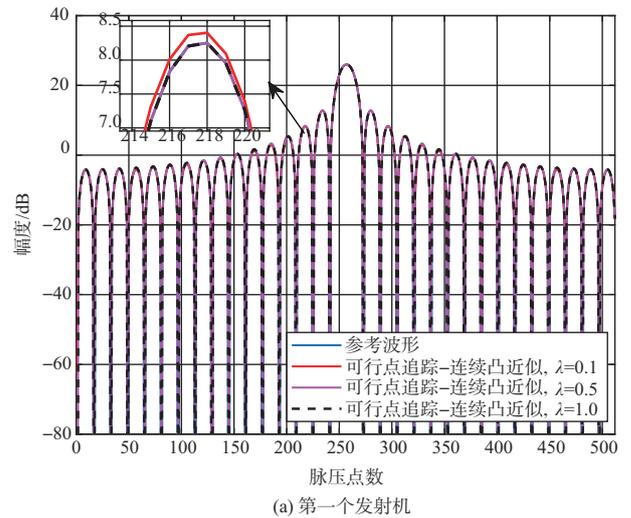


图7 不同发射机下相似性度量权重 $\lambda$ 与相似性电平的关系  
Fig.7 Similarity measurement weight  $\lambda$  versus similarity level for different TX

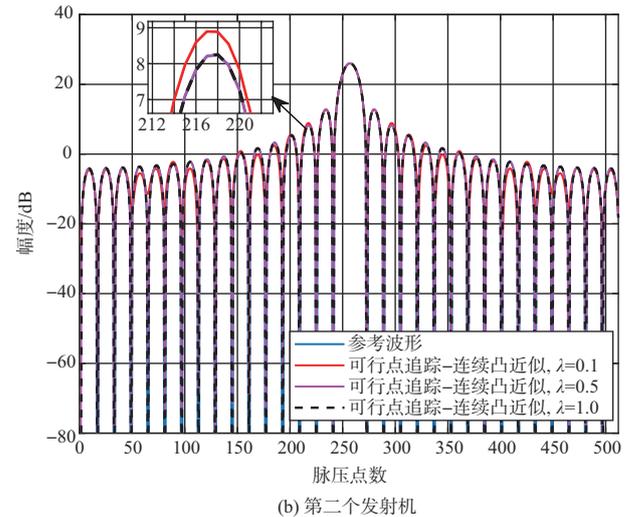
同时,本文考虑了设计波形在目标方向上的模糊特性。从图7中两种算法下不同的相似性水平曲线,不难推测出在FPP-SCA算法下设计波形在目标方向上的模糊特性基本不会随着相似性度量权重 $\lambda$ 的变化而变化,而在GP算法下设计波形在目标方向上的模糊特性会随着相似性度量权重 $\lambda$ 的增大越来越好。这也在图10中得以验证,可以看到在 $\lambda=0.1$ 时FPP-SCA算法下的设计波形和参考波形在目标方向的模糊特性已基本相同,而GP算法下设计波形在目标方向的模糊特性在 $\lambda=0.5$ 时才能达到同样的效果。

### 5.2 天线数目的影响

最后,考虑天线数目对设计波形的影响,本文分别设置了  $P_m = Q_n \in \{8, 10\}, m = 1, 2; n = 1, 2$ , 每次试验中只考虑天线数目单个变量的影响。从图11中可以看到,不论是哪一个TX,设置的天线数目越多,所得到的SCNR越高。这是因为随着天线数目的增多,波形优化的自由度和杂波



(a) 第一个发射机



(b) 第二个发射机

图8 可行点追踪连续凸近似下参考波形与设计波形在目标方向上信号的脉冲压缩特性

Fig.8 The pulse compression property of the design waveforms and reference waveform in target direction with FPP-SCA

抑制能力也随之增加,能够获得更好的性能。

## 6 结束语

本文讨论了在集中式MIMO平台组网雷达系统下发射波形的设计问题,以提高该系统在杂波干扰下的探测能力。在各节点波形设计中,考虑到如何保持波形恒模特性以及波形模糊特性,以便于实际系统应用。本文把波形设计问题表述为一个非凸的优化问题,并引入了多项式复杂度的FPP-SCA算法或GP算法求解发射波形。此外,本文设计了一种新的角度依赖的参考波形。仿真结果表明,通过所提算法设计的波形在目标方向上确实拥有好的模糊特性和脉冲压缩

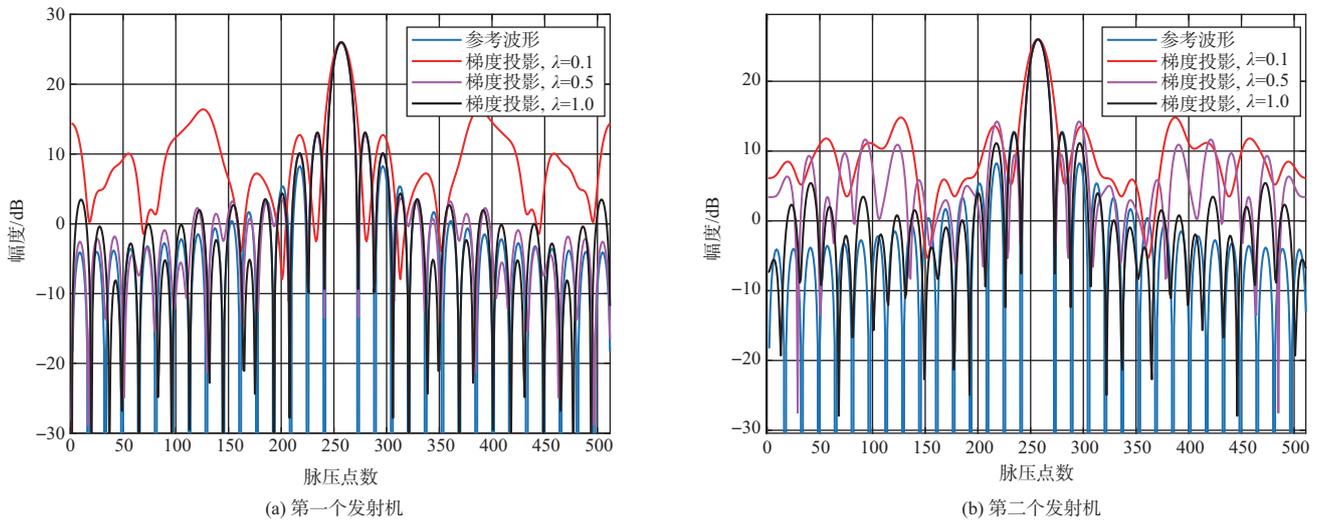


图9 梯度投影下参考波形与设计波形在目标方向上信号的脉冲压缩特性

Fig. 9 The pulse compression property of the design waveforms and Reference waveform in target direction with GP

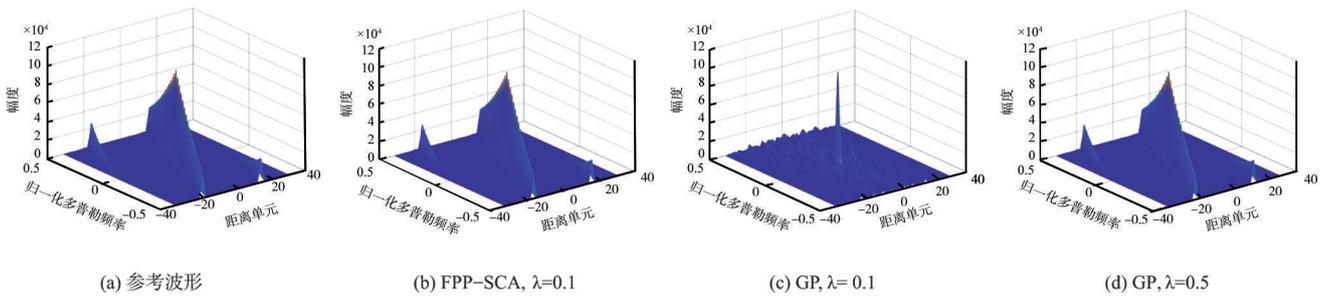


图10 不同相似性权重下设计波形和参考波形在目标方向的模糊特性

Fig.10 The ambiguity property of the designed waveform and reference waveform in target direction under different similarity measures

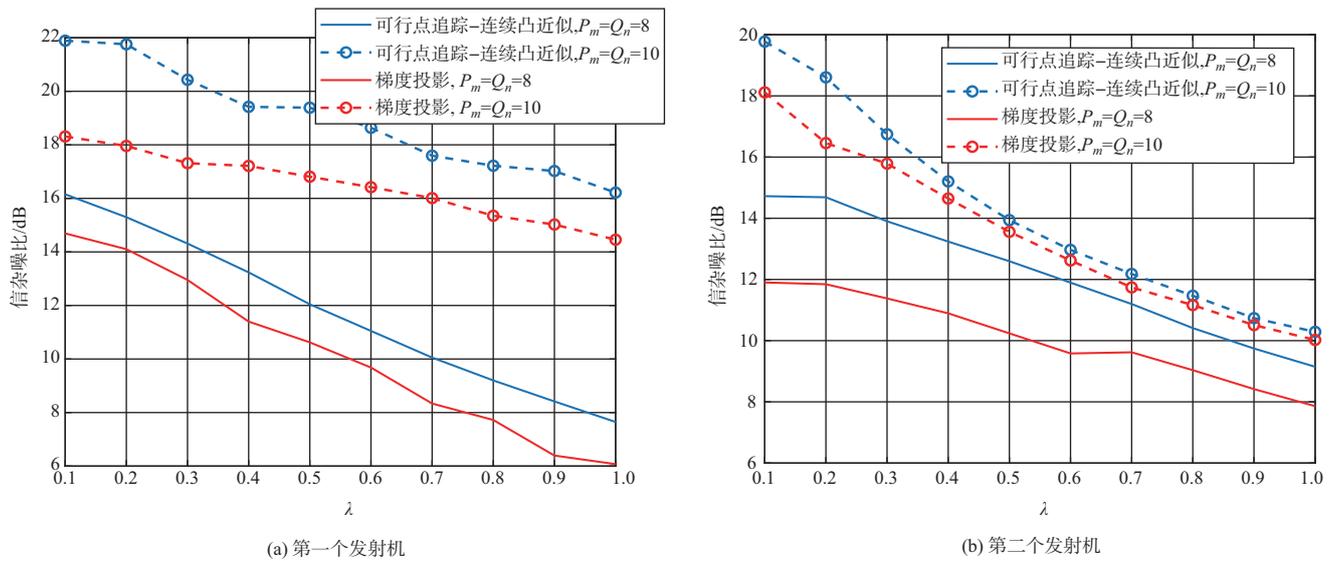


图11 不同天线的信杂噪比曲线

Fig.11 SCNR curves with different number of antennas

特性。未来潜在方向为涉及多目标情况的研究,以及在非均匀杂波干扰情况下的自适应波形设计。

AST

### 参考文献

- [1] 曹兰英,董晔,郭维娜. 机载火控雷达发展趋势探究[J]. 航空科学技术, 2021,32(6): 1-8.  
Cao Lanying, Dong Ye, Guo Weina. Development trend analysis of airborne fire-control radars[J]. *Aeronautical Science & Technology*, 2021,32(6): 1-8.(in Chinese)
- [2] 宋婷,贺丰收,程宇峰. 深度学习技术在雷达目标检测中的研究进展[J]. 航空科学技术, 2020,31(10): 12-20.  
Song Ting, He Fengshou, Cheng Yufeng. Research progress of deep learning technology in radar target detection[J]. *Aeronautical Science & Technology*, 2020, 31(10): 12-20. (in Chinese)
- [3] Li Jian, Stoica P. MIMO radar signal processing[M]. U. S.: Wiley-IEEE Press, 2009.
- [4] Haimovich A M, Blum R S, Cimini L J. MIMO radar with widely separated antennas[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2008, 25(1): 116-129.
- [5] Li Jian, Stoica P. MIMO radar with colocated antennas[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2007, 24(5): 106-114.
- [6] Song Junxiao, Babu P P, Palomar D. Sequence set design with good correlation properties via majorization-minimization[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2016, 64(11): 2866-2879.
- [7] Li Yongzhe, Vorobyov S A. Fast algorithms for designing unimodular waveform(s) with good correlation properties[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2018, 66(5): 1197-1212.
- [8] Alae-Kerahroodi M, Modarres-Hashemi M, Naghsh M M. Designing sets of binary sequences for MIMO radar systems [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2019, 67(13): 3347-3360.
- [9] Yang Yang, Blum R S. MIMO radar waveform design based on mutual information and minimum mean-square error estimation [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2007, 43(1): 330-343.
- [10] Leshem A, Naparstek O, Nehorai A. Information theoretic adaptive radar waveform design for multiple extended targets [J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2007, 1(1): 42-55.
- [11] Chen Yifan, Nijsure Y, Yuen C, et al. Adaptive distributed mimo radar waveform optimization based on mutual information [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2013, 49(2): 1374-1385.
- [12] Cheng Ziyang, He Zishu, Zhang Shengmiao, et al. Constant modulus waveform design for mimo radar transmit beampattern [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2017, 65(18): 4912-4923.
- [13] Cheng Ziyang, Han Chunlin, Liao Bin, et al. Communication-aware waveform design for mimo radar with good transmit beampattern[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2018, 66(21): 5549-5562.
- [14] Yu Xianxiang, Qiu Hui, Yang Jing, et al. Multispectrally constrained mimo radar beampattern design via sequential convex approximation[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2022, 58(4): 2935-2949.
- [15] Cui Guolong, Li Hongbin, Rangaswamy M. MIMO radar waveform design with constant modulus and similarity constraints[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2014, 62(2): 343-353.
- [16] Cui Guolong, Yu Xianxiang, Carotenuto V, et al. Space-time transmit code and receive filter design for colocated MIMO radar[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2017, 65(5): 1116-1129.
- [17] Cheng Ziyang, He Zishu, Fang Min, et al. Spectrally compatible waveform design for mimo radar transmit beampattern with par and similarity constraints[C]. 2018 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), 2018: 3286-3290.
- [18] Cheng Ziyang, Liao Bin, He Zishu, et al. Spectrally compatible waveform design for mimo radar in the presence of multiple targets[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2018, 66(13): 3543-3555.
- [19] Yu Xianxiang, Alhujaili K, Cui Guolong, et al. MIMO radar waveform design in the presence of multiple targets and practical constraints[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2020, 68: 1974-1989.
- [20] Liu Rang, Li Ming, Liu Qian, et al. Joint waveform and filter

- designs for STAP-SLP-based MIMO-DFRC systems[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2022, 40(6): 1918-1931.
- [21] Tsinos C G, Arora A, Chatzinotas S, et al. Joint transmit waveform and receive filter design for dual-function radar-communication systems[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2021, 15(6): 1378-1392.
- [22] Wen Cai, Peng Jinye, Zhou Yan, et al. Enhanced Three-Dimensional joint domain localized STAP for airborne FDA-MIMO radar under dense false-target jamming scenario[J]. IEEE Sensors Journal, 2018, 18(10): 4154-4166.
- [23] Wen Cai, Huang Yan, Peng Jinye, et al. Slow-time FDA-MIMO technique with application to STAP radar[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2022, 58(1): 74-95.
- [24] Wen Cai, Huang Yan, Davidson T. Efficient transceiver design for MIMO dual-function radar-communication systems [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2023, 71: 1786-1801.
- [25] Wen Cai, Huang Yan, Zheng Le, et al. Transmit waveform design for dual-function radar-communication systems via hybrid linear-nonlinear precoding[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2023, 71: 2130-2145.
- [26] Qu Junliang, Jia Xu, Peng Yingning, et al. Optimal waveform design for MIMO radar detection with clutter and noise[C]. IEEE CIE International Conference on Radar, 2011: 559-563.
- [27] He Hao, Stoica P, Li Jian. Designing Unimodular sequence sets with good correlations:including an application to MIMO radar [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2009, 57(11): 4391-4405.
- [28] Chen Yifan, Nijsure Y, Yuen C, et al. Adaptive distributed MIMO radar waveform optimization based on mutual information[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2013, 49(2): 1374-1385.
- [29] Zhou Shenghua, Liu Hongwei, Zang Huikai. Doppler sensitivity of MIMO radar waveforms[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2016, 52(5): 2091-2110.
- [30] Xu Leilei, Liu Hongwei, Li Qiang, et al. Distributed MIMO radar orthogonal waveforms and mismatched filters design with expanded mainlobe[C]. 2016 CIE International Conference on Radar (RADAR), 2016.
- [31] 徐磊磊,周生华,刘宏伟,等. 一种分布式MIMO雷达正交波形和失配滤波器组联合设计方法[J]. 电子与信息学报, 2018, 40(6): 1476-1483.
- Xu Leilei, Zhou Shenghua, Liu Hongwei, et al. Joint design of distributed MIMO radar orthogonal waveforms and mismatched filter bank[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2018, 40(6): 1476-1483. (in Chinese)
- [32] Dontamsetti S G, Kumar R V. A Distributed MIMO radar with joint optimal transmit and receive signal combining[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2021, 57(1): 623-635.
- [33] Luo Xi, Guo Lixin, Song Dawei, et al. The research of orthogonal waveform design for ambiguity feature based on distributed MIMO radar[C]. 2021 6th International Conference on Communication, Image and Signal Processing (CCISP), 2021: 425-429.
- [34] Tang Bo, Zhang Ning, Zhang Shuo, et al. MMSE-based waveform design for the distributed MIMO radar in spectrally crowded environments[J]. The Journal of Engineering, 2019, 20: 6603-6607.
- [35] Shi Chengguang, Wang Fei, Sellathurai M, et al. Low probability of intercept - based distributed MIMO radar waveform design against barrage jamming in signal-dependent clutter and coloured noise[J]. IET Signal Processing, 2019, 13(4): 415-423.
- [36] Chen Peng, Zheng Le, Wang Xiaodong, et al. Moving target detection using colocated MIMO radar on multiple distributed moving platforms[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2017, 65(17): 4670-4683.
- [37] Wu Linlong, Babu P, Palomar D P. Transmit waveform/receive filter design for MIMO radar with multiple waveform constraints [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2018, 66(6): 526-1540.
- [38] Maio A D, Nicola S D, Huang Yongwei, et al. Design of phase codes for radar performance optimization with a similarity constraint[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2009, 57(2): 610-621.
- [39] Yu Xianxiang, Cui Guolong, Kong Lingjiang, et al. Constrained waveform design for colocated MIMO radar with uncertain steering matrices[J]. IEEE Transactions on Aerospace

- and Electronic Systems, 2019, 55(1): 356-370.
- [40] Yan Junkun, Liu Hongwei, Pu Wenqiang, et al. Joint beam selection and power allocation for multiple target tracking in netted colocated MIMO radar system[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2016, 64(24): 6417-6427.
- [41] Yi Wei, Yuan Ye, Hoseinnezhad R, et al. Resource scheduling for distributed multi-target tracking in netted colocated MIMO radar systems[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2020, 68: 1602-1617.
- [42] Sun Hao, Li Ming, Zuo Lei, et al. Optimal beam pattern design for resource-aware multitarget tracking in netted colocated MIMO radar systems[C]. 2021 International Conference on Control, Automation and Information Sciences (ICCAIS), 2021: 199-204.
- [43] Su Yang, Cheng Ting, He Zishu, et al. Joint waveform control and resource optimization for maneuvering targets tracking in netted colocated MIMO radar systems[J]. IEEE Systems Journal, 2022, 16(3): 3960-3971.
- [44] Zhang Haowei, Liu Wejian, Xie Junwei, et al. Joint Subarray selection and power allocation for cognitive target tracking in large-scale MIMO radar networks[J]. IEEE Systems Journal, 2020, 14(2): 2569-2580.
- [45] Mehanna O, Huang Kejun, Gopalakrishnan B, et al. Feasible point pursuit and successive approximation of non-convex QC-QPs[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2015, 22(7): 804-808.
- [46] Lieven V, Stephen B. Convex optimization[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2004.
- [47] Lobo M S, Vandenberghe L, Boyd S, et al. Applications of second-order cone programming[J]. Linear Algebra and Its Applications, 1998, 284(1-3): 193-228.
- [48] Bertsekas D P. Nonlinear Programming[M]. Athena: Athena Scientific Press, 1999.

## Waveform Design for Netted Colocated-MIMO Radar System

Zhang Xiang, Wen Cai, Xu Jinjin, Meng Yinuo

Northwestern University, Xi'an 710127, China

**Abstract:** Waveform design is one of the key technologies in radar signal processing for the netted colocated Multiple Input Multiple Output (MIMO) radar system. To improve the target detection capability of the system under clutter interference while taking into account hardware compatibility, good ambiguity and pulse compression properties of the designed waveform, the paper considers constructing a model for the radar output Signal to Clutter and Noise Ratio (SCNR) under constant modulus constraints and waveform similarity metrics; then by equivalent transformation of the original non-convex problem, a polynomial-time iterative algorithm based on successive convex approximation is proposed and analyzed for convergence. To further reduce the computational complexity, the paper also proposes an algorithm based on Gradient Projection (GP). Finally, the proposed method is simulated and verified, and the results show that the method can provide a new feasible method for the waveform design of each transmitting site under the netted radar system.

**Key Words:** netted radar system; waveform similarity; feasible point pursuit-successive convex approximation; gradient projection

Received: 2024-01-29; Revised: 2024-04-25; Accepted: 2024-05-28

Foundation item: Aeronautical Science Foundation of China (20182098002)