

含包覆层型局域共振声子晶体的带隙特性研究



孙向洋^{1,2}, 延浩^{1,2}, 燕群^{1,2}

1. 中国飞机强度研究所 航空声学与振动航空科技重点实验室, 陕西 西安 710065

2. 强度与结构完整性全国重点实验室, 陕西 西安 710065

摘 要:民用飞机低频减振降噪是目前亟待解决的实际问题,含包覆层型局域共振声子晶体具有出色的低频降噪性能,掌握其带隙特性就成为解决问题的关键步骤。本文在单包覆层声子晶体基本模型的基础上,对比分析了相同工况下双包覆层声子晶体的能带结构,对带隙的上下边界处进行了模态分析,阐述了双包覆层声子晶体产生低频带隙的原因,进一步研究了结构参数对于含包覆层型声子晶体带隙的影响情况,发现对于单包覆层声子晶体,随着包覆层厚度的增加,带隙整体向低频移动,带隙数量增多,带宽变化不大;对于双包覆层声子晶体,随着外包覆层厚度与内包覆层厚度比值的增大,双包覆层声子晶体的带隙整体向低频移动,第一带隙的起始频率逐渐降低,带宽逐渐减小,第二带隙逐渐打开,并且随着厚度比的增大而增大。本文的结果将对局域共振声子晶体的结构设计及仿真分析提供一定的理论指导,进一步推动声子晶体结构的工程化应用。

关键词:含包覆层型声子晶体; 能带结构; 模态分析

中图分类号:O422.4

文献标识码:A

DOI: 10.19452/j.issn1007-5453.2024.12.006

国国民用飞机中高频噪声通过前期的降噪技术的持续研究已经得到了很好的控制,目前民用飞机主要的噪声问题集中于低频区域。传统材料和结构因其本质物理特性与作用机理的先天局限性,在低频降噪方面往往效果不佳,工程应用重量、体积代价较大,与航空装备发展轻量化的需求相悖,亟须发展低频噪声控制的新理论与新技术,将其应用于民用飞机材料声学选型及结构设计中,为解决民用飞机舱内低频噪声问题提供技术支撑^[1]。

局域共振声子晶体的出现为飞机舱内低频噪声的解决提供了新的可能。局域共振型声子晶体的特点为:在特定频率的弹性波激励下,各个散射体产生共振,并与弹性波长波行波相互作用,从而抑制弹性波的传播。它可通过人工设计获得自然界中物质迥然不同的超常物理特性,利用更小的质量和体积代价实现多种功能的一体化设计,实现小尺寸控制大波长,大大提高了减振降噪的灵活性。

自从局域共振声子晶体的概念提出以来,有关局域共振声子晶体的研究日益增多^[2-4],主要集中为研究局域共振

声子晶体的低频带隙特性。贺子厚等^[5]设计了一种蜂窝结构声子晶体,用有限元法计算了该结构的能带结构图,分析了几种振动模式,针对第一带隙和截止频率的振动模式分别建立了等效模型。Jiang Juanna等^[6]提出了一种新型的局域共振声子晶体结构,用有限元方法分析了带隙的形成机理和振动特性。Zhang Boqing等^[7]设计了一种具有双局域共振的亥姆霍兹型声波晶体结构,该结构采用U形嵌套设计,分为内腔和外腔,并采用弹性杆弹簧模型对该结构的色散关系进行了理论计算。Shao Hanbo等^[8]基于局域共振理论计算了蜂窝型局域共振声子晶体的能带结构,并分析了点缺陷和线缺陷对声波的传播特性的影响情况。彭中波等^[9]设计了一种二维开孔式局域共振声子晶体结构,计算了该结构的能带结构图及振动模态,并通过振动模态分析了该结构低频带隙产生的机理。Hsu等^[10]应用一阶剪切变形(Mindlin)理论,利用平面波展开公式研究了二维二元局部共振薄声子平板中的兰姆波带隙。Goffaux等^[11]用数值方法研究了弹性波在一种局域共振声子晶体(将重圆柱嵌

收稿日期: 2024-05-14; 退修日期: 2024-07-26; 录用日期: 2024-09-27

基金项目: 航空科学基金(20200015023003)

引用格式: Sun Xiangyang, Yan Hao, Yan Qun. Characteristic research of band gaps in local resonant phononic crystals with claddi[J]. Aeronautical Science & Technology, 2024, 35(12):47-53. 孙向洋, 延浩, 燕群. 含包覆层型局域共振声子晶体的带隙特性研究[J]. 航空科学技术, 2024, 35(12):47-53.

入软聚合物当中,并将它们用刚性网格相连接)中的传播。

能带结构的求解是研究局域共振声子晶体的重要内容之一,目前声子晶体带隙特性计算方法主要有传递矩阵法、平面波展开法、时域有限差分方法、多重散射法、有限元法等^[12]。这些方法各有利弊,传递矩阵法适用于计算一维声子晶体的色散关系和传输系数,但是对于二维和三维声子晶体则不能直接进行计算^[13];平面波展开法可以直接用来计算二维和三维声子晶体的色散关系,但是对于复杂结构和组元材料参数相差较大时,收敛缓慢^[14];时域有限差分方法可直接进行时域计算,但是存在稳定性问题^[15];多重散射法理论推导较为复杂,且只能用于简单规则结构的声子晶体^[16];有限元法适用范围广泛,不仅能直接计算声子晶体的能带结构,也可快速计算其传递损失^[17]。

综上所述,本文采用有限元法对含包覆层型局域共振声子晶体进行带隙特性分析,研究了结构参数对于含包覆层型声子晶体带隙的影响情况,对带隙的上下边界处进行了模态分析,阐述了双包覆层声子晶体产生低频带隙的原因。

1 模型介绍

单包覆层声子晶体和双包覆层局域共振声子晶体单元结构如图1、图2所示,单包覆层结构即包覆层包裹振子构成散射体,嵌入基板中;双包覆层结构即内外包覆层包裹振子构成散射体,嵌入基板中。图中, a 为晶格常数,A,B,C,D分别对应振子、内包覆层、外包覆层和基板,所用的材料分别为铅、硅橡胶、薄膜和环氧树脂。材料参数和材料尺寸见表1和表2。

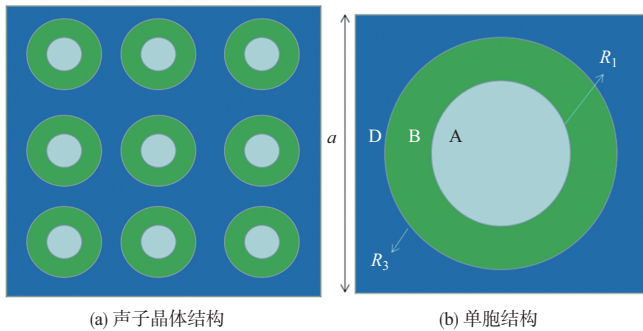


图1 单包覆层声子晶体

Fig.1 Single coated phononic crystal

2 有限元法

采用某商业有限元分析软件求解弹性波在声子晶体中的波动方程。由于晶体的周期性,依照布洛赫(Bloch)定

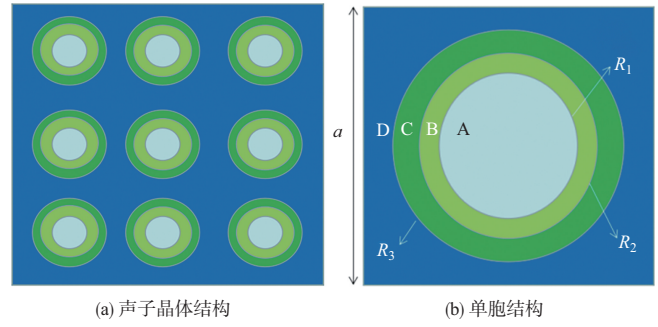


图2 双包覆层声子晶体

Fig.2 Double coated phononic crystal

表1 材料参数

Table 1 Material parameters

材料	密度 $\rho/(\text{kg/m}^3)$	弹性模量 E/GPa	泊松比
A(铅)	11600	40.8	0.369
B(硅橡胶)	1300	1.175e-4	0.469
C(薄膜)	980	2e-4	0.49
D(环氧树脂)	3970	4.35	0.370

表2 材料尺寸

Table 2 Material dimensions

a/mm	R_1/mm	R_2/mm	R_3/mm
20	6	7	8

理,对于理想的无限周期的声子晶体只需要研究一个单胞即可。在单胞的4个边界分别应用Bloch周期性边界条件,如图3所示,其中 p 为边界处的声压。进行网格划分后,单胞的离散特征方程形式为

$$(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M})\mathbf{U} = 0 \quad (1)$$

式中, $\mathbf{K} = \int \mathbf{B}^T \mathbf{C}(\mathbf{r}) \mathbf{B} dV_e$ 为刚度矩阵; $\mathbf{M} = \int p(\mathbf{r}) \mathbf{N}^T \mathbf{N} dV_e$ 为质量矩阵; $\mathbf{U}$ 为单胞的位移矩阵; $\mathbf{B}$ 为应变矩阵; $\mathbf{N}$ 为形函数矩阵; V_e 为单胞的整个区域。

由结构的周期性可得

$$\begin{cases} V(\mathbf{r} + \mathbf{R}) = V(\mathbf{r}) \\ V(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{G}} V(\mathbf{G}) e^{i\mathbf{G}\cdot\mathbf{r}} \end{cases} \quad (2)$$

式中,格矢 $\mathbf{R}$ 的格点为正格矢;矢量 $\mathbf{G}$ 的格点为倒格矢, e 为基体厚度。

根据Bloch定理,在周期场中的本征函数形式为

$$\begin{cases} u(\mathbf{r}) = u_k(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \\ u(\mathbf{r} + \mathbf{R}) = u_k(\mathbf{r}) \end{cases} \quad (3)$$

为了得到声子晶体的能带曲线,对于正方晶格,只需要波矢 $\mathbf{k}$ 在不可约布里渊(Brillouin)区的边界遍历取值即可,

即沿着 Γ - X - M - Γ 方向扫描,如图4所示,通过求解其本征值,就可以得到结构的特征频率,进而得到声子晶体能带图。

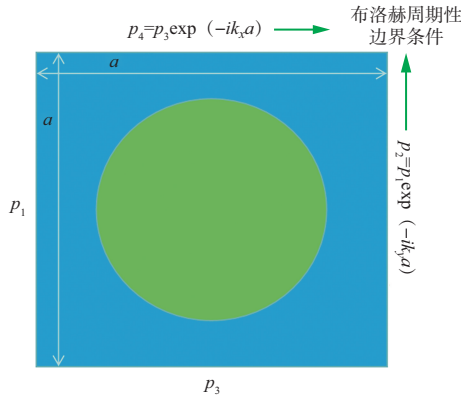


图3 边界条件关系

Fig.3 Boundary condition relationship

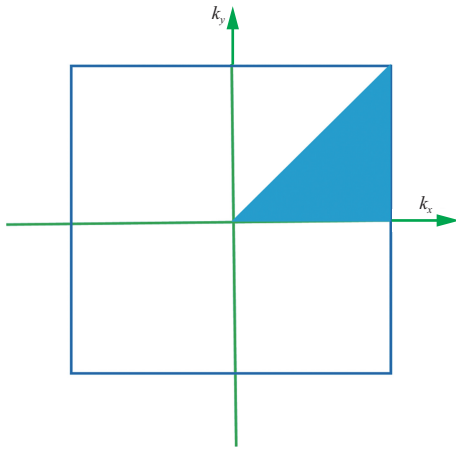


图4 第一布里渊区

Fig.4 The first brillouin zone

3 结果与分析

3.1 局域共振带隙特性分析

首先根据提供的各项参数,计算出单包覆层声子晶体的能带结构如图5所示,双包覆层声子晶体的能带结构如图6所示。计算结果显示,与单包覆层声子晶体相比,双包覆层声子晶体具有更低的带隙频率和更宽的带隙宽度,在低频隔振降噪的应用上具有明显的优势。

为了明确双包覆层结构产生低频带隙的原因,计算出该双包覆层声子晶体在两个带隙的上下边界所对应 M_1 、 M_2 、 M_3 和 M_4 的4个振动模式,如图7所示。

从计算结果可以看出,带隙的下边界发生的是扭转变

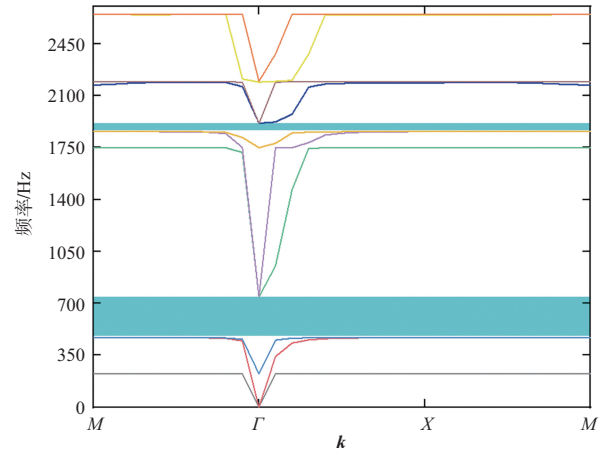


图5 单包覆层声子晶体能带结构

Fig.5 Band structure of single coated phononic crystals

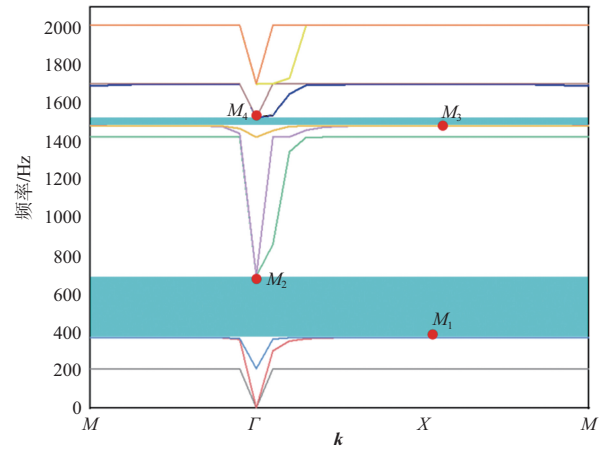


图6 双包覆层声子晶体能带结构

Fig.6 Band structure of double coated phononic crystals

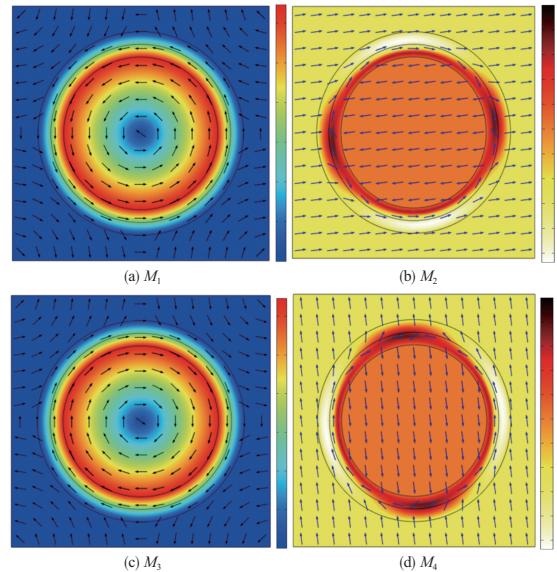


图7 M_1 到 M_4 各点对应的振动模式

Fig.7 Vibration modes corresponding to points M_1 to M_4

形,带隙的上边界发生的是剪切变形,但是无论是哪种变形情况,由内外包覆层和振子组成的散射体与基体均发生相对的运动,那么就是说明当基体向一个方向运动时候,散射体是向着相反的方向运动,两者之间振动的能量相互抵消,表现为弹性波被局域化而不能传播。同时从变形云图也可以看出,在带隙的边界处,振动的能量主要集中在散射体上,基体上的振动较小,这也是低频带隙的外在表现形式。

3.2 局域共振带隙特性分析

针对单包覆层声子晶体,结构参数对其的影响就在于控制包覆层的厚度,但是对于双包覆层声子晶体,结构参数对其的影响变为了控制内外包覆层的厚度比。下面分别研究结构参数对于单包覆层声子晶体和双包覆层声子晶体的带隙影响情况。

对于单包覆层型声子晶体,材料参数和结构参数参照

表1和表2,不同的是 R_3 取为7~9mm,步长为0.5mm的变化,即包覆层厚度 w 为1.0mm,1.5mm,2.0mm和2.5mm的变化,计算该单包覆层型声子晶体能带结构如图8所示。不同包覆层厚度对应的第一带隙频段范围见表3。

从计算结果可以得出,对于单包覆层声子晶体,随着包覆层厚度的增加,带隙整体向低频移动,带隙数量增多,带宽变化不大。从工程应用来讲,适当地增大包覆层的厚度,有利于低频隔振降噪。

表3 不同包覆层厚度第一带隙频段范围

Table 3 The range of the first bandgap band with different cladding thicknesses

包覆层厚度/mm	1.0	1.5	2.0	2.5
起始频率/Hz	20525	6479	7456	8318
截止频率/Hz	786	739	712	563
带宽/Hz	261	260	256	255

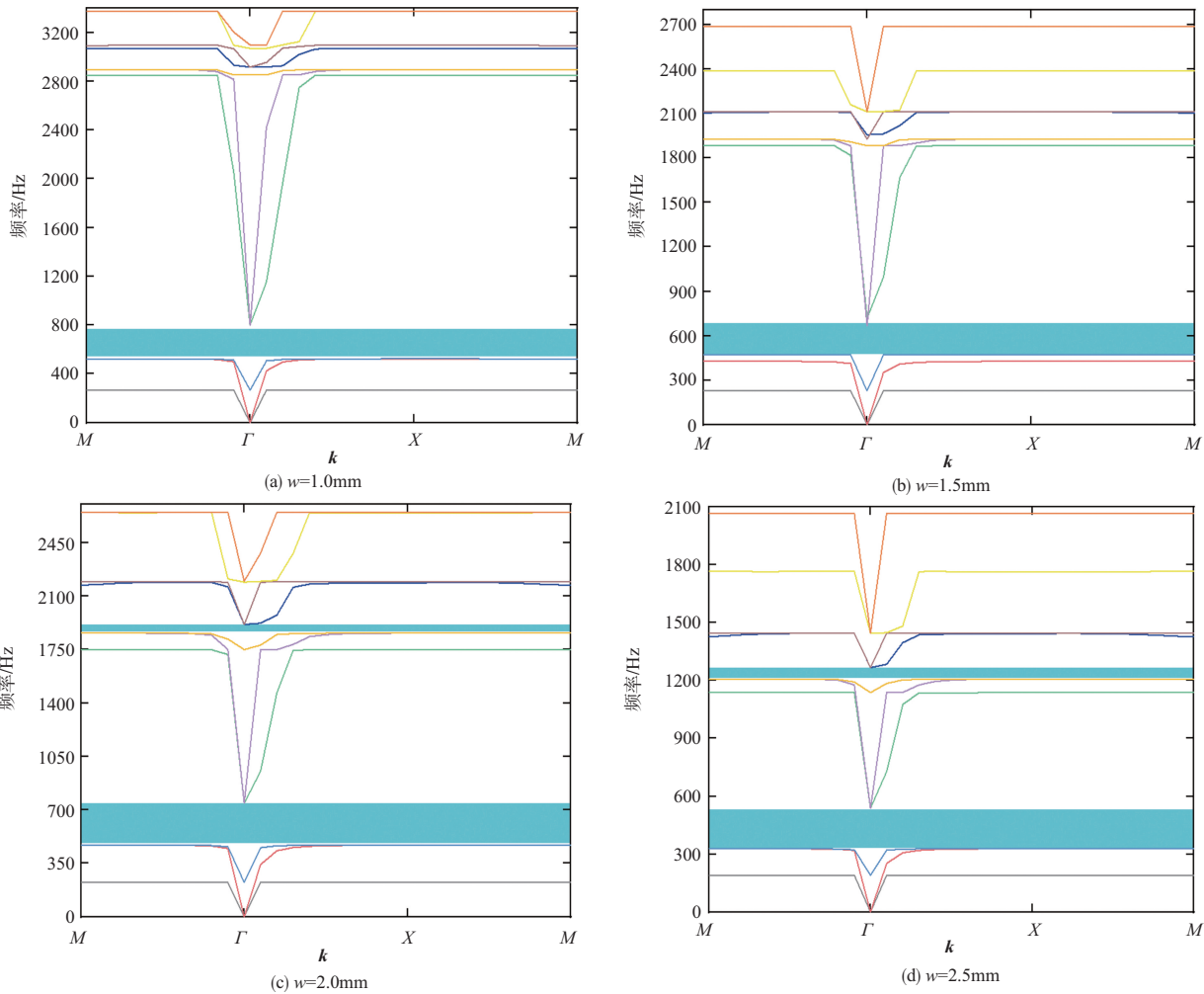


图8 不同包覆层厚度对应的能带结构

Fig.8 Band structure of different cladding thicknesses

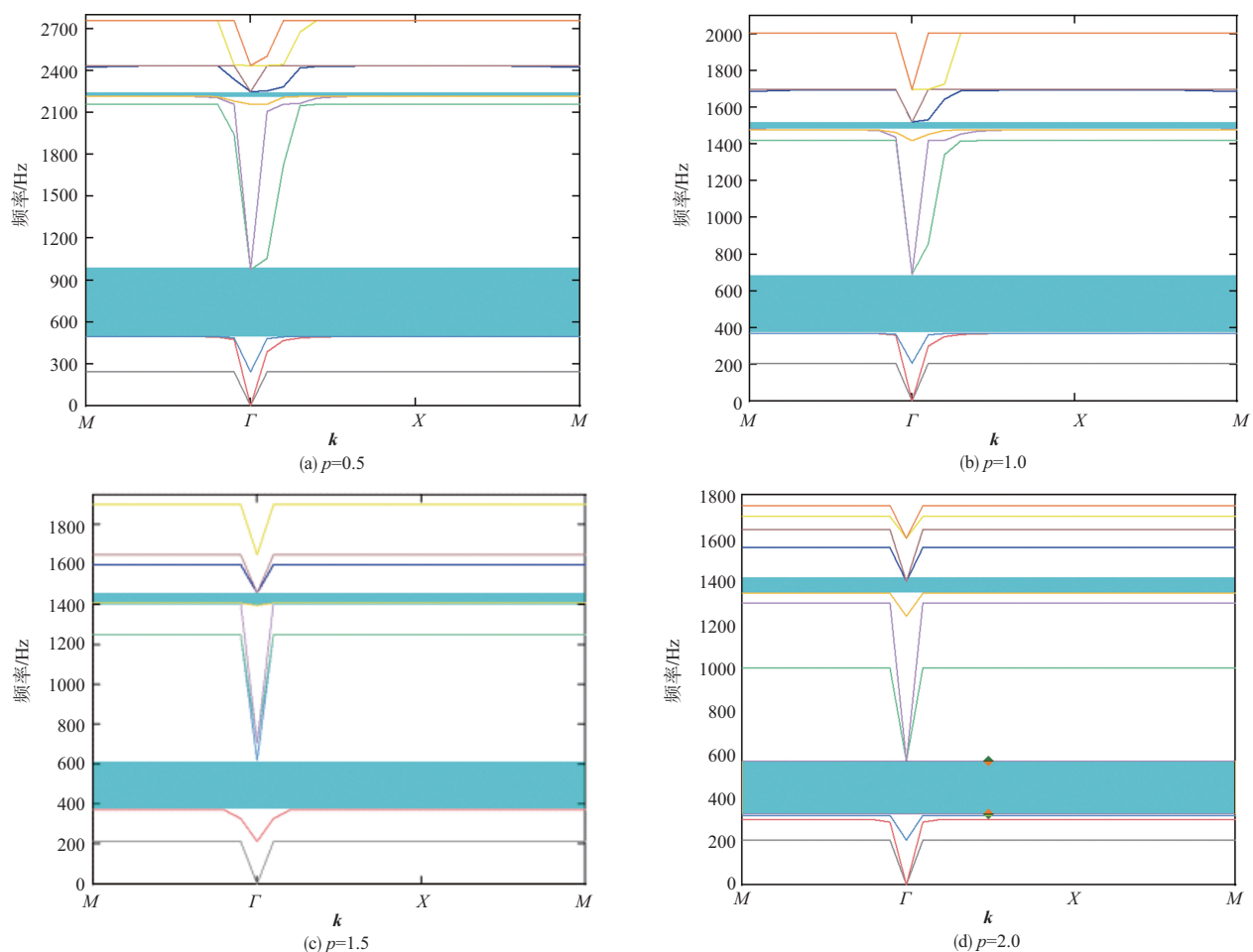


图9 不同包覆层厚度比对应的能带结构

Fig.9 Band structure of different coating thickness ratio

表4 不同包覆层厚度比带隙频段范围

Table 4 The range of the first bandgap band with different coating thickness ratio

包覆层厚度比	$p=0.5$	$p=1.0$	$p=1.5$	$p=2.0$
第一起始频率/Hz	525	377	370	319
第一截止频率/Hz	980	685	606	573
第一带宽/Hz	455	308	236	254
第二起始频率/Hz	2253	1481	1402	1356
第二截止频率/Hz	2284	1523	1451	1425
第二带宽/Hz	31	42	49	69

对于双包覆层型声子晶体,材料参数和结构参数依然按照表1和表2中取用,所以内包覆层的厚度为 $R_2-R_1=1\text{mm}$, R_3 取 $7.5\sim 9\text{mm}$,步长为 0.5mm 的变化,即外包覆层厚度与内包覆层厚度的比值 p 为 0.5 、 1.0 、 1.5 和 2.0 ,计算其能带结构(见图9),带隙频段范围见表4。从计算结果可以得出,随着外包覆层厚度与内包覆层厚度比值的增大,双包覆层声子晶体的带隙整体向低频移动,第一带隙的起始频率

逐渐降低,带宽先减小后增大,第二带隙起始频率逐渐减小,带宽逐渐增大。

4 结论

本文首先介绍了含包覆层型声子晶体的基本模型,对比分析了相同工况下单包覆层声子晶体和双包覆层声子晶体的带隙特性,并对带隙的上下边界进行了模态分析,最后研究了各项结构参数对于含包覆层型声子晶体能带结构的影响情况。得到以下结论:

- (1) 与单包覆层声子晶体相比,双包覆层声子晶体具有更低的带隙频率和更宽的带隙宽度,在低频隔振降噪的应用上具有明显的优势。
- (2) 在带隙的边界处,振动的能量主要集中在散射体上,基体上的振动较小;带隙的下边界发生的是扭转变形,带隙的上边界发生的是剪切变形。
- (3) 对于单包覆层声子晶体,随着包覆层厚度的增加,

带隙整体向低频移动,带隙数量增多,带宽变化不大。对于双包覆层声子晶体,随着外包覆层厚度与内包覆层厚度比值的增大,带隙整体向低频移动,第一带隙的起始频率逐渐降低,带宽先减小后增大,第二带隙起始频率逐渐减小,带宽逐渐增大。

AST

参考文献

- [1] 丁昌林,史剑兵,董仪宝,等.一种双频和宽频超表面材料的探索研究[J].航空科学技术,2022,33(5):76-81.
Ding Changlin, Shi Jianbing, Dong Yibao, et al. Exploratory research on a dual-band and broadband metasurface materials [J]. Aeronautical Science & Technology, 2022, 33(5): 76-81. (in Chinese)
- [2] 邱克鹏,秦云飞,费晨,等.薄膜声学超材料降噪性能分析及设计[J].噪声与振动控制,2021,41(2):7-14.
Qiu Kepeng, Qin Yunfei, Fei Chen, et al. Analysis and design of noise reduction performance of thin film acoustic metamaterials[J]. Noise and Vibration Control, 2021, 41(2): 7-14. (in Chinese)
- [3] 曹尔泰,延浩,黄河源.飞行器舱室内壁蛛网仿生薄膜声学超材料设计[J].航空科学技术,2024,35(3):11-19.
Cao Ertai, Yan Hao, Huang Heyuan. Design of spider web bio-inspired membrane acoustic metamaterials for aircraft cabin walls[J]. Aeronautical Science & Technology, 2024, 35(3): 11-19. (in Chinese)
- [4] 赵艳彪,李奕霆,高南沙,等.声学黑洞在减振降噪中的研究进展[J].航空科学技术,2024,35(5):1-14.
Zhao Yanbiao, Li Yiting, Gao Nansha, et al. Research progress of acoustic black hole in vibration and noise reduction[J]. Aeronautical Science & Technology, 2024, 35(5): 1-14. (in Chinese)
- [5] 贺子厚,赵静波,姚宏,等.蜂窝状声子晶体带隙特性及隔振性能[J].硅酸盐学报,2019,47(7):133-139.
He Zihou, Zhao Jingbo, Yao Hong, et al. Band gap characteristics and isolation performance of honeycomb shaped phononic crystals[J]. Journal of the Chinese Ceramic Society, 2019, 47(7): 133-139. (in Chinese)
- [6] Jiang Juanna, Yao Hon, Zhao Jingbo, et al. Study on band gaps characteristics of local resonance phononic crystal with four-core structure[J]. Journal of Physics Conference Series, 2019, 1213:042071.
- [7] Zhang Boqing, Wu Xinping, Chen Huiyong, et al. Preliminary study on the application of local resonance phononic crystals in wheel-driven bus[J]. Materials Reports, 2019, 33(z1): 141-144.
- [8] Shao Hanbo, Huan He, Cheng He, et al. Study on the band gap optimization and defect state of two-dimensional honeycomb phononic crystals[J]. Journal of Materials Research, 2020, 35 (21): 3021-3030.
- [9] 彭中波,李成,高阳.二维开孔式局域共振声子晶体低频带隙研究[J].机械设计,2020,37(4):73-77.
Peng Zhongbo, Li Cheng, Gao Yang. Research on low frequency band gap of two dimensional open hole localized resonance phononic crystals[J]. Journal of Machine Design, 2020, 37(4): 73-77. (in Chinese)
- [10] Hsu J C, Wu T T. Lamb waves in binary locally resonant phononic plates with two-dimensional lattices[J]. Applied Physics Letters, 2007, 90(20): 2022-211.
- [11] Goffaux C, Sánchez-Dehesa, Yeyati A L, et al. Evidence of fano-like interference phenomena in locally resonant materials [J]. Physical Review Letters, 2002, 88(22): 225502.
- [12] Qi Xiaoqiao, Li Tuanjie, Zhang Jialong, et al. Band gap structures for 2D phononic crystals with composite scatterer[J]. Applied Physics A, 2018, 124(5): 364.
- [13] Bagheri Nouri M, Moradi M. Presentation and investigation of a new two dimensional heterostructure phononic crystal to obtain extended band gap[J]. Physica B: Condensed Matter, 2016, 489: 28-32.
- [14] Aly A H, Nagaty A, Khalifa Z. Piezoelectric material and one-dimensional phononic crystal[J]. Surface Review and Letters, 2019, 26(2): 1-5.
- [15] Qian Denghui. Wave propagation in a thermo-magneto-mechanical phononic crystal nanobeam with surface effects[J]. Journal of Materials Science, 2019, 54(6): 4766-4779.
- [16] Moradi P, Bahrami A. Design of an optomechanical filter based on solid/solid phoxonic crystals[J]. Journal of Applied Physics, 2018, 123(11): 115113.
- [17] Xu Zheng, Xu Wei, Qian Menglu, et al. A flat acoustic lens to generate a Bessel-like beam.[J]. Ultrasonics, 2017, 80: 66-71.

Characteristic Research of Band Gaps in Local Resonant Phononic Crystals with Claddi

Sun Xiangyang^{1,2}, Yan Hao^{1,2}, Yan Qun^{1,2}

1. *Key Laboratory of Aeronautical Acoustics and Dynamic Strength Aviation Science and Technology, Aircraft Strength Research Institute of China, Xi'an 710065, China*

2. *National Key Laboratory of Strength and Structural Integrity, Xi'an 710065, China*

Abstract: Low-frequency vibration and noise reduction of civil aircraft is a practical problem that needs to be solved urgently, and the local resonant phononic crystal with coating has excellent low-frequency noise reduction performance. Mastering the bandgap characteristics is a critical step in solving the problem. Based on the basic model of single cladding phononic crystal, the energy band structure of double cladding phononic crystal under the same working condition is analyzed. The modal analysis of the upper and lower boundary of the band gap is carried out. The reason of the low frequency band gap in the double cladding layer is discussed. The influence of structure parameters on the band gap of the coated phononic crystal is further studied. It is found that with the increase of the thickness of the cladding layer, the overall band gap moves to low frequency, the number of band gaps increases, and the bandwidth changes little. For double cladding phononic crystals, with the increase of the ratio of the outer cladding thickness to the inner cladding thickness, the band gap moves to the low frequency, the initial frequency of the first band gap gradually decreases, the bandwidth gradually decreases, and the second band gap gradually opens, and increases with the increase of the thickness ratio. The results of this paper will provide some theoretical guidance for practical engineering application.

Key Words: phononic crystals with cladding; energy band structure; modal analysis

Received: 2024-05-14; **Revised:** 2024-07-26; **Accepted:** 2024-09-27

Foundation item: Aeronautical Science Foundation of China(20200015023003)