

# 一种基于虚拟子惯导粗精分级修正的大失准角传递对准算法



邹望,付强文,肖禄琪,李焱融  
西北工业大学,陕西 西安 710072

**摘要:**随着现代战争对快速反应能力和有效杀伤能力的要求日益提高,传递对准技术的重要性也越发凸显。但在传递对准过程中,常有大失准角引入的强非线性问题发生,针对于此,本文提出一种基于分级修正的大失准角传递对准方法。本文利用分级修正的思路,首先设计基于奇异值分解的粗对准算法,利用主子惯导的惯性量测单元输出求解安装误差矩阵;其次通过安装误差矩阵将子惯导本体系统旋转至虚拟过渡坐标系,建立起虚拟子惯导,将原本的大失准角问题转化为小失准角问题;最后重复利用存储数据在虚拟子惯导与主惯导间进行精对准,并将修正后的虚拟子惯导旋转回子惯导导航本体系统,完成传递对准。通过仿真试验加入挠曲和杆臂误差影响,其结果表明,所提算法在子惯导为微机械级精度下的对准误差不大于 $3'$ ,且相比非线性滤波算法而言,降低了算法复杂度,提高了对准精度。

**关键词:**传递对准;大失准角;分级修正;挠曲误差;杆臂误差

中图分类号:V249.32+2

文献标识码:A

DOI: 10.19452/j.issn1007-5453.2024.11.005

机载武器作为战机的主要任务载荷之一,一直都承担着空中格斗、支援以及拦截等重要作战任务,其精确打击和有效杀伤能力是能否在现代战争掌握主动权的决定性因素。而机载武器的性能受其惯性导航系统对准时间和精度的直接影响<sup>[1-2]</sup>。基于机载武器系统快速反应和精度的要求,传递对准作为一种特殊的动基座初始对准技术已经成为机载武器的主要对准方式之一<sup>[3]</sup>并在航空领域受到研究人员的广泛关注。但受制于安装方式与外部环境变化等原因,机载主惯导与弹载子惯导间常会出现大失准角情况,这便使得传递对准精度会大幅下降<sup>[4]</sup>。除传统机载武器外,空射/空投无人机等新型机载武器在较不稳定外部环境和较大机动下,同样存在着由大失准角引起的传递对准精度大幅下降问题。

当前在滤波方面对于该问题的解决方法主要分为两类:针对非线性系统的非线性滤波算法与将非线性近似线性化处理的线性最优卡尔曼滤波算法。从非线性滤波算法考虑,目前主流的有容积卡尔曼滤波(CKF)<sup>[5]</sup>、无迹卡尔曼滤波(UKF)<sup>[6]</sup>、粒子滤波(PF)<sup>[7]</sup>等,但此类非线性滤波算法在高阶次系统中存在数值稳定性差、计算量大等问题,无法

在工程中直接应用。此外,张亚等<sup>[8]</sup>提出了一种考虑挠曲变形和杆臂效应的大失准角传递对准方法,该方法建立起了惯性凝固系下的状态方程和量测方程,但对于传递对准中大失准角问题的处理仍为非线性滤波方法。

从线性化角度考虑,将非线性系统进行线性化处理,一般使用泰勒展开后的保留一阶项的扩展卡尔曼滤波(EKF)<sup>[9]</sup>,但在强非线性情况下会产生较大的截断误差,降低其滤波估计效果<sup>[10]</sup>。针对该问题,有学者提出了二阶EKF<sup>[11]</sup>,尽管二阶EKF的性能要好于一阶EKF,但其计算量也会随之增加。而二阶EKF以上的性能相比二阶EKF并没有显著提高。除上述方法外,有学者提出了基于“比力积分”匹配模式下的大安装角传递对准方法<sup>[12]</sup>,但该方法的前提是大安装角已知,安装误差角为小量,并不适用于大安装角未知的情况。还有一些学者提出了大失准角的二次传递对准方法<sup>[13]</sup>,即在原大失准角基础上,不考虑器件误差建立降维滤波模型,进行卡尔曼滤波完成一次传递对准,在此基础上使其符合小角度假设进行第二次传递对准,但该方法滤波模型切换不便且在大角度下的安装误差角对准精度不

收稿日期:2024-03-28; 退修日期:2024-06-11; 录用日期:2024-08-15

基金项目:航空科学基金(2023Z022053001)

引用格式:Zou Wang, Fu Qiangwen, Xiao Luqi, et al. A transfer alignment algorithm based on virtual slave inertial navigation grading correction between rough and fine with large misalignment angles[J]. Aeronautical Science & Technology, 2024, 35(11): 33-40.  
邹望,付强文,肖禄琪,等.一种基于虚拟子惯导粗精分级修正的大失准角传递对准算法[J].航空科学技术,2024,35(11):33-40.

能得到有效保障。

从优化的方面考虑, Xu Xiang 等<sup>[14]</sup>提出了一种基于优化的传递对准方法, 其核心思想是利用 Wahba 问题的解将姿态问题转化为四元数优化问题, 但该方法仅适用于静止或摇摆的情况, 在引入外部辅助信息后, 该方法扩展至载体在运动时的对准<sup>[15-16]</sup>。尽管基于优化的方法无需先验信息, 但其推导量大、过程复杂。

为了避免复杂的计算与推导, Lu Jiazhen 等<sup>[17]</sup>提出了一种基于奇异值分解的传递对准方法, 该方法利用主子惯导惯性测量单元(IMU)输出所构成的信息矩阵进行奇异值分解, 估计安装误差角, 再由估计出的安装误差角对子惯导器件误差进行标定与补偿, 最终完成传递对准。尽管该方法能够有效标定和补偿子惯导的器件误差, 并且估计的安装误差角几乎不受器件误差的影响, 但该方法所得安装误差角受挠曲与杆臂影响较大。

在处理传递对准中的大失准角问题时, 大多方法都计算量较大、推导复杂或是可用范围小、普适性差。为解决此类问题, 本文提出了一种基于分级修正的大失准角传递对准算法。该算法主要分为以下两个阶段: (1) 粗对准阶段, 利用主子惯导 IMU 输出构成信息矩阵进行奇异值分解, 估计安装误差角, 但不同于文献[17], 该方法的信息矩阵为 IMU 输出直接信息利用, 而非文献[17]中的 IMU 输出间接信息利用。与文献[17]方法相比, 在面对挠曲与杆臂干扰情况下, 所估计的安装误差角受影响更小。(2) 精对准阶段, 建立了包括失准角、速度误差、安装角误差、器件误差(陀螺仪零偏和加速度计零偏)、挠曲误差(挠曲角速度和挠曲角度)在内的 21 维传递对准线性模型, 在粗对准的基础上, 利用卡尔曼滤波器对包含杆臂误差在内的各种误差进行补偿, 实现对子惯导的精对准, 完成传递对准。最后在单次仿真试验和 128 次蒙特卡罗仿真试验中, 通过设置宽泛的安装误差角范围, 在非线性滤波方法和文献[17]的 SVD 方法对照试验下, 充分表明了该算法在大失准角情况下具有卓越的传递对准性能。

## 1 基于分级修正的大失准角传递对准算法设计

为方便理解本文的公式推导和数学建模, 先对本文设计的符号及其含义做统一说明, 见表 1。

本文所提算法设计的核心在于利用分级修正思想, 首先设计基于奇异值分解的粗对准算法, 在此基础上, 将原本实际的大角度转换为符合线性卡尔曼滤波的小角度假设,

表 1 符号说明

Table 1 Nomenclatures

符号	说明
$i$	惯性坐标系
$n$	导航坐标系(东-北-天)
$n'$	计算导航坐标系
$e$	地心地固坐标系
$m$	主惯导体坐标系(右-前-上)
$s$	子惯导体坐标系
$s'$	虚拟子惯导体坐标系
$C_x^y$	$x$ 系到 $y$ 系的方向余弦矩阵
$\omega_{xy}^z$	$y$ 系相对 $x$ 系的角速度在 $z$ 系上的投影
$\theta_{a \times b}$	$a \times b$ 零矩阵(矢量)
$(\alpha \times)$	$\alpha$ 矢量的反对称矩阵

再进行精对准算法的设计, 完成对子惯导进行修正, 最终实现大失准角下的传递对准。但值得一提的是, 实际工程中, 常难以获得主惯导 IMU 直接输出, 仅有其姿态、速度、位置导航信息。因此, 在对准开始时, 需要同步对实时导航信息进行反演解算, 以得到其 IMU 输出。由文献[18]易知, 其反演算法公式为

$$\Delta \theta_m = \left( \mathbf{I} + \frac{1}{12} \Delta \theta_{m-1} \times \right)^{-1} \phi_{ib(m)}^b \quad (1)$$

$$\Delta \mathbf{v}_m = \frac{\left\{ \mathbf{C}_{n(m-1)}^{b(m-1)} \left[ \mathbf{I} + \frac{T}{2} \omega_{in(m-1/2)}^n \times \right] \Delta \mathbf{v}_{sf(m)}^n - \frac{1}{12} (\Delta \mathbf{v}_{m-1} \times \Delta \theta_m) \right\}}{\left[ \mathbf{I} + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{6} \Delta \theta_{m-1} + \Delta \theta_m \right) \times \right]} \quad (2)$$

式中,  $\phi_{ib(m)}^b$  为本时刻载体系相对于惯性系的旋转矢量, 其补偿算法采用“单子样+前一周期”;  $\mathbf{C}_{n(m-1)}^{b(m-1)}$  为上一时刻导航系相对于姿态系的姿态矩阵;  $\omega_{in(m-1/2)}^n$  为在  $t_{m-1/2}$  时刻下导航系相对于惯性系的旋转角速率矢量;  $\Delta \mathbf{v}_{sf(m)}^n$  为本时刻内的比力速度增量矢量。  $\Delta \theta_m$  和  $\Delta \mathbf{v}_m$  为角增量矢量与速度增量矢量, 其值由反演算法式(1)、式(2)可知。

由反演解算所得的主惯导角增量与主惯导速度增量可参与到后续粗对准阶段解算中, 以求得粗对准安装误差矩阵。与此同时, 将粗对准阶段所使用的主惯导的姿态、速度、位置导航信息和子惯导比力、加计惯性传感器信息进行存储压缩处理, 通过正向回溯的方式以供后续精对准所使用。

综上所述, 基于分级修正的大失准角传递对准算法流程如图 1 所示。

## 2 基于奇异值分解的粗对准算法

粗对准过程的目的是通过解析方法获得安装矩阵的粗

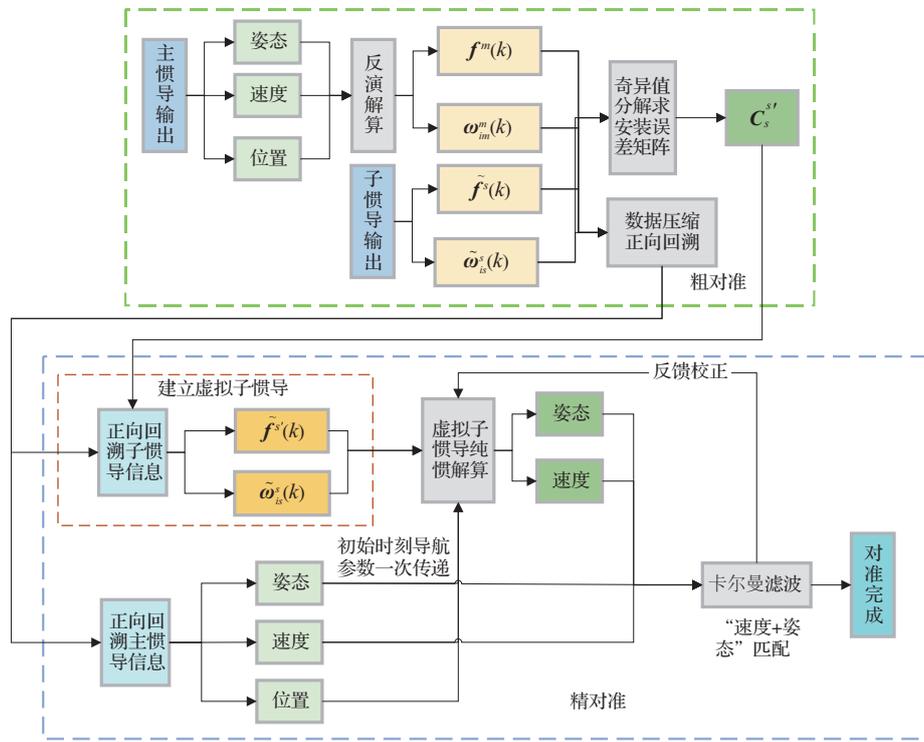


图1 基于分解修正的大失准角传递对准算法流程

Fig.1 Flow chart of large angle transfer alignment based on decomposition correction

略估计值,并将粗对准过程中的主惯导导航信息和子惯导惯性传感信息进行存储,以供后续精对准使用。受SVD自对准过程启发,将地球自转角速率和重力矢量为参考的自对准方法改进为利用主惯导比力和陀螺输出为参考的粗对准方法。在传递对准中,一般主惯导精度比子惯导精度高一个量级以上,因此主惯导的量测误差可以近似忽略。但子惯导器件误差较大且易受外部环境影响,其量测误差无法忽略,仅满足以下近似变换关系

$$\tilde{f}^s(k) \approx C_m^s f^m(k) \quad (3)$$

$$\tilde{\omega}_{is}^s(k) \approx C_m^s \omega_{im}^m(k) \quad (4)$$

式中,  $f^m(k)$  和  $\tilde{f}^s(k)$  分别为  $k$  时刻主子惯导加速度计的比力矢量量测值,  $\omega_{im}^m(k)$  和  $\tilde{\omega}_{is}^s(k)$  分别为  $k$  时刻主子惯导陀螺的角速率矢量量测值;为描述“最优”性能,构造如下指标函数

$$J^*(C_m^s) = \frac{1}{2} \left( \sum_{k=1}^m \|\delta f(k)\|_2^2 + \sum_{k=1}^m \|\delta \omega(k)\|_2^2 \right) = \min \quad (5)$$

其中

$$\delta f(k) = \tilde{f}^s(k) - C_m^s f^m(k) \quad (6)$$

$$\delta \omega(k) = \tilde{\omega}_{is}^s(k) - C_m^s \omega_{im}^m(k) \quad (7)$$

所谓“最优”的含义是使式(6)与式(7)所反映的不一致性误差取得最小值,也就是使  $J^*(C_m^s)$  达到最小。分别展开式(5)的前一项和后一项,如下

$$\|\delta f(k)\|_2^2 = \|\tilde{f}^s(k) - C_m^s f^m(k)\|_2^2 = \|\tilde{f}^s(k)\|_2^2 + \|f^m(k)\|_2^2 - 2[\tilde{f}^s(k)]^T C_m^s f^m(k) \quad (8)$$

$$\|\delta \omega(k)\|_2^2 = \|\tilde{\omega}_{is}^s(k) - C_m^s \omega_{im}^m(k)\|_2^2 = \|\tilde{\omega}_{is}^s(k)\|_2^2 + \|\omega_{im}^m(k)\|_2^2 - 2[\tilde{\omega}_{is}^s(k)]^T C_m^s \omega_{im}^m(k) \quad (9)$$

又因为  $f^m(k)$  和  $\tilde{f}^s(k)$ ,  $\omega_{im}^m(k)$  和  $\tilde{\omega}_{is}^s(k)$  均为已知量,在构建指标函数时可以不予考虑,仅考虑式(8)和式(9)的最后一项,重新构造指标函数如下

$$J(C_m^s) = \sum_{k=1}^m (\tilde{f}^s(k))^T C_m^s f^m(k) + (\tilde{\omega}_{is}^s(k))^T C_m^s \omega_{im}^m(k) = \max \quad (10)$$

故而欲使  $J^*(C_m^s)$  达到最小,则  $J(C_m^s)$  需要达到最大。

进一步对式(10)进行变化,则有

$$J(C_m^s) = \text{tr} \left[ C_m^s \sum_{k=1}^m f^m(k) (\tilde{f}^s(k))^T + \omega_{im}^m(k) (\tilde{\omega}_{is}^s(k))^T \right] = \max \quad (11)$$

假设矩阵  $A$  如下所示

$$A = \sum_{k=1}^m f^m(k) (\tilde{f}^s(k))^T + \omega_{im}^m(k) (\tilde{\omega}_{is}^s(k))^T \quad (12)$$

对矩阵  $A$  进行奇异值分解,将其分解为三个矩阵的乘积  $UAV^T$

$$\mathbf{A} = \mathbf{U}\mathbf{A}\mathbf{V}^T \quad (13)$$

式中,  $\mathbf{U}$ 和 $\mathbf{V}$ 均为三阶单位正交矩阵,  $\mathbf{A} = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ ,  $\sigma_i$  ( $i=1, 2, 3$ )为矩阵 $\mathbf{A}$ 的奇异值。则有唯一的最优安装误差角方向余弦矩阵

$$\mathbf{C}_m^s = \mathbf{U}\mathbf{V}^T \quad (14)$$

由于在理论推导之初便是近似假设, 所以粗对准过程所估计的安装误差角并不完全准确, 仍与安装误差角真值存在小角度偏差, 因此将粗对准过程所得的安装误差角方向余弦矩阵 $\mathbf{C}_m^s$ 记为 $\mathbf{C}_s^s$ , 以便后续理论推导。

为满足精对准过程的小角度假设, 现利用粗对准所得安装误差角, 将子惯导体坐标系旋转至虚拟子惯导体坐标系

$$\tilde{\mathbf{f}}^{s'} = \mathbf{C}_s^s \tilde{\mathbf{f}}^s \quad (15)$$

$$\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{is}^{s'} = \mathbf{C}_s^s \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{is}^s \quad (16)$$

在式(15)和式(16)中,  $\mathbf{C}_s^{s'} = (\mathbf{C}_s^s)^T$ , 即 $\mathbf{C}_s^{s'}$ 为 $\mathbf{C}_s^s$ 的转置。

### 3 线性模型精对准

精对准在粗对准基准上进行, 利用粗对准过程中获得的安装矩阵和存储数据进行正向回溯导航和线性卡尔曼滤波处理, 旨在达到更高精度的对准结果。经上述推导可知, 式(15)、式(16)可将原本的子惯导体坐标系旋转至虚拟子惯导体坐标系。而虚拟子惯导体坐标系与主惯导体坐标系之间的安装误差角常为小角度误差, 故其转换后满足小角度假设, 可用线性模型进行传递对准。

#### 3.1 杆臂误差模型

杆臂效应指的是由于主子惯导的质点无法重合从而导致主子惯导加速度计敏感到不同比力的这一现象, 静态杆臂矢量常用符号 $\mathbf{L}$ 表示, 其数学建模如下

$$\mathbf{v}_{LA}^m = \mathbf{C}_m^n (\boldsymbol{\omega}_{em}^m \times \mathbf{L}) \quad (17)$$

$$\mathbf{a}_{LA}^m = \dot{\boldsymbol{\omega}}_{em}^m \times \mathbf{L} + \boldsymbol{\omega}_{em}^m \times (\boldsymbol{\omega}_{em}^m \times \mathbf{L}) \quad (18)$$

式中,  $\mathbf{v}_{LA}^m$ 为杆臂效应影响下主子惯导间的速度差, 一般称为杆臂速度矢量。  $\mathbf{a}_{LA}^m$ 为杆臂效应影响下的主子惯导间的比力差, 一般称为杆臂加速度矢量。

#### 3.2 挠曲变形模型

由于挠曲变形的随机性, 无法进行较为确定的数学建模, 常采用白噪声激励的二阶马尔可夫过程来描述

$$\ddot{\boldsymbol{\theta}}_f + 2\boldsymbol{\beta}\dot{\boldsymbol{\theta}}_f + \boldsymbol{\beta}^2\boldsymbol{\theta}_f = \boldsymbol{\eta}_f \quad (19)$$

式中,  $\boldsymbol{\theta}_f = [\theta_{fx} \ \theta_{fy} \ \theta_{fz}]^T$ 为挠曲变形角, 其相应方差为 $\boldsymbol{\sigma}^2 = [\sigma_x^2 \ \sigma_y^2 \ \sigma_z^2]^T$ ;  $\boldsymbol{\beta} = \text{diag}(\beta_x \ \beta_y \ \beta_z)$ , 为参数矩阵;  $\boldsymbol{\eta}_f = [\eta_{fx} \ \eta_{fy} \ \eta_{fz}]$ , 为白噪声, 其相应频谱密度为 $\mathbf{Q}_n = 4\boldsymbol{\beta}^3\boldsymbol{\sigma}^2$ ;  $\beta_i = 2.146/\tau_i$ ,  $\tau_i$ 为随机过程相关时间 ( $i=x, y, z$ )。

受挠曲变形影响, 主子惯导之间的质点位置会发生相对位移, 改变原本静态杆臂矢量的大小和位置, 由文献[19]可知, 其相对位移矢量为

$$\mathbf{R}_f = \begin{bmatrix} -L_x(\theta_{fy}/2)^2 + L_y(\theta_{fz}/2) \\ -L_y(\theta_{fz}/2)^2 + L_z(\theta_{fx}/2) \\ -L_z(\theta_{fx}/2)^2 + L_x(\theta_{fy}/2) \end{bmatrix} \quad (20)$$

挠曲变形影响下的杆臂矢量为

$$\mathbf{R} = \mathbf{L} + \mathbf{R}_f \quad (21)$$

在挠曲变形影响下, 重新考虑式(17)、式(18), 则有

$$\mathbf{v}_L^m = \mathbf{C}_m^n \dot{\mathbf{R}} + \mathbf{C}_m^n (\boldsymbol{\omega}_{em}^m \times \mathbf{R}) \quad (22)$$

$$\mathbf{a}_L^m = \dot{\boldsymbol{\omega}}_{em}^m \times \mathbf{R} + \boldsymbol{\omega}_{em}^m \times (\boldsymbol{\omega}_{em}^m \times \mathbf{R}) + \ddot{\mathbf{R}} + 2\boldsymbol{\omega}_{em}^m \times \dot{\mathbf{R}} \quad (23)$$

式中,  $\mathbf{R}_f$ 为挠曲位移矢量,  $\mathbf{R}$ 为挠曲影响下的杆臂矢量,  $\mathbf{v}_L^m$ 为挠曲影响下的杆臂速度矢量,  $\mathbf{a}_L^m$ 为挠曲影响下的杆臂加速度矢量。式(22)的第一项 $\mathbf{C}_m^n \dot{\mathbf{R}}$ 为杆臂矢量变化引起的速度变化, 式(23)的后两项 $\ddot{\mathbf{R}} + 2\boldsymbol{\omega}_{em}^m \times \dot{\mathbf{R}}$ 分别为杆臂矢量变化引起的加速度变化和载体旋转与杆臂矢量变化耦合的附加加速度。

#### 3.3 状态模型

传递对准状态模型包括导航系失准角模型和载体系失准角模型两种, 在小角度假设下, 有学者已经证明了两者的等价性<sup>[20]</sup>。本文采用导航系失准角模型。

系统状态变量选取为

$$\mathbf{X}_f = [\boldsymbol{\varphi}_s^n \ \delta\mathbf{v}_s^n \ \boldsymbol{\mu} \ \boldsymbol{\varepsilon}^{s'} \ \nabla^{s'} \ \boldsymbol{\theta}_f \ \boldsymbol{\omega}_f]^T \quad (24)$$

式中,  $\boldsymbol{\varphi}_s^n$ 为虚拟子惯导导航系下的失准角矢量,  $\delta\mathbf{v}_s^n$ 为虚拟子惯导速度误差矢量,  $\boldsymbol{\mu}$ 为安装角误差矢量,  $\boldsymbol{\varepsilon}^{s'}$ 为陀螺零偏矢量,  $\nabla^{s'}$ 为加速度计零偏矢量,  $\boldsymbol{\omega}_f$ 为挠曲变形角速度矢量。

在传递对准期间认为安装误差角矢量、陀螺零偏矢量、加速度计零偏矢量均保持不变且忽略二阶及以上小量, 传递对准线性状态模型为

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{\varphi}}_s^n = -\boldsymbol{\omega}_{in}^n \times \boldsymbol{\varphi}_s^n - \mathbf{C}_s^n \boldsymbol{\varepsilon}^{s'} \\ \delta\dot{\mathbf{v}}_s^n = \mathbf{C}_s^n \tilde{\mathbf{f}}_{is}^{s'} \times \boldsymbol{\varphi}_s^n - (2\boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \boldsymbol{\omega}_{en}^n) \times \delta\mathbf{v}_s^n + \mathbf{C}_s^n \nabla^{s'} \\ \dot{\boldsymbol{\mu}} = 0, \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{s'} = 0, \dot{\nabla}^{s'} = 0, \dot{\boldsymbol{\theta}}_f = \boldsymbol{\omega}_f \\ \dot{\boldsymbol{\omega}}_f = -[\boldsymbol{\beta}^2]\boldsymbol{\theta}_f - 2[\boldsymbol{\beta}]\boldsymbol{\omega}_f + \boldsymbol{\eta}_f \end{cases} \quad (25)$$

#### 3.4 量测模型

取姿态匹配观测矢量

$$\mathbf{Z}_\phi = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \mathbf{C}_z(3, 2) - \mathbf{C}_z(2, 3) \\ \mathbf{C}_z(1, 3) - \mathbf{C}_z(3, 1) \\ \mathbf{C}_z(2, 1) - \mathbf{C}_z(1, 2) \end{bmatrix} \quad (26)$$

其中

$$\mathbf{C}_z = \hat{\mathbf{C}}_m^n \hat{\mathbf{C}}_n^{s'} \quad (27)$$

取速度匹配观测矢量

$$\mathbf{Z}_V = \hat{\mathbf{v}}_{es}^n - (\hat{\mathbf{v}}_{em}^n + \hat{\mathbf{v}}_l^n) \quad (28)$$

构建姿态+速度匹配量测方程

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_\phi \\ \mathbf{Z}_V \end{bmatrix} = \mathbf{H}\mathbf{X} + \mathbf{V} \quad (29)$$

式中,  $\mathbf{V}$  为量测噪声矢量, 假设为零均值 Gauss 白噪声,  $\mathbf{H}$  为量测矩阵, 具体如下所示

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & -\mathbf{C}_m^n & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & -\mathbf{C}_m^n & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (30)$$

## 4 仿真试验验证

### 4.1 仿真条件

仿真总时长 30s, 载机飞行可分为三个阶段, 分别为: 首先匀速平飞 10s, 巡航速度 100m/s, 然后摇翼机动 10s, 建模为正弦运动, 幅值为 20°, 频率为 0.2Hz, 最后再采用同样的速度匀速平飞 10s。杆臂矢量为  $\mathbf{L} = [1\text{m} \ 0\text{m} \ 0.2\text{m}]$ , 机翼挠曲变形角的标准差和二阶马尔可夫过程的相关时间分别为:  $\sigma = [15' \ 20' \ 5']$ ,  $\tau = [5\text{s} \ 5\text{s} \ 10\text{s}]$ 。子惯导器件指标与预设安装误差角分别见表 2、表 3。

表 2 惯性测量组件参数

Table 2 Inertial measurement component parameters

惯性测量组件参数	参数值
陀螺常值零偏	$\varepsilon^b = [60 \ 60 \ 60]^\circ/\text{h}$
陀螺随机游走	$\varepsilon_w = [0.01 \ 0.01 \ 0.01]^\circ/\sqrt{\text{h}}$
加速度计常值零偏	$\nabla^b = [3 \ 3 \ 3] \text{mg}$
加速度计随机游走	$\nabla_w = [10 \ 10 \ 10] \mu\text{g}/\sqrt{\text{Hz}}$

表 3 安装误差角预设值

Table 3 Preset installation error angle

安装误差角	设定值/(°)
第一组	$\mu = [10 \ 10 \ 90]$
第二组(随机取值)	$\mu = [-180 \sim 180 \ -180 \sim 180 \ -180 \sim 180]$

由于主惯导器件精度高于子惯导器件精度一个量级以上, 且常有辅助导航校正, 所以这里对主惯导的器件参数不做赘述, 后续将主惯导器件误差以高斯白噪声的形式考虑进量测噪声中。

### 4.2 不同算法对比仿真分析

#### (1) 第 1 组试验

为验证本文所提算法的有效性, 在上文所述仿真条件下, 选取第 1 组安装误差角, 进行试验仿真, 其粗对准阶段安装误差角估计误差结果和精对准阶段失准角估计误差结果分别如图 2 和图 3 所示。分级修正各阶段的估计误差见表 4。

以 CKF 算法、文献[15]所提基于 SVD 的算法作为对比方法进行对照试验, 结果如图 4 所示。

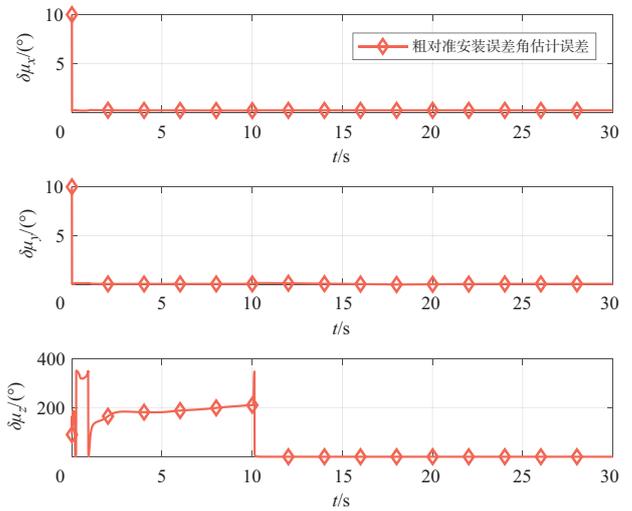


图 2 粗对准安装误差角估计误差

Fig.2 Rough alignment installation error angle estimation error

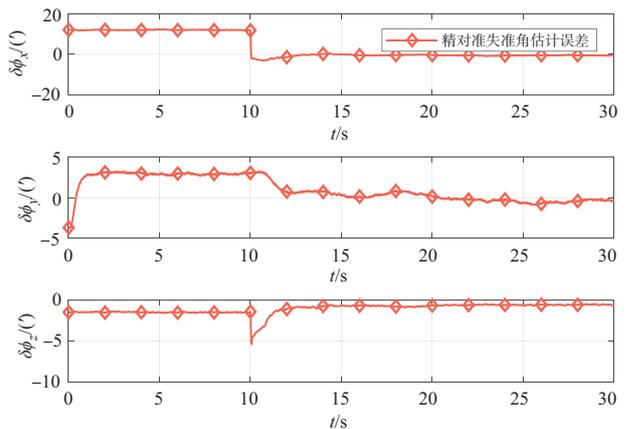


图 3 精对准失准角估计误差

Fig.3 Fine alignment misalignment angle estimation error

表 4 分级修正各阶段的估计误差

Table 4 Estimation error of grading correction all level

对准阶段	$\delta\phi_x^n / (')$	$\delta\phi_y^n / (')$	$\delta\phi_z^n / (')$
粗对准	12.0964	3.7001	1.5149
精对准	-0.5083	-0.3110	-0.6612

由于在大安装误差角下, CKF 的零偏估计基本呈现发散状态且 SVD 方法又受挠曲与杆臂误差影响无法准确估计零偏, 所以这里仅讨论失准角估计误差, 具体结果见表 5。

由图 4 及表 5 可以看出, 相比 SVD 和 CKF 而言, 本文所提的基于分级修正的大失准角传递对准算法具有较高的精度, 在挠曲和杆臂误差的双重作用影响下, 失准角误差仍保持着 1' 以内。

#### (2) 第 2 组试验

为突出本文所提算法的普适性, 选取在第 2 组区间内

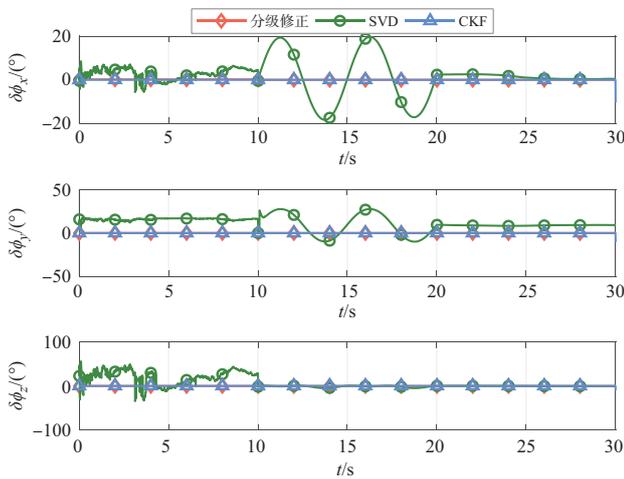


图4 失准角估计误差

Fig.4 Misalignment angle estimation error

表5 失准角估计误差

Table 5 Misalignment angle estimation error

算法	$\delta\phi_x/(\circ)$	$\delta\phi_y/(\circ)$	$\delta\phi_z/(\circ)$
分级修正	0.0044	0.0004	-0.0120
SVD	0.4112	9.1663	-0.7144
CKF	6.7993	5.7500	-10.4964

的安装误差角进行128次蒙特卡罗仿真,试验仿真结果采用RMS方式表示,具体数值见表6,结果如图5~图7所示。

由图5~图7及表6可知,本文所提算法在不同的大安装误差角影响下,RMS误差也不会超过3',符合传递对准精度要求。而SVD算法受挠曲和杆臂误差影响,其估计结果并不符合传递对准精度要求,CKF算法也由于受安装误差角大幅变化影响,其估计结果容易发散且数值稳定性较差。相比CKF算法和SVD算法的传递对准结果,本文所提算法有着显著的优越性和普适性。该算法仅采用线性卡尔曼滤波就能够很好地解决挠曲、杆臂影响下的大失准角传递对准问题,原理简单、适用范围广、精度高。

表6 不同算法的蒙特卡罗误差结果统计

Table 6 Statistics of Monte Carlo error results for different algorithms

算法	分级修正( $\delta\phi^n$ )	SVD( $\delta\phi^n$ )	CKF( $\delta\phi^n$ )
	RMS( $\circ$ )	RMS( $\circ$ )	RMS( $\circ$ )
x轴	0.0321	1.4077	16.1338
y轴	0.0107	8.4326	38.2768
z轴	0.0169	1.0907	10.6043

## 5 结束语

本文研究了在挠曲和杆臂影响下的大失准角传递对准

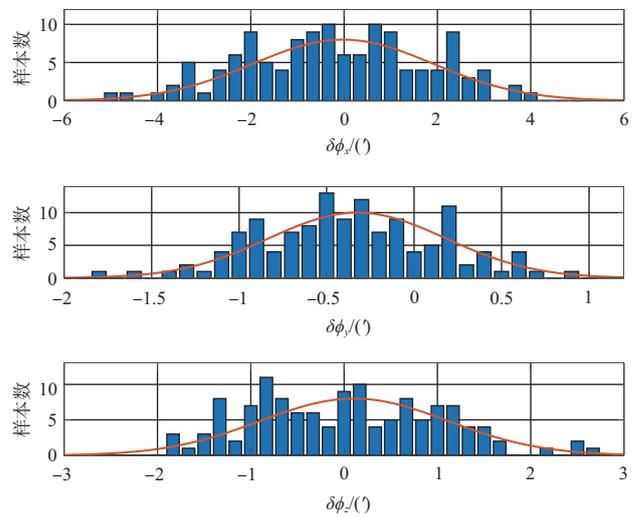


图5 分级修正失准角估计误差结果统计

Fig.5 Result statistic of decomposition correction misalignment angle estimation error

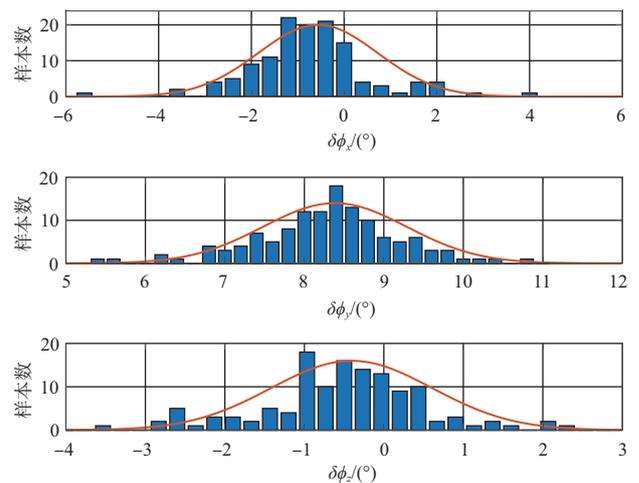


图6 SVD失准角估计误差结果统计

Fig.6 Result statistic of SVD misalignment angle estimation error

问题,首先对现有方法做了一定程度的总结,其次提出了一种基于分级修正的大失准角传递对准算法,并进行了理论推导和仿真验证,最后仿真试验结果表明,对比传统方法,该算法在精度和适用范围上均有显著提高,在随机大安装误差角条件下传递对准精度优于3'。



## 参考文献

[1] 高书亮,段鹏飞,樊思思,等.面向失锁在线补偿的高超声速飞行器组合导航方法研究[J].航空科学技术,2023,34(2):19-25.  
Gao Shuliang, Duan Pengfei, Fan Sisi, et al. Integrated navigation method research on hypersonic vehicle based on online

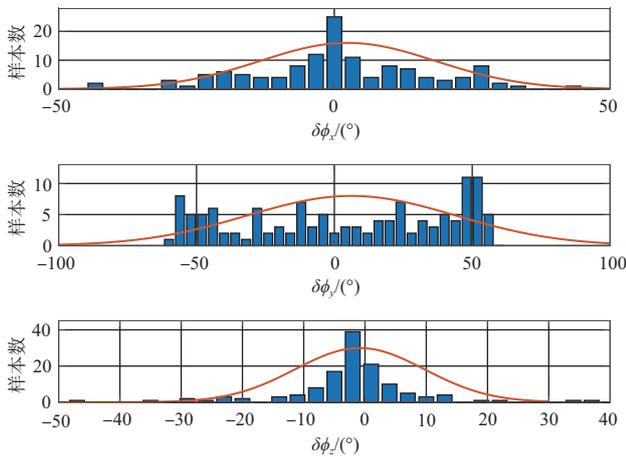


图7 CKF失准角估计误差结果统计

Fig.7 Result statistic of CKF misalignment angle estimation error

- missing locking-compensation[J]. *Aeronautical Science & Technology*, 2023,34(2):19-25. (in Chinese)
- [2] 崔晓珍,周琪,武东杰,等.可融合里程计的INS/GNSS组合导航系统设计与试验分析[J].*航空科学技术*,2022,33(2):84-89.  
Cui Xiaozhen, Zhou Qi, Wu Dongjie, et al. Design and experimental analysis of INS/GNSS integrated navigation system with odometer[J].*Aeronautical Science & Technology*, 2022,33(2):84-89. (in Chinese)
- [3] Cai Jing, Cheng Jianhua, Liu Jianxin, et al. A polar rapid transfer alignment assisted by the improved polarized-light navigation[J]. *IEEE Sensors Journal*,2022, 33(3): 2508-2517.
- [4] 姜雪梅,车转转.惯性导航系统标定滤波方法研究[J].*航空科学技术*,2018,29(1):46-52.  
Jiang Xuemei, Che Zhuanzhuan. Research of filtering technique in inertial navigation system calibration[J]. *Aeronautical Science & Technology*, 2018,29(1):46-52.(in Chinese)
- [5] Xiang Wei, Huang Guorong, Lu Hang, et al. Marginal reduced high-degree CKF and its application in nonlinear rapid transfer alignment[J].*Journal of Physics Series*, 2019, 1168(6):062030.
- [6] Rahimi H, Nikkhah A A, Hooshmandi K. A fast alignment of marine strapdown inertial navigation system based on adaptive unscented Kalman filter[J]. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 2020, 43(3): 014233122093429.
- [7] Chattaraj S, Mukherjee A. Efficient in-flight transfer alignment using evolutionary strategy based particle filter algorithm[C]. 2014 11th International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics (ICINCO),2023.

- [8] 张亚,高伟,邵剑波.一种考虑挠曲变形和杆臂效应的大失准角传递对准方法:中国,CN112649022B[P].2022-05-27.  
Zhang Ya, Gao Wei, Shao Jianbo. A large misalignment angle transfer alignment method which takes into account flexural deformation and lever arm effect: China, CN112649022B[P]. 2022-05-27. (in Chinese)
- [9] 王凯利.捷联惯导系统动基座初始对准算法及其并行化实现研究[D].杭州:浙江大学,2023.  
Wang Kaili. Research on the initial alignment algorithm of the moving base of strapdown inertial navigation system and its parallelization implementation[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2023.(in Chinese)
- [10] Barrau A, Silvère B. The invariant extended Kalman filter as a stable observer[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2014, 62(4):1.
- [11] Cui Xiao, Mei Chunbo, Qin Yongyuan, et al. A unified model for transfer alignment at random misalignment angles based on second-order EKF[J]. *Measurement Science & Technology*, 2017, 28(4):045106.
- [12] 王伟,杨光鑫,刘玉祥,等.机载微型导弹动基座传递对准方法研究[J].*兵器装备工程学报*,2023,44(8):169-174.  
Wang Wei, Yang Guangxin, Liu Yuxiang, et al. Research on a transfer alignment method of airborne miniature missiles[J]. *Journal of Ordnance Equipment Engineering*, 2023,44(8): 169-174.(in Chinese)
- [13] 苏炳志,穆荣军,裴文龙,等.机载导弹大安装偏差下的快速二次传递对准方法[J].*中国惯性技术学报*, 2018, 26(5):616-622, 628.  
Su Bingzhi, Mu Rongjun, Pei Wenlong, et al. A fast secondary transmission alignment method under large installation deviations of airborne missiles[J]. *Chinese Journal of Inertial Technology*, 2018, 26(5):616-622, 628.(in Chinese)
- [14] Xu Xiang, Sun Yifan, Yao Yiqing, et al. A robust in-motion optimization-based alignment for SINS/GPS integration[J]. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2021, 99:1-11.
- [15] Kang Taizhong, Fang Jiancheng, Wang Wei. Quaternion-optimization-based in-flight alignment approach for airborne POS [J]. *IEEE Transactions on Instrumentation & Measurement*, 2012, 61(11):2916-2923.
- [16] Wu Yuanxin, Pan Xianfei. Velocity/position integration

- formula part I: application to in-flight coarse alignment[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2011, 49(2):1006-1023.
- [17] Lu Jiazhen, Ye Lili, Dong Jong. Applied singular value decomposition method in transfer alignment and bias calibration[J]. IET Radar, Sonar & Navigation, 2020, 14(5): 700-706.
- [18] 严恭敏, 翁浚. 捷联惯导算法与组合导航原理[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2019.
- Yan Gongmin, Weng Jun. Strapdown inertial navigation algorithm and integrated navigation principle[M]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press, 2019.(in Chinese)
- [19] 谷雨, 司帆, 赵剡, 等. 一种改进的机载武器传递对准中杆臂效应动态补偿方法[J]. 弹箭与制导学报, 2018, 38(1):41-44, 48.
- Gu Yu, Si Fan, Zhao Yan, et al. An improved dynamic compensation method for the effect of the medium-rod arm of airborne weapon transfer alignment[J]. Journal of Projectiles, Arrows and Guidance, 2018, 38(1):41-44, 48.(in Chinese)
- [20] 刘斌, 穆荣军, 张新, 等. 两种快速传递对准方法在航空制导武器中的应用[J]. 中国惯性技术学报, 2016, 24(2):141-147.
- Liu Bin, Mu Rongjun, Zhang Xin, et al. Application of two fast transfer alignment methods in aviation guided weapons[J]. Chinese Journal of Inertial Technology, 2016, 24(2): 141-147. (in Chinese)

## A Transfer Alignment Algorithm Based on Virtual Slave Inertial Navigation Grading Correction between Rough and Fine with Large Misalignment Angles

Zou Wang, Fu Qiangwen, Xiao Luqi, Li Chirong

Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710065, China

**Abstract:** With the increasing requirement of rapid reaction ability and effective killing ability in modern war, the importance of transfer alignment technology is becoming more and more prominent. But in the process of transfer alignment, there are often severe nonlinear problems caused by large misalignment angles. To solve this problem, a transfer alignment method based on grading correction with large misalignment angle is proposed. The idea of this paper is inspired by grading correction, first designing a coarse alignment algorithm based on singular value decomposition, in the process of coarse alignment, taking advantage of the inertial measurement unit (IMU) output of the master inertial navigation system(INS) and slave INS to roughly estimate the installation angle error matrix; Secondly, by installing angle error matrix, the coordinate system of slave INS is rotated to a virtual transition coordinate system, and a virtual slave INS is established, then transforming the original large misalignment angle problem into a small misalignment angle problem; Finally, fine alignment is started between the virtual slave INS and the master INS, and the corrected virtual slave INS is rotated back to the slave INS to complete the transfer alignment. The simulation experiment incorporates the influence of Flexure angle and lever arm error, and the results show that the proposed algorithm has an alignment error of no more than 3' at the micro mechanical level. Compared with nonlinear filtering algorithms, it reduces algorithm complexity and improves alignment accuracy.

**Key Words:** transfer alignment; large misalignment; grading correction flexure error; lever arm error

Received: 2024-03-28; Revised: 2024-06-11; Accepted: 2024-08-15

Foundation item: Aeronautical Science Foundation of China (2023Z022053001)