# 基于改进扩张状态观测器的紧密 编队涡流扰动抑制方法



朱涵,史静平

西北工业大学,陕西西安 710072

**摘 要:**由于翼尖涡的影响,不恰当的编队行为可能会出现编队后机滚转或俯仰振荡的现象,给紧密编队带来不利影响。自 抗扰控制方法是实现涡流扰动抑制的有效方法,但常规自抗扰控制方法为提高观测器的收敛速度常采用较大的观测器带宽 设计,一定程度上会减小闭环系统的相角裕度,降低编队系统的平稳性。针对这一问题,本文提出了一种基于改进扩张状态 观测器的紧密编队涡流扰动抑制方法,该方法采用系统状态和观测器状态的偏差及其一阶导数构建扩张状态观测器,将涡 流扰动影响作为扰动估计量加入自抗扰控制律的设计中,因此能够更好地抑制涡流扰动对俯仰姿态的影响。基于诱导涡动 力学模型的扰动注入仿真表明,相对于常规控制方法,该方法在高度机间距和横向机间距的编队调整过程中,均呈现出良好 的控制效果,提高了受扰无人机的飞行稳定性。

关键词:马蹄涡模型;自抗扰控制;扩张状态观测器;紧密编队

#### 中图分类号:V249.1 文献标识码:A

相较于松散编队,无人机紧密编队机间距离近,机间 所存在的气动耦合效应及风扰动易使飞机发生碰撞,因 此,编队飞行的抗扰控制是实现无人机紧密编队稳定飞行 的关键。翼尖涡是紧密编队气动耦合效应产生的主要原 因。若僚机位于长机翼尖涡流的外侧,上洗的翼尖涡流会 增加僚机的升力<sup>[1]</sup>;反之,若位于翼尖涡流的内侧,翼尖涡 的下洗气流会减小僚机的升力。由于翼尖涡的影响,不恰 当的编队方式可能会导致僚机产生滚转或俯仰振荡,给紧 密编队带来不确定的气动干扰<sup>[2-3]</sup>,因此研究涡流的扰动 抑制方法是开展紧密编队技术研究的关键。主要涉及两 方面的关键技术:一是基于编队机型,开展紧密编队涡流 建模研究;二是针对翼尖涡开展涡流扰动抑制方法研究。

在编队涡流仿真模拟方面,王佩臣等<sup>(4)</sup>提出了自适应 编队控制器设计方法,将扰动作为干扰项进行仿真分析。 孙嫚憶等<sup>[5]</sup>在研究抗扰控制时将高斯白噪声作为干扰力 矩进行涡流扰动模拟。刘志勇<sup>[6]</sup>建立了简化涡流数学模 型,与试验数据作对比,验证了所提出涡模型的气动力变 化趋势和量级可信度。采用计算流体力学(CFD)软件进行

#### DOI: 10.19452/j.issn1007-5453.2025.01.010

涡流模拟,是涡流建模的常用有效手段,李丹等<sup>[7]</sup>基于 CFD方法针对同一高度飞行的长、僚双机进行了流场仿真 研究,结果表明,当两架无人机距离为两倍翼展、机翼在翼 展方向重叠12.15%时,僚机的升力增量和阻力负增量均 达到最大值,气动效率最佳。袁园等<sup>[8]</sup>提出了一种基于涡 流模型分析和CFD仿真相结合的气动耦合研究方法,该 方法可通过仿真计算得到编队飞行时的最佳间距。郑锐 平等<sup>[9]</sup>基于CFD方法计算了飞翼无人机编队时僚机的升 力系数、阻力系数随机间距的变化数据,建立了该飞翼无 人机的诱导涡流气动力学模型。基于粒子图像测速(PIV) 的流场模拟试验方法是研究翼尖涡演化的重要方法, Heyes 等<sup>[10]</sup>分析了 PIV 试验数据,对存在涡摇摆运动与涡 摇摆修正后雷诺应力分布进行了研究,结果表明,翼尖涡 摇摆运动会显著影响翼尖涡雷诺应力分布。Devenport 等凹提出了一种修正单点流场测量的技术,在消除摇摆运 动影响的基础上恢复翼尖涡的真实速度场。学者们在试 验和数值分析的基础上,总结出了翼尖涡模态分析方法。 主要包括两类:一类是基于数据的模态分析方法,如

收稿日期: 2024-05-09;退修日期: 2024-08-30;录用日期: 2024-11-07 基金项目:航空科学基金(201905053004)

引用格式: Zhu Han, Shi Jingping. Tight formation eddy current disturbance suppression method based on improved extended state observer [J].Aeronautical Science & Technology, 2025, 36(01):86-94. 朱涵, 史静平. 基于改进扩张状态观测器的紧密编队涡流扰动抑制方 法[J].航空科学技术, 2025, 36(01):86-94.

Kunisch<sup>[12]</sup>、Berkooz<sup>[13]</sup>等提出的本征正交分解法、 Schmid<sup>[14]</sup>提出了动力学模态分解法;另一类是基于算子的 模态分析方法,如Theofilis<sup>[15]</sup>提出了线性稳定性分析方 法、Mckeon等<sup>[16]</sup>提出了预解式分析方法。

在涡流扰动抑制方法研究方面,由韩京清<sup>[17]</sup>提出的自 抗扰控制方法成为扰动抑制的重要方法。石晓洁等<sup>[18]</sup>利 用自抗扰控制方法研究了无人机受风场干扰的扰动抑制 问题,通过仿真分析验证了自抗扰控制方法的有效性。焦 环字等<sup>[19]</sup>针对四旋翼无人机控制问题,设计了串级自抗扰 控制方法。Sogukpinar<sup>[20]</sup>提出了基于翼尖小翼的涡流扰动 抑制方案,研究了翼梢小翼形状对翼尖涡诱导阻力形成的 影响。Poole等<sup>[21]</sup>通过全局优化法对多模态机翼气动外形 进行优化,以减小阻力。

这些方法虽然在一定程度上解决了无人机状态跟踪 控制与扰动抑制问题,但使用一维的量测信息进行扰动总 和的估计,性能上受观测器带宽限制,往往需要依赖较大 的观测器带宽频率,但过大的观测器带宽频率会降低系统 的相角裕度,这给系统扰动抑制带来了不利影响。针对这 一问题,本文提出了多维量测信息的扩张状态观测器设计 方法,在建立无尾飞翼无人机诱导涡流模型的基础上,通 过涡流扰动模拟仿真分析,验证了本文所提方法的有 效性。

# 1 飞机对象描述与仿真模型结构设计

本文以飞翼布局无人机 XQ-7B 为对象,开展紧密编队扰流抑制方法研究,其外形结构及舵面分布如图1 所示,图中CS表示控制面,R表示右侧,L表示左侧。飞机的部分参数和控制面约束分别见表1 和表2。

图1中,控制面CS1用作副翼,控制飞机滚转运动; CS2、CS3等幅偏转,用作升降舵,控制飞机俯仰运动;嵌入



图 1 飞翼无人机结构图 Fig.1 Flying wing UAV structure 式阻力舵CS4用作方向舵,控制飞机偏航运动。

控制系统仿真模型如图2所示,其中飞机运动方程、 气动力和力矩模型和涡模型用于描述飞机对象,长机对僚 机的气动耦合作用通过涡模型进行计算,因此产生的气动 力和力矩系数增量将叠加到飞机的气动力和力矩模型上。 基于自抗扰的涡流扰动抑制器主要由跟踪微分器、扩张观 测器和状态误差反馈控制器组成<sup>[22]</sup>。自抗扰控制方法可 以把被控对象的内部不确定项和外部扰动看作"未知的扰 动总和",将其作为系统的新增状态进行扩维系统描述,基 于扩张观测器将扰动总和反馈至输入端进行补偿,从而达 到修正扰动误差的目的。这一过程不仅能够消除内部扰 动,而且能够增加稳态精度,因而可以有效降低外部扰动 对系统的影响。

表1 无人机主要设计参数 Table 1 Main design parameters of UAV

参数	数值
机翼展长/m	2.808
机翼面积/m <sup>2</sup>	1.546
平均气动弦长/m	0.780
设计巡航速度/(m/s)	27.778
起飞重量/kg	15

#### 表2 气动舵面的位置和速率限制

Table 2 Position and relocity limitations of aerodynamic control surface

操纵舵面	位置限制/(°)	速率限制/((°)/s)
1号舵面(CS1)	(-20, 20)	±120
2号舵面(CS2)	(-20, 20)	±120
3号舵面(CS3)	(-20, 20)	±120
4号舵面(CS4)	(-80, 0)	±120





# 2 紧密编队诱导涡空气动力学模型

根据紧密编队所产生涡流的特点,做如下假设:涡核

半径较小,忽略其造成的影响,假设紧密编队时整体涡流 可视为涡线。假设涡线上任意位置处涡强均不变,设编队 时前后两机距离较近,此时前机产生的涡线可视为延伸至 无穷远处。假设后机机翼上的诱导速度均匀分布。

如图3所示,左侧飞机为长机,右侧靠后的飞机为僚 机,紧密编队时长机产生的涡流可以简化为沿*A*、B射线方 向的两条涡线(射线的方向指涡流旋转方向,符合右手定 则)。根据毕奥-萨伐尔定律(Biot-Savart Law)定律,涡线 *A*上任意线段*ab*在点*P*处所产生的诱导速度大小为



图 3 马蹄涡涡线示意图 Fig.3 Schematic diagram of horseshoe vortex lines

$$\boldsymbol{v}_{ab} = \frac{\Gamma}{4\pi r_p} \left(\cos\beta_1 - \cos\beta_2\right) \tag{1}$$

式中, $\Gamma$ 为涡线上的涡强, $r_p$ 为点P到涡线的垂直距离, $\beta_1$ , $\beta_2$ 分别是点P到线段 ab端点连线与涡线A的夹角。得到A、B两条涡线在点P处的诱导速度矢量

$$\mathbf{v}_A = \frac{I}{2\pi r_A}$$
$$\mathbf{v}_B = \frac{\Gamma}{2\pi r_B} \tag{2}$$

式中, $r_A$ 和 $r_B$ 分别为点P到两条涡线的距离。采用后机机体系作为基准坐标系,设i,j,k为机体三轴方向的单位矢量,长机在该坐标系中的位置为 $(x_0,y_0,z_0)$ 。

设僚机机翼上某点P的坐标为 $(x_p, y_p, z_p)$ ,点P关于两条涡线的垂直矢量 $r_4$ 和 $r_p$ 为

$$\begin{cases} \boldsymbol{r}_{A} = \left[ y_{0} - (b'/2) - y_{p} \right] \boldsymbol{j} + \left( z_{p} - z_{0} \right) \boldsymbol{k} \\ \boldsymbol{r}_{B} = \left[ y_{0} + (b'/2) - y_{p} \right] \boldsymbol{j} + \left( z_{p} - z_{0} \right) \boldsymbol{k} \end{cases}$$
(3)

式中, l'=πl/4为等效展长, l为前机展长。

将式(2)所描述的诱导速度分解到僚机机体系的y轴和z轴方向上,即可得到点P处的上洗速度矢量v<sub>0</sub><sup>2</sup>和侧洗速度矢量v<sub>s</sub><sup>2</sup>

$$\begin{cases} \boldsymbol{v}_{U}^{p} = -\frac{\Gamma}{2\pi} \left( \frac{\left[ y_{0} - (l'/2) - y_{p} \right]}{\left[ y_{0} - (l'/2) - y_{p} \right]^{2} + z_{0}^{2}} - \frac{\left[ y_{0} + (l'/2) - y_{p} \right]}{\left[ y_{0} + (l'/2) - y_{p} \right]^{2} + z_{0}^{2}} \right) \\ \boldsymbol{v}_{S}^{p} = \frac{\Gamma}{2\pi} \left( \frac{\overline{z} - z_{p}}{\left[ y_{0} - (l'/2) \right]^{2} + \left( z_{0} - z_{p} \right)^{2}} - \frac{\overline{z} - z_{p}}{\left[ y_{0} + (l'/2) \right]^{2} + \left( z_{0} - z_{p} \right)^{2}} \right) \end{cases}$$

$$(4)$$

式中,  $-\frac{1}{2}l' \leq y_p \leq \frac{1}{2}l', -h_z \leq z_p \leq 0$ ,  $h_z$ 为后机垂尾的高度。

根据机翼形状积分,得到后机因涡流扰动产生的诱导 上洗速度v<sub>u</sub>,根据垂尾形状积分,得到后机因涡流扰动产生 的诱导侧洗速度v<sub>s</sub>

$$\begin{cases} \mathbf{v}_{\mathrm{U}} = -\frac{\Gamma}{4\pi l'} \left( \ln \frac{y_0^2 + z_0^2}{\left[ y_0 - (\pi/4) \right]^2 + z_0^2} - \ln \frac{\left[ y_0 + (\pi/4) \right]^2 + z_0^2}{y_0^2 + z_0^2} \right) \\ \mathbf{v}_{\mathrm{S}} = \frac{\Gamma}{4\pi h} \left\{ \ln \frac{\left[ y_0 - (\pi/8) \right]^2 + z_0^2}{\left[ y_0 - (\pi/8) \right]^2 + \left[ z_0 + (h_z/l) \right]^2} - \ln \frac{\left[ y_0 + (\pi/8) \right]^2 + z_0^2}{\left[ y_0 + (\pi/8) \right]^2 + \left[ z_0 + (h_z/l) \right]^2} \right\} \end{cases}$$

$$(5)$$

由于上洗气流的原因,后机产生了迎角增量Δα,设后 机飞行速度大小为V<sub>0</sub>,计算迎角增量为

$$\Delta \alpha = \arctan\left(\left|\mathbf{v}_{\mathrm{U}}\right|/V_{0}\right) \approx \left|\mathbf{v}_{\mathrm{U}}\right|/V_{0} \tag{6}$$

设后机的未受扰升力系数为 $C_l$ ,得到升致阻力系数的 增量 $\Delta C_p$ 

$$\Delta C_D = -C_L \frac{|\mathbf{v}_U|}{V_0} \tag{7}$$

升力系数增量与迎角直接相关,设迎角的升力线斜率 为*c*,得到升力系数增量Δ*C*<sub>*L*</sub>为

$$\Delta C_L = \Delta \alpha c \approx c \left| \mathbf{v}_{\mathrm{U}} \right| / V_0 \tag{8}$$

侧力增量主要作用于垂尾,设机翼面积为S<sub>w</sub>,后机垂尾 面积为S<sub>t</sub>,垂尾升力线斜率为c<sub>t</sub>,则侧力系数增量ΔC<sub>y</sub>为

$$\Delta C_{\gamma} = \frac{S_{t}c_{t}}{S_{w}} \left( \left| \boldsymbol{v}_{s} \right| / V_{0} \right)$$
(9)

涡强 $\Gamma$ 可由前机的展弦比 $\lambda_1$ 、飞行速度 $V_1$ 、升力系数  $C_L$ 、展长l得到<sup>[11]</sup>

$$\Gamma = \frac{2}{\pi\lambda} C_{L_1} V_1 l \tag{10}$$

至此,可得到后机因涡流扰动而产生的阻力、升力和侧 力系数增量。据此可以得到不同相对位置时的升力系数和 阻力系数关于迎角的曲线,如图4和图5所示,图中dy表示









Fig.5 Curve of drag coefficient with respect to angle of attack at different relative positions

侧向间距,dz表示垂向间距,l表示展长。

# 3 基于改进扩张观测器的抑制涡流扰动控制 律设计

### 3.1 自抗扰控制基本原理

设含有未知扰动的二阶不确定非线性系统的数学模型 如下

$$\ddot{x} = f(x, \dot{x}, t) + bu \tag{11}$$

式中,x为系统状态变量,u为控制量,b为控制量的常系数 效能值,f(x,x,t)为含有外部扰动的非线性动态。针对式 (11)所描述的被控对象构建如下控制律

$$u = b^{-1} \left( v - f(x, \dot{x}, t) \right)$$
(12)

式中,v表示期望的闭环动态。显然,若 $f(x, \dot{x}, t)$ 可观测,将 其代入式(11)得

$$v = \ddot{x}_{c}(t) + a_{1}(\dot{x}_{c}(t) - \dot{x}(t)) + a_{0}(x_{c}(t) - x(t))$$
(14)

式中,x。(t)表示控制指令,将式(14)代入式(13)得

$$\ddot{x}_{c}(t) - \ddot{x} + a_{1}(\dot{x}_{c}(t) - \dot{x}(t)) + a_{0}(x_{c}(t) - x(t)) = 0$$
 (15)  
令误差 $e(t) = x_{c}(t) - x(t)$ ,代人式(15)得

$$\ddot{e}(t) + a_1 \dot{e}(t) + a_0 e(t) = 0 \tag{16}$$

显然,只需选择参数 $a_1 > 0_n a_0 > 0$ 就能保证闭环系统是稳定的二阶系统,且 $e(t) \rightarrow 0$ 。给出上述推导总的控制律如下

$$\begin{cases} u = b^{-1} \left( v - f \left( x, \dot{x}, t \right) \right) \\ v = \ddot{x}_{c} \left( t \right) + a_{1} \left( \dot{x}_{c} \left( t \right) - \dot{x}(t) \right) + a_{0} \left( x_{c} \left( t \right) - x(t) \right) \end{cases}$$
(17)

分析式(17)可知,要想使该控制律可以实施,需观测出 含有外部扰动的非线性动态*f*(*x*,*x*,*t*),以及输入指令的微分 号。针对该设计需求,自抗扰控制方法通过跟踪微分器进 行指令微分信号的降噪求解,通过扩展状态观测器对 *f*(*x*,*x*,*t*)观测值的求解。下面主要针对扩展观测器的设计 进行研究。

#### 3.2 改进的扩张状态观测器设计方法

除直接力控制外,飞机的运动控制本质上是力矩式控制,即飞行员通过驾驶杆改变舵面的操纵力矩,进而改变飞机的运动姿态,从而实现对飞机航迹的控制。因此姿态控制是飞机稳定控制的关键,飞机姿态控制可分为俯仰角控制、滚转角控制及偏航角控制。考虑到各姿态角的状态方程可描述为非线性二阶系统,因此可采用非线性二阶扩展观测器实现自抗扰控制。

将式(11)所描述的二阶非线性系统写成如下扩展状态 方程形式

为了估计含有未知扰动的非线性总和 $x_3$ ,需设计扩张状态观测器。设 $z_1$ 、 $z_2$ 、 $z_3$ 分别是 $x_1$ 、 $x_2$ 、 $x_3$ 的观测量, $e_1 = z_1 - x_1$ ,传统的扩张状态观测如式(19)所示

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 - g_1(e_1) \\ \dot{z}_2 = z_3 - g_2(e_1) + bu \\ \dot{z}_3 = -g_3(e_1) \end{cases}$$
(19)

式中,g<sub>i</sub>(e<sub>1</sub>)是基于偏差的观测量修正项,传统扩张状态观测器常选取g<sub>i</sub>(e)为

$$g_{i}(e) = \begin{cases} |e|^{\sigma_{i}} \operatorname{sign}(e), |e| > \delta_{i}, i = 1, 2, 3\\ e/\delta_{i}^{-1-\sigma_{i}}, |e| \le \delta_{i}, i = 1, 2, 3 \end{cases}$$
(20)

用式(19)减去式(18),得到偏差的状态方程

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = e_2 - g_1(e_1) \\ \dot{e}_2 = e_3 - g_2(e_1) \\ \dot{e}_3 = -g_3(e_1) \end{cases}$$
(21)

显然,若式(21)所描述的偏差状态方程稳定,则偏差  $e \rightarrow 0, z \rightarrow x$ 。分析式(21)可知, $\dot{e}_1$ 、 $\dot{e}_2$ 、 $\dot{e}_3$ 都通过对 $e_1$ 使用  $g_i(e_1)$ 进行修正,虽然 $e_2$ 与 $e_1$ 具有相关性,但是用 $e_1$ 的误差 信号来修正 $e_2$ 会使观测器相对缓慢,系统设计时为了提高 观测器的快速性往往会设计加大的观测器带宽,但这会使 得闭环系统的相角裕度减小。

为了解决这一问题,本文设计观测器如下  $\begin{cases}
e_1 = z_1 - y_1 \\
e_2 = z_2 - y_2 \\
\dot{z}_1 = z_2 - g_1(e_1)
\end{cases}$ (22)

$$\dot{z}_2 = z_3 - g_2(e_2) + bu$$

 $\dot{z}_3 = -g_3(e_1) - g_4(e_2)$ 

式中, $z_2$ 跟踪 $x_2$ 依靠 $e_2$ 修正, $e_2$ 与 $x_2$ 直接相关,能够提高跟踪速度;而 $z_3$ 的表达式构造成了状态量误差 $e_1$ 和其一阶微分 $e_2$ 的加权和,呈现出PD控制的效果,能够提高观测器的快速性。用式(22)减去式(18),得到偏差的状态方程

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = e_2 - g_1(e_1) \\ \dot{e}_2 = e_3 - g_2(e_2) \\ \dot{e}_3 = -g_3(e_1) - g_4(e_2) \end{cases}$$
(23)

$$\begin{cases} \dot{e}_{1} = e_{2} - \beta_{1}e_{1} \\ \dot{e}_{2} = e_{3} - \beta_{2}e_{2} \\ \dot{e}_{3} = -\beta_{3}e_{1} - \beta_{4}e_{2} \end{cases}$$
(24)

状态方程式(24)的特征多项式为

$$D(s) = s^{3} + (\beta_{1} + \beta_{2})s^{2} + (\beta_{1}\beta_{2} + \beta_{4})s + \beta_{1}\beta_{4} + \beta_{3}$$
(25)

可将特征多项式配置成三重根的形式,如式(26)所示, 使误差单调收敛。

$$D(s) = \left(s + \omega_0\right)^3 \tag{26}$$

式中, ω0 为观测器的带宽。采用比较系数法得

$$\begin{cases} \beta_1 + \beta_2 = 3\omega_0 \\ \beta_1 \beta_2 + \beta_4 = 3\omega_0^2 \\ \beta_1 \beta_4 + \beta_3 = \omega_0^3 \end{cases}$$
(27)

式中,未知数 $\beta_i$ 的个数多于方程的个数,因此方程多解,保证了设计有解。在 $|e| \leq \delta_i$ 的误差范围内, $g_i(e)$ 呈现出低通滤波的特性, $\delta_i$ 减小,滤波器带宽增加,跟踪速度变快; $\delta$ 增

大,滤波器带宽变窄,滤波性能提高。

# 3.3 紧密编队无人机姿态跟踪及涡流扰动抑制控制律

基于3.2节的方法设计飞机姿态跟踪扰流抑制控制律。 设飞机的姿态角为 $\left[\varphi \quad \theta \quad \psi\right]^{\mathrm{T}}$ ,机体系下的三轴角速度 为 $\left[p \quad q \quad r\right]^{\mathrm{T}}$ 。

无人机姿态角运动方程为  

$$\begin{cases} \dot{\varphi} = p + (r \cos \varphi + q \sin \varphi) \tan \theta \\ \dot{\theta} = q \cos \varphi - r \sin \varphi \\ \dot{\psi} = (r \cos \varphi + q \sin \varphi) / \cos \varphi \end{cases}$$
(28)  

$$\dot{\psi} = (r \cos \varphi + q \sin \varphi) / \cos \varphi$$
无人机力矩方程为  

$$\begin{cases} \dot{p} = (c_1 r + c_2 p) q + c_3 M_x + c_4 M_z \\ \dot{q} = c_5 p r - c_6 (p^2 - r^2) + c_7 M_y \\ \dot{r} = (c_8 p - c_2 r) q + c_4 M_x + c_9 M_z \end{cases}$$
(29)

式中, $M_x$ 、 $M_y$ 、 $M_z$ 为机体系三轴力矩; $c_i$ ,i=1,2,...,9是与转动惯量相关的系数

$$\begin{cases} M_{x} = M_{x}(\beta, p, r) + M_{x}^{\delta_{x}} \delta_{a} + M_{x}^{\delta_{r}} \delta_{r} \\ M_{y} = M_{y}(\alpha, q) + M_{y}^{\delta_{c}} \delta_{e} \\ M_{z} = M_{z}(\beta, p, r) + M_{z}^{\delta_{z}} \delta_{a} + M_{z}^{\delta_{r}} \delta_{r} \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} c_{1} & c_{2} & c_{3} \\ c_{4} & c_{5} & c_{6} \\ c_{7} & c_{8} & c_{9} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{(I_{y} - I_{z})I_{z} - I_{xz}^{2}}{\Sigma} & \frac{(I_{x} - I_{y} + I_{z})I_{xz}}{\Sigma} & \frac{I_{z}}{\Sigma} \\ \frac{I_{xz}}{\Sigma} & \frac{I_{z} - I_{x}}{I_{y}} & \frac{I_{xz}}{I_{y}} \\ \frac{1}{I_{y}} & \frac{I_{x}(I_{x} - I_{y}) + I_{xz}^{2}}{\Sigma} & \frac{I_{x}}{\Sigma} \end{bmatrix},$$

 $\Sigma = I_x I_z - I_{xz}^2$ 设 $\boldsymbol{x}_1 = \begin{bmatrix} \varphi & \theta & \psi \end{bmatrix}^T, \boldsymbol{x}_2 = \begin{bmatrix} \dot{\varphi} & \dot{\theta} & \dot{\psi} \end{bmatrix}^T,$ 对式(28)求导得
到式(30)

$$\dot{\mathbf{x}}_{2} = \begin{bmatrix} \dot{p} + \left[ \left( r \cos \varphi + q \sin \varphi \right) \tan \theta \right]' \\ \dot{q} \cos \varphi - q \sin \varphi - \left( r \sin \varphi \right)' \\ \dot{r} + \left( q \tan \varphi \right)' \end{bmatrix}$$
(30)

将式(29)代入式(30),整理出飞机控制面的仿射非线 性形式,如式(31)所示

$$\dot{\mathbf{x}}_{2} = \begin{bmatrix} f_{1}(\mathbf{x}_{1}, \mathbf{x}_{2}, t) + c_{3}M_{x}^{\delta_{a}}\delta_{a} + c_{4}M_{z}^{\delta_{a}}\delta_{a} \\ f_{2}(\mathbf{x}_{1}, \mathbf{x}_{2}, t) + \cos\varphi(c_{7}M_{y}^{\delta_{c}}\delta_{c}) \\ f_{3}(\mathbf{x}_{1}, \mathbf{x}_{2}, t) + c_{4}M_{x}^{\delta_{r}}\delta_{r} + c_{9}M_{z}^{\delta_{r}}\delta_{r} \end{bmatrix}$$
(31)

式中, $\delta_{a}$ 、 $\delta_{e}$ 、 $\delta_{r}$ 分别是副翼、升降舵、方向舵的输入量。  $f_{1}(\mathbf{x}_{1},\mathbf{x}_{2},t)$ 是滚转通道除副翼操纵力矩之外的其他各项之 和; $f_2(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, t)$ 是俯仰通道除升降舵操纵力矩之外的其他各项之和; $f_3(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, t)$ 是偏航通道除方向舵操纵力矩之外的其他各项之和。令 $\mathbf{x}_{3}=\left[f_1(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, t)f_2(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, t)f_3(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, t)\right]^{\mathrm{T}}$ ,将 $\mathbf{x}_3$ 代人式(31),得到飞机运动的自抗扰状态方程描述形式如式(32)所示

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{x}_2 \\ \dot{\mathbf{x}}_2 = \mathbf{x}_3 + b\mathbf{u} \\ \mathbf{x}_3 = \begin{bmatrix} f_1 & f_2 & f_3 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} + \mathbf{w}(t) \end{cases}$$
(32)

式中, w(t) 是外部对系统的干扰,  $u = [\delta_a \ \delta_c \ \delta_r]^T$ ,

$$\boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} c_3 M_x^{\delta_z} + c_4 M_z^{\delta_z} \\ c_7 M_y^{\delta_c} \cos \varphi \\ c_4 M_x^{\delta_c} \delta_r + c_9 M_z^{\delta_c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}_{\circ}$$

基于式(22)设计扩张状态观测器,得到飞机滚转通道、 俯仰通道、偏航通道的涡流扰动抑制控制律如下

$$\begin{cases} \delta_{a} = k_{\varphi} (\varphi - \varphi_{g}) + k_{p} p - b_{1}^{-1} \hat{f}_{1} \\ \delta_{e} = k_{\theta} (\theta - \theta_{g}) + k_{q} q - b_{2}^{-1} \hat{f}_{2} \\ \delta_{r} = k_{\psi} (\psi - \psi_{g}) + k_{r} r - b_{3}^{-1} \hat{f}_{3} \end{cases}$$
(33)

式中, $\hat{f}_1$ , $\hat{f}_2$ , $\hat{f}_3$ 是扩张观测器估计出的三通道非线性动态与 扰动总和。

# 4 仿真分析

#### 4.1 机间高度距离变化时涡流扰动抑制仿真分析

假设长机以27m/s的速度在前方飞行,僚机在长机的 左下后方以同样速度飞行,距长机的间距为(-5m、-5m、 -15m)。仿真设计如下:控制僚机前飞速度不变,给予10° 的俯仰角指令,控制飞机爬升以减小z轴方向的机间距。

采用本文提出的改进扩展观测器进行自抗扰控制律 设计,观测器带宽设置为20rad/s,仿真结果如图6~图8所 示。其中,图6是未考虑涡流扰动,且采用比例、积分和微 分(PID)控制的俯仰角响应曲线。图7与图8是考虑了涡 流扰动的俯仰角响应曲线和速度响应曲线。对比PID方 法和本文方法的响应结果可知:由于改进的自抗扰方法将 涡流扰动影响作为扰动估计量考虑到了控制律的设计过 程中,因此相对于PID方法能较好地抑制涡流扰动对俯仰 姿态的影响。而速度变量和俯仰角变量同属于长周期模 态运动变量,二者存在运动耦合关系,姿态的受扰变化也 一定程度上影响了飞行速度。

#### 4.2 机间侧向距离变化时涡流扰动抑制

假设长机以27m/s的速度在前方飞行,僚机在长机的



Fig.6 Pitch angle response curve without considering eddy

current disturbance



Fig.7 Pitch angle response curve considering eddy current disturbance

左下后方以同样速度飞行,距长机的间距为(-5m、-15m、 -5m)。仿真设计如下:控制僚机前飞速度不变,给予10° 的偏航角指令,控制飞机改变航向以减小机横向机间距。 仿真结果如图9、图10所示。其中,图9是未考虑涡流扰 动且采用PID控制的偏航角响应曲线。图10是考虑了涡 流扰动的偏航角响应曲线。与俯仰控制一致,改进的自 抗扰方法能够较好地抑制翼尖涡对于横航向运动的 影响。

# 5 结束语

本文针对紧密编队翼尖涡对僚机的运动影响问题进行 了研究,主要结论如下:建立了紧密编队诱导涡动力学模









Fig.9 Yaw angle response curve without considering eddy current disturbance



Fig.10 Yaw angle response curve considering eddy current disturbance

型,用以计算翼尖涡作用于僚机的气动力和力矩增项,将其 注入僚机的动力学仿真模型中,用于分析气动耦合对于紧 密编队的影响。针对常规自抗扰控制方法扩张观测器带宽 大会减小闭环系统的相角裕度的不足,提出了一种基于改 进扩张状态观测器的紧密编队涡流扰动抑制方法,该方法 采用系统状态和观测器状态的偏差及其一阶导数构建扩张 状态观测器,将涡流扰动影响作为扰动估计量加入自抗扰 控制律的设计中,因此能够更好地抑制涡流扰动对俯仰姿 态的影响,提高了受扰无人机的飞行稳定性。

#### 参考文献

[1] 程泽鹏.基于翼尖涡物理特征及相互作用的翼尖减阻机理研 究[D].上海:上海交通大学,2017.

Cheng Zepeng. Research on the winglet drag reduction mechanisms based on wingtip vortex physical characteristics and interaction[D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2017. (in Chinese)

- [2] 吴奕铭, 邱思逸, 向阳,等. 孤立翼尖涡模态演化规律的实验 研究 [J]. 航空学报, 2023, 44 (11): 123-139.
  Wu Yiming, Qiu Siyi, Xiang Yang, et al. Mode evolution characteristics of isolated wing tip vortex: experimental study
  [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2023, 44(11): 123-139. (in Chinese)
- [3] 牟勇飚.无人机编队中的气动耦合问题研究[D].西安:西北 工业大学,2006.

Mou Yongbiao. Research on aerodynamic coupling in UAV formation[D]. Xi' an: Northwestern Polytechnical University, 2006. (in Chinese)

- [4] 王佩臣,王强,张可为,等. 基于自适应LADRC的无人机编 队控制[J].黑龙江大学自然科学学报, 2023, 40(2): 234-242.
  Wang Peichen, Wang Qiang, Zhang Kewei, et al. UAV formation control based on adaptive LADRC[J]. Journal of Natural Science of Heilongjiang University, 2023, 40(2): 234-242. (in Chinese)
- [5] 孙嫚镱,张安,胡树欣,等.基于自抗扰的四旋翼无人机控制 方法[J].电光与控制, 2024,31(1):33-39+68.
  Sun Manyi, Zhang An, Hu Shuxin, et al. A quadrotor control method based on active disturbance rejection[J]. Electronics Optics & Control, 2024, 31(1):33-39+68. (in Chinese)
- [6] 刘志勇.紧密编队飞行涡流减阻机理及队形参数优化研究

[D]. 合肥:中国科学技术大学, 2016.

Liu Zhiyong. Investigation on the mechanism of drag reduction and positional parameters optimization in close-formation flight [D]. Hefei: University of Science and Technology of China, 2016. (in Chinese)

- [7] 李丹, 韩其初, 徐波, 等. 无人机紧密编队飞行气动耦合仿真研究[J]. 飞行力学, 2023, 41 (1): 14-19.
  Li Dan, Han Qichu, Xu Bo, et al. Simulation research on aerodynamic coupling of UAVs flying in close formation[J].
  Flight Dynamics, 2023, 41 (1): 14-19. (in Chinese)
- [8] 袁园, 闫建国, 屈耀红. 多无人机编队飞行气动耦合仿真[J]. 飞行力学, 2013, 31(1):29-32.

Yuan Yuan, Yan Jianguo, Qu Yaohong. The aerodynamic coupling simulation in formation flight of multi-UAV[J]. Flight Dynamics, 2013, 31(1): 29-32. (in Chinese)

- [9] 郑锐平,史静平,屈晓波.紧密编队飞行的建模控制与仿真
  [J].西北工业大学学报,2022,40(5):1039-1045.
  Zheng Ruiping, Shi Jingping, Qu Xiaobo. Modeling, simulation, analysis and control of close formation flight[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2022, 40(5):1039-1045. (in Chinese)
- [10] Heyes A L, Jones R F, Smith D A. Wandering of wing-tip vortices[C]. International Symposia on Applications of Laser Techniques to Fluid Mechanics,2004.
- [11] Devenport W J, Rife M C, Liapis S I, et al. The structure and development of a wing-tip vortex[J]. Journal of Fluid Mechanics,1996, 312: 67-106.
- [12] Kunisch K, Volkwein S. Proper orthogonal decomposition for optimality systems[J]. ESAIM: Mathematical Modelling and Numerical Analysis, 2008, 42(1): 1-23.
- [13] Berkooz G, Holmes P, Lumley J L. The proper orthogonal decomposition in the analysis of turbulent flows[J]. Annual Review of Fluid Mechanics, 1993, 25: 539-575.
- [14] Schmid P J. Dynamic mode decomposition of numerical and experimental data[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2010, 656: 5-28.

- [15] Theofilis V. Global linear instability[J]. Annual Review of Fluid Mechanics, 2011, 43: 319-352.
- [16] Mckeon B J, Sharma S. A critical-layer framework for turbulent pipe flow[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2010, 658: 336-382.
- [17] 韩京清.从PID技术到"自抗扰控制"技术[J].控制工程, 2002(3):13-18.
  Han Jingqing. From PID technique to active disturbances rejection control technique[J]. Control Engineering of China, 2002(3):13-18. (in Chinese)
- [18] 石晓洁,蔡家斌,宋建,等.风干扰下无人机自抗扰控制参数 自整定[J].组合机床与自动化加工技术,2021 (6):67-71.
  Shi Xiaojie, Cai Jiabin, Song Jian, et al. Self-tuning parameters of active disturbance rejection control for UAV under wind disturbance[J]. Modular Machine Tool & Automatic Manufacturing Technique, 2021 (6): 67-71. (in Chinese)
- [19] 焦环宇,王春阳,赵锦楠.四旋翼无人机串级自抗扰控制及参数优化方法 [J]. 国外电子测量技术, 2021, 40 (11): 35-40.
  Jiao Huanyu, Wang Chunyang, Zhao Jinnan. Cascade active disturbance rejection control and parameter optimization method for quadrotor UAV[J]. Foreign Electronic Measurement Technology, 2021, 40 (11): 35-40. (in Chinese)
- [20] Sogukpinar H. Numerical investigation of influence of diverse winglet configuration on induced drag[J]. Iranian Journal of Science and Technology: Transactions of Mechanical Engineering, 2019, 44:203-215.
- [21] Poole D J, Allen C B, Rendall T. Global optimization of wing aerodynamic optimization case exhibiting multimodality[J]. Journal of Aircraft, 2018, 55(4): 1576-1591.
- [22] 赵菁祥. 基于 LESO 的无人机紧密编队自抗扰滑模控制研究
  [D].广州:广东工业大学, 2018.
  Zhao Jingxiang. Research on active disturbance rejection sliding mode control for UAVs close formation based on LESO
  [D]. Guangzhou: Guangdong University of Technology, 2018. (in Chinese)

# Tight Formation Eddy Current Disturbance Suppression Method Based on Improved Extended State Observer

# Zhu Han, Shi Jingping

Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China

Abstract: Due to the influence on wingtip vortices, inappropriate formation behavior may result in roll or pitch oscillations of the aircraft after formation. The self disturbance rejection control method is an effective approach to suppress eddy current disturbances. However, conventional self disturbance rejection control methods often adopt larger observer bandwidth designs to improve the convergence speed of the observer. This approach will reduce the phase margin of the closed-loop system and decrease the stability of the formation system. Focusing on this problem, a tight formation eddy current disturbance suppression method based on an improved extended state observer is proposed. The method uses the deviation between the system state and the observer state, as well as their first derivative, to construct an extended state observer. The effect of eddy current disturbance is added as a disturbance estimator to the design of the disturbance rejection control law, which can better suppress the influence of eddy current disturbance on pitch attitude. The simulation based on induced vortex dynamics model shows that compared with conventional control methods, the method exhibits good disturbance control effect during the formation change process, improving the flight stability of disturbed drones.

Key Words: horseshoe vortex model; self disturbance rejection control; extended state observer; tight formation