

区间参数灵敏度分析及其在弹射机构故障树中的应用研究



冯奥博^{1,2}, 常琦¹, 雷华金³, 马芳云³, 刘付超¹, 周长聪¹

1. 西北工业大学, 陕西 西安 710072

2. 中国电子科技集团公司第五十四研究所, 河北 石家庄 050050

3. 航空工业航宇救生装备有限公司, 湖北 襄阳 441003

摘要: 灵敏度分析可帮助设计人员在优化设计中避免将计算资源浪费在影响极小甚至没有影响的因素上, 而区间灵敏度分析是一种在信息量匮乏下的常用灵敏度分析方法。本文研究了反映输入变量在区间内变化时对于输出值变化的影响程度的重要性测度指标, 探讨其优势, 并提出了该指标对于局部参数的灵敏度分析方法。基于该测度和灵敏度分析指标, 对数值算例和某弹射系统故障树工程算例开展了应用研究, 验证了该测度和灵敏度分析的现实意义。通过本文研究, 可以为在实际工程问题下信息量匮乏时的灵敏度分析提供有效工具。

关键词: 区间分析; 重要性测度; 参数灵敏度; 弹射系统; 故障树分析

中图分类号: V244.21

文献标识码: A

DOI: 10.19452/j.issn1007-5453.2025.02.006

随着计算机仿真技术的高速发展, 对于航空航天工程、土木工程等领域中的工程实际问题通常会进行设计与优化。建模过程中常会涉及形状尺寸、位置、温度、压强以及时间等多种参数^[1], 而这些参数可能是不精确、不确定的。不确定性可分为随机不确定性和认知不确定性两种。随机不确定性是指来自测量、加工、环境等固有的随机性, 通常用概率分布来描述相关变量; 认知不确定性是由认知和信息的不足产生的, 可以用模糊或区间模型来描述。这些不确定性因素的存在会增加设备运行中的性能波动的概率, 影响产品加工的稳定性, 从而影响产品的质量^[2]。

产品在设计优化等过程中往往需要考虑多种因素, 如果考虑全部因素, 问题往往会变得更加复杂, 计算成本会变得更高。为了有针对性地考虑对性能影响更多的因素, 通常会进行灵敏度分析。灵敏度分析的目标是^[3]识别输出响应对输入参数变化的敏感程度, 从而帮助设计人员选择更加重要的设计变量。灵敏度分析^[4]被分为局部灵敏度分析和全局灵敏度分析。局部灵敏度分析使用偏导数、差分等方法, 获得给定点附近输入变量的改变对模型输出的变

化率。全局灵敏度则重点研究整个模型输入范围中的变化对输出的影响, 为全局灵敏度分析而提出的指标又称为重要性测度。Sobol^[5]提出的基于方差的指标可以反映单个因素的全部影响和不同因素的交叉影响, 是目前比较常用的方法, 而Borgonovo^[6]、Cui Lijie^[7]等提出的矩独立重要性测度, 提供了更完整恰当的信息来反映各因素的影响, 并且根据概率密度进化方法提出了计算该指标的计算方案, 是比较流行的全局灵敏度分析技术。

在实际的设备与结构的设计以及分析过程中, 经常会出现因为信息量较少或可信性较差使得不能准确地获得输入变量的概率分布信息, 采用传统的灵敏度分析方法可能产生精度不足甚至错误结论等问题。区间灵敏度分析方法^[8]将由函数的定义域计算函数的值域的数学方法应用到灵敏度分析中, 可以有效减小由于信息量的不足对分析的可信性的影响。Moens等^[9]提出了基于输出离差对输入离差的偏导数的重要性测度指标, Wang Wenxuan等^[10]提出了基于区间离差与中值的比值的重要性测度指标, 两种指标的排名结果在某些情况下并不一致, 并且并未考虑各因素

收稿日期: 2024-05-09; 退修日期: 2024-08-18; 录用日期: 2024-11-04

基金项目: 航空科学基金(20200029053001); 中央高校基本科研业务费(G2023KY05106)

引用格式: Feng Aobo, Chang Qi, Lei Huajin, et al. Study on Interval parameter sensitivity analysis and its application to fault tree of ejection mechanism[J]. Aeronautical Science & Technology, 2025, 36(02): 73-82. 冯奥博, 常琦, 雷华金, 等. 区间参数灵敏度分析及其在弹射机构故障树中的应用研究[J]. 航空科学技术, 2025, 36(02): 73-82.

区间内部变化过程中对于模型输出的影响。Chang Qi等^[11]提出了通过综合评估变量区间内部变化对输出响应的影响求得的重要性测度指标,并提出了基于全局代理模型和优化计算该指标的计算方案,该指标可以直观、完整地反映不确定性输入变量区间变化过程对于输出响应的整体影响。

本文基于区间变量的输出响应,研究了区间重要性测度的定义以及该指标的优劣。基于讨论结果,提出了该测度基于偏导数的灵敏度指标。最后,通过数值算例和弹射系统故障树工程算例验证了所提指标的有效性。

1 区间重要性测度及灵敏度分析

1.1 单变量区间重要性测度

区间灵敏度分析主要是为了量化单个区间输入或几个区间输入联合对区间输出的影响。考虑一个模型,设其输入为 $X=(X_1, X_2, \dots, X_n)$,输出响应函数为 $Y=f(X)$,其中每个区间输入变量 $X_i (i=1, 2, \dots, n)$ 都有其取值区间 X_i^l ,上下界为 X_i^u, X_i^l ,即

$$X_i \in X_i^l = [X_i^l, X_i^u] \quad (1)$$

则输出 Y 也应为区间形式,即

$$Y \in Y^l = [Y^l, Y^u] = \left[\min_{X \in X^l} f(X), \max_{X \in X^l} f(X) \right] \quad (2)$$

由于区间可由其中值和离差唯一确定^[12],区间数 X_i^l 和区间变量 X_i 可表述为

$$X_i^l = X_i^c + X_i^r \Delta^l, X_i = X_i^c + X_i^r \delta \quad (3)$$

其中, $\Delta^l = [-1, 1]$ 为标准化区间, $\delta_i \in \Delta^l$ 为标准化区间变量。 X_i^c 和 X_i^r 为该区间的中值和离差,即

$$X_i^c = \frac{X_i^u + X_i^l}{2}, X_i^r = \frac{X_i^u - X_i^l}{2} \quad (4)$$

基于输出响应 Y 对于输入变量 X_i 的区间变化过程提出的重要性测度如图1所示。横坐标为第 i 个变量 X_i 对应的标准化区间变量 δ_i ,纵坐标为输出响应区间 Y^l 的值域,当所有输入变量随机取值时,输出响应的区间范围为^[13]

$$Y^l = [Y^l, Y^u] = [f^l, f^u] = \left[\min_{X \in X^l} f(X), \max_{X \in X^l} f(X) \right] \quad (5)$$

当输入变量 X_i 固定在 X_i^* 时,由于其余输入变量为区间分布,则输出响应 Y 仍为区间分布,其上下界 Y_i^u, Y_i^l 分别为

$$Y_i^l = [Y_i^l, Y_i^u] = [f^l(X_i), f^u(X_i)] = \left[\min_{X_{-i} \in X_{-i}^l} f(X_i, X_{-i}), \max_{X_{-i} \in X_{-i}^l} f(X_i, X_{-i}) \right] \quad (6)$$

称其为条件输出区间 $Y_i^l (i=1, 2, \dots, n)$ 。将输入变量 X_i 标准化为 $\delta_i \in [-1, 1]$ 的变量后如图1所示,标准化区间变量 δ_i 固定在任意值 δ_i^* 时均可产生一组条件输出 Y_i^* ,且 δ_i^* 在

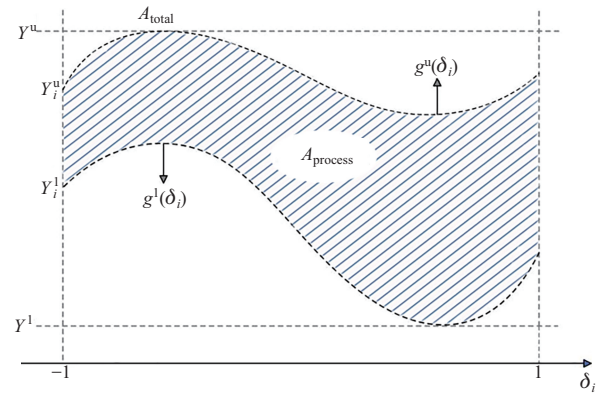


图1 变量 X_i 对于模型输出响应 Y^l 的灵敏度图示

Fig.1 The sensitivity diagram of the variable X_i for the model output response Y^l

$[-1, 1]$ 上连续变化时,条件输出 Y_i^* 也连续变化。

基于中值和离差的变换关系,可得到输出区间 Y_i^l 的上下界 Y_i^u 和 Y_i^l 与输入区间的中值 X_i^c 、离差 X_i^r 和标准区间变量 δ_i 的函数关系式为

$$Y_i^u = g^u(\delta_i) = \max_{\delta_{-i} \in \Delta^l} g(X_i^c + X_i^r \delta_i, X_{-i}^c + X_{-i}^r \delta_{-i}) \quad (7)$$

$$Y_i^l = g^l(\delta_i) = \min_{\delta_{-i} \in \Delta^l} g(X_i^c + X_i^r \delta_i, X_{-i}^c + X_{-i}^r \delta_{-i}) \quad (8)$$

则基于输出响应随变量变化的区间过程重要性测度指标 C_i 表示为

$$C_i = 1 - \frac{A_{\text{process}}(i)}{A_{\text{total}}(i)} \quad (9)$$

式中, $A_{\text{process}}(i)$ 为函数 $Y = g^u(\delta_i)$ 与 $Y = g^l(\delta_i)$, $\delta_i = -1, \delta_i = 1$ 所包络的阴影区域面积。 $A_{\text{total}}(i)$ 为 $Y = Y^u, Y = Y^l, \delta_i = -1, \delta_i = 1$ 所包络的矩形区域面积。

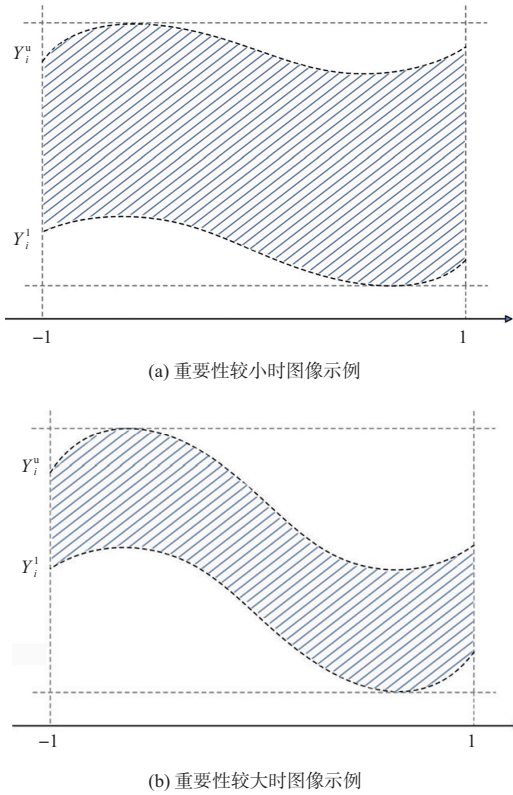
此外, C_i 还可利用积分形式表示为

$$C_i = 1 - \frac{\int_{-1}^1 (g^u(\delta_i) - g^l(\delta_i)) d\delta_i}{2(Y^u - Y^l)} \quad (10)$$

该指标将区间内部对输出区间上下界的影响情况用面积占比的形式表示出来,可以直观有效地反映出某一变量区间对输出响应量的影响,即 C_i 越大, X_i 的取值改变时对于 Y^l 的影响越大。

图2为重要性测度较小和较大的情况,其中图2(a)中 δ_i 在其可取范围内变化时,区间 Y_i^l 变化较小,则可说明该变量 X_i 对于输出响应 Y 的影响不大,即重要度较小;反之,图2(b)中输入 X_i 取值改变时,区间 Y_i^l 变化较大,则可认为该输入变量对于输出响应的影响较大,即重要度较大。

考虑其极限情况,当 $C_i = 0$ 时,即 $A_{\text{process}} = A_{\text{total}}$,无论 X_i 在其可取范围内如何取值, Y 的可取区间 Y^l 均不改变,此时 X_i

图2 区间过程重要性测度指标 C_i 图示Fig.2 Illustration of importance measure index C_i of interval process

对输出响应量 Y 并无影响,反映到图像应为平行于 x 轴,长为从 $-1 \sim 1$ 、宽为输出响应取值区间的矩形区域。而 $C_i = 1$ 时,即 $A_{\text{process}} = 0$,此时 Y 为变量 X_i 的单变量函数,而其余输入变量的改变对输出 Y 没有影响,在图像上应压缩为一条线段。

1.2 考虑多变量因素的区间重要性测度

分析两个区间输入 X_i 和 X_j 对输出 Y 的联合灵敏度。将 X_i 和 X_j 取其名义值 X_i^* 和 X_j^* 时,其余输入仍为区间输入,故 Y 仍为区间变量。同理可用三维模型描述该双参数区间过程的灵敏度指标,如图3所示。其中, Y^u 和 Y^l 为无限制条件下输出 Y 可取得的最大值和最小值。两区间输入联合重要性测度指标 C_{ij} 可由图中上下部分体积与总体积之比表示为

$$C_{ij} = 1 - \frac{A_{\text{process}}(ij)}{A_{\text{total}}(ij)} = 1 - \frac{\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 (g^u(\delta_i, \delta_j) - g^l(\delta_i, \delta_j)) d\delta_i d\delta_j}{4(Y^u - Y^l)} \quad (11)$$

同理,多个区间因素的联合响应分析可同样写成相应的积分形式。但随着维数的增加,相应的计算成本会成倍增加,故本文接下来的讨论主要在于单输入区间的重要性测度的参数灵敏度。

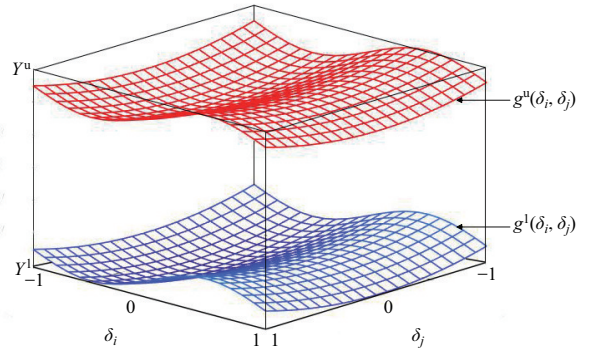


图3 二维区间过程重要性测度指标图示

Fig.3 Two-dimensional interval process importance measure index diagram

1.3 区间重要性测度的参数灵敏度

区间过程重要性测度指标综合考虑了输入区间变量在其可取域中的变化对输出响应的影响,该指标在信息量不足的情况下可以给出一个简单、直观且高效的对比结果,对进一步的参数优化和信息采集的成本投入提供了一定的参考价值。然而该指标对于区间过程内部的形状考虑较少,仍有需要进一步考虑推敲的地方。考虑 C_i 相等的一组输入区间,如图4所示,其中图4(a)为纺锤形;图4(b)为沙漏形;而图4(c)左小右大,为子弹形图像。

仅考虑该测度指标 C_i 时,不能将这些输入量对于输出响应的影响程度进行足够令人信服的排序。纺锤形和沙漏形图像的两端以及子弹形图像的左端为变化率较大的输入参数区域,该局部区域的输入参数的变化对于输出响应的影响较大,应该更加被重视。进行局部的灵敏度分析是补充和完善该区间重要性测度方法的有效手段。

本节将依据该区间过程重要性测度进行局部灵敏度分析,讨论变量分布参数的中值和离差在名义值处对指标的影响程度,以及不同变量的分布参数对于该指标的影响。

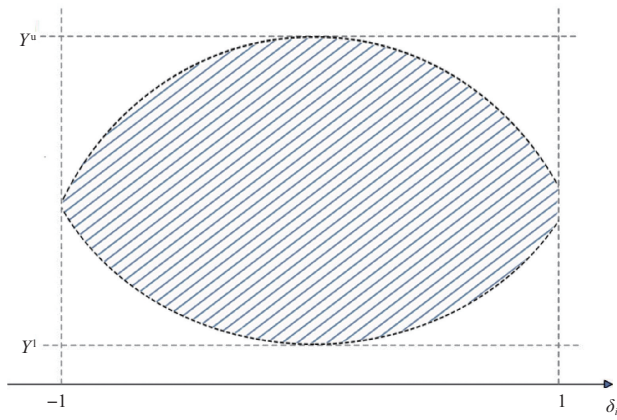
根据定义和灵敏度分析理论,该区间过程的重要性测度指标 C_i 是每个输入区间的离差和中值的连续函数,则其对于变量 X_j 的离差的灵敏度 σ_{jr}^i 可表示为

$$\sigma_{jr}^i = \frac{\partial C_i}{\partial \delta_j^r} \quad (12)$$

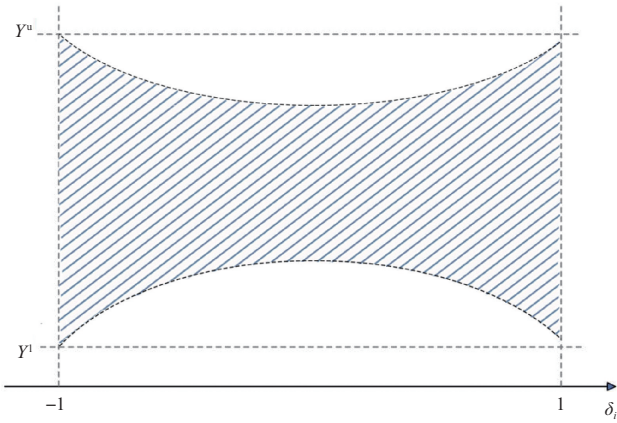
式中,灵敏度 σ_{jr}^i 的上标 i 指第 i 个指标的重要性测度,下标 jr 指对第 j 个变量的离差求偏导。

$$\delta_j^r = \frac{\partial X_j^r}{X_j^r} \quad (13)$$

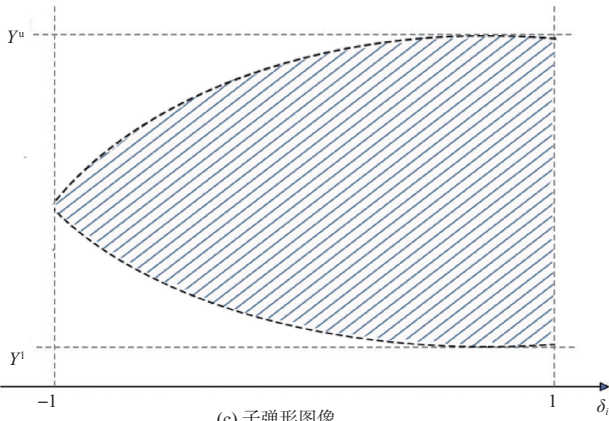
式(13)为第 j 个标准化区间变量的离差的微小增量。当 $i=j$ 时,该指标表示第 i 个重要性测度指标对其自身离差的灵敏



(a) 纺锤形图像



(b) 沙漏形图像



(c) 子弹形图像

图4 相同 \$C_i\$ 下不同形状的区域重要性测度图像

Fig.4 Interval importance measure images of different shapes with the same \$C_i\$

度,可以反映第 \$i\$ 个变量在其边界处对输出响应的影响程度。当 \$i \neq j\$ 时,该指标反映了其余变量在边界处对于第 \$i\$ 个重要性测度指标的影响程度,当 \$\sigma_{ji}^i \neq 0\$ 时,可得出输出响应

在第 \$j\$ 个变量的边界处可取到最值的结论,对优化设计有一定的参考价值。

同理 \$\sigma_{jc}^i\$ 表示第 \$i\$ 个重要性测度指标 \$C_i\$ 相对于第 \$j\$ 个输入的中值的灵敏度,即

$$\sigma_{jc}^i = \frac{\partial C_i}{\partial \delta_j^c} \quad (14)$$

式中, \$\delta_j^c\$ 为第 \$j\$ 个标准化区间变量中值的微小增量,即

$$\delta_j^c = \frac{\partial X_j^c}{X_j^r} \quad (15)$$

根据定义可知,只有当测度指标与输入变量的中值与离差的关系连续可导时,才能计算出区间过程重要性测度的指标对于输入变量参数的灵敏度 \$\sigma\$,若连续不可导,则需计算出左右导数。在实践中,应保证计算出的区间输出的上下界尽可能准确,否则灵敏度的计算结果将会有较大误差。

基于式(12)与式(14)所提离差和中值的局部灵敏度的定义可得出以下结论:如果输出域的上下界 \$Y^u\$ 和 \$Y^l\$ 均来自输入域 \$X_i\$ 的边界取值处,则变量 \$X_i\$ 的重要性测度 \$C_i\$ 对其自身的离差和中值的局部灵敏度的取值范围为

$$\sigma_{ir}^i \in (-1, 1) \quad (16)$$

$$\sigma_{ic}^i \in (-0.5, 0.5) \quad (17)$$

式(18)~式(22)给出了式(16)的推导证明。图5所示为前差分法求重要性测度指标 \$C_i\$ 的对离差 \$X_i^l\$ 的灵敏度的参考图,其中 \$A_{process}\$ 为中间部分的面积, \$A_{total}\$ 为总面积, \$\delta_i^r\$ 为标准化后的离差, \$\Delta \delta\$ 为离差的微小增量, \$l_1, l_2\$ 分别为输出区间在输入变量左右端点的长度 \$g^u(\delta_i) - g^l(\delta_i)\$, 取值为 \$l_i \in [0, L], L = Y^u - Y^l\$。由灵敏度表达式(12)得到

$$\sigma_{ir}^i = \frac{\partial C_i}{\partial \delta_i^r} = \frac{C_i' - C_i}{\Delta \delta} \quad (18)$$

其中

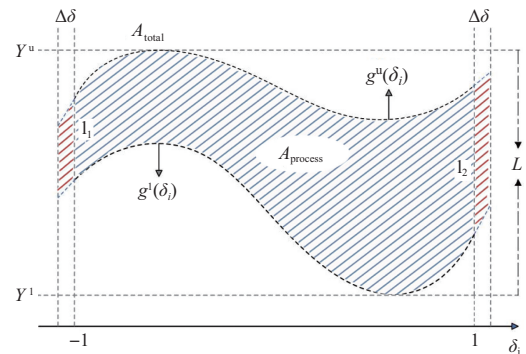


图5 输出在内部取最值时的离差灵敏度图

Fig.5 Deviation sensitivity diagram when the maximum value of output is taken internally

$$C_i = 1 - \frac{A_{\text{process}}}{A_{\text{total}}} \quad (19)$$

$$C'_i = 1 - \frac{A_{\text{process}} + (l_1 + l_2)\Delta\delta}{A_{\text{total}} + 2L\Delta\delta} \quad (20)$$

将式(19)、式(20)代入式(18)得

$$\sigma_{it}^i = \frac{2A_{\text{process}}L\Delta\delta - A_{\text{total}}(l_1 + l_2)\Delta\delta}{A_{\text{total}}(A_{\text{total}} + 2L\Delta\delta)\Delta t} \quad (21)$$

在标准化区间中有： $A_{\text{total}} = 2L, L\Delta\delta \ll A_{\text{total}}$ ，则

$$\sigma_{it}^i = \frac{A_{\text{process}}}{A_{\text{total}}} - \frac{l_1 + l_2}{2L} \in (-1, 1) \quad (22)$$

同样的推导过程还可推出式(17)，在此不做具体推导。

同理，如果输出上下界并不在输入域内部，即位于输入区间 X_i^l 的边界取值上。因此，如果输入区间 X_i 的中值 X_i^c 或离差 X_i^r 有所改变时，输出域的上下界或 Y^l 会随之改变，则有

$$\sigma_{it}^i \in (-1, +\infty) \quad (23)$$

由式(22)和式(23)可知，当计算得出该重要性测度对于自身输入变量的离差的灵敏度 $\sigma_{it}^i > 1$ 时，则输入域边界处可得到输出域的最值，从而可以通过缩小输入域的范围显著缩小输出域的范围。这为优化设计计算提供了一定的参考价值。

而当第 i 个指标 C_i 对于第 j 个输入域的中值和离差的灵敏度 σ_{jc}^i 和 σ_{jr}^i 均为 0 时，可知输出边界来自 X_j 的输入域的内部。

2 算例

本文将采用一种循环计算策略计算该区间过程重要性测度的参数灵敏度，该方法由 Faes 等^[14]提出并深入研究。使用自适应粒子群优化法^[14]和代理优化法^[15]计算输入参数在其名义值 δ^* 时的输出区间上下界 Y^u 与 Y^l ，再通过均匀取样循环计算拟合得到上下界函数，通过离散求和得到区间过程重要性测度指标 C_i 。由于重要性测度 C_i 与输入变量的函数关系并非总是连续可导函数，故采用自适应中点差分法求解 C_i 对不同参数的灵敏度。

本节将该指标应用于两个数值算例以及一个工程算例，来验证该区间过程重要性测度指标的参数灵敏度的实用性。

2.1 双区间输入函数

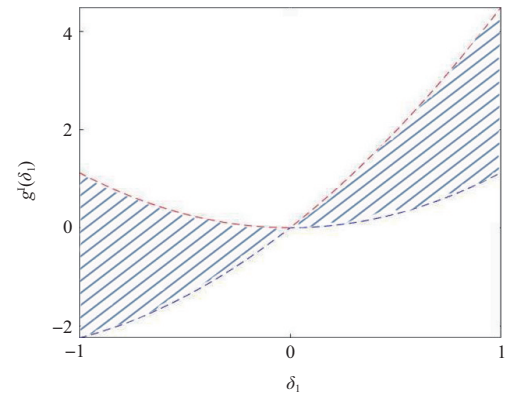
考虑一个双区间输入函数

$$Y = \frac{X_1^2}{2} + X_1 X_2^2 \quad (24)$$

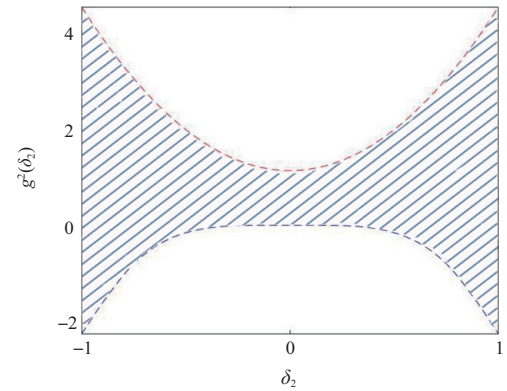
式中， $X_1^l = [-1.5, 1.5]$ ， $X_2^l = [-1.5, 1.5]$ ，即两区间输入的均值和离差均为： $X_i^c = 0, X_i^r = 1.5$ 。

计算得到该双输入参数的归一化区间图像以及区间重要性测度指标的结果如图 6 所示。其中图 6(a)为变量 X_1 的归一化区间过程图像，图 6(b)为变量 X_2 的归一化区间过程图像，图 6(c)为两个变量的重要性测度柱状图。

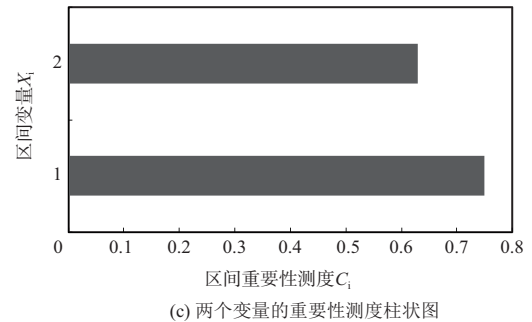
在图 6(a)和图 6(b)中，模型的输出上下界均为 $Y^u = 4.5, Y^l = -2.25$ ， X_1 的区间过程中的阴影面积 A_{process} 的占比小于 X_2 的占比，可得出结论， X_1 的输入区间对输出的灵敏度贡献较大。图 6(c)中给出了具体重要性测度值，即 $C_1 = 0.75, C_2 = 0.59$ 。



(a) 变量 X_1 的归一化区间过程图像



(b) 变量 X_2 的归一化区间过程图像



(c) 两个变量的重要性测度柱状图

图 6 双输入归一化区间过程及重要性测度指标 C_i
Fig.6 Double-input normalized interval process and importance measurement index C_i

由图6(a)和6(b)可看出,输出响应区间的上下界与两个输入变量的函数关系均有较大的非线性关系。图6(b)中在输入区间边界附近,输出响应的上下界变化较大,而图6(a)中上下界变化相对较小。这可用灵敏度补充测度表示出来。

表1为该双输入函数重要性测度的参数灵敏度计算结果。其中,第一列为两个变量的区间重要性测度,第二、三列为两个测度分别对于各变量的离差和中值求灵敏度。

由表1可知,各输入参数微小变化时,指标 C_1 变化不大,仅对自身的中值变化较为敏感。而 C_2 指标对于各参数的变化都更加敏感,对于自身的中值的灵敏度达到了 ± 1.61 。其中 $\pm$ 符号由中点差分法分别得到,说明 X_2 区间过程的图像具有很高的对称性,1.61说明在输出边界处可得到输出响应的最值,并且在边界处对于输出响应有较大的影响程度。

可见,仅分析区间重要性测度时,变量 X_1 的重要性更高。然而结合对自身离差的灵敏度以及归一化区间过程图像可以得出,优先减小 X_2 的离差对于减小输出响应的不确定性可能更加有效。

表1 双输入函数重要性测度的参数灵敏度

Table 1 Parameter sensitivity of importance measure of two-input function

C_i	σ_{ir}^i		σ_{ic}^i	
$C_1 = 0.75$	σ_{1r}^1	0	σ_{1c}^1	0.33
	σ_{2r}^1	0	σ_{2c}^1	0
$C_2 = 0.59$	σ_{1r}^2	-0.22	σ_{1c}^2	-0.40
	σ_{2r}^2	0.43	σ_{2c}^2	± 1.61

2.2 Ishigami测试函数

下面用Ishigami函数测试该区间过程重要性测度指标以及参数灵敏度,其数学表达式为

$$Y = g(\mathbf{X}) = \sin X_1 + 6 \sin^2 X_2 + 0.2 X_3^4 \sin X_1 \quad (25)$$

式中,三个输入区间 $\mathbf{X} = (X_1, X_2, X_3)$ 的中值为 $\mathbf{X}^c = (0, 0, 0)$,离差为 $\mathbf{X}^r = (\pi, \pi, \pi)$ 。

该函数的归一化区间图像以及区间重要性测度指标的计算结果如图7所示。其中图7(a)、7(b)、7(c)分别为变量 X_1 、 X_2 和 X_3 的归一化区间过程图像。图7(d)为三个变量的区间重要性测度柱状图。

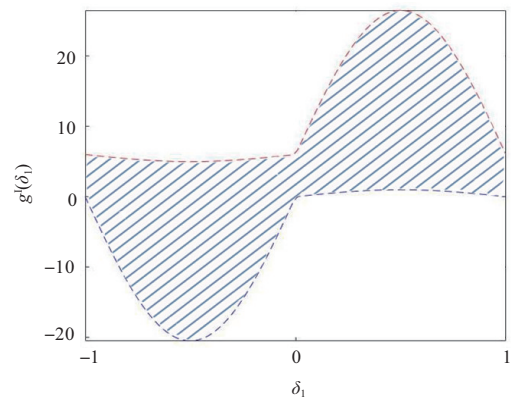
图7中各输出响应的区间上下界均为 $Y^u = 26.5$, $Y^l = -20.5$, X_2 的阴影面积 A_{process} 的占比远大于 X_1 、 X_3 的占比,故 X_2 是对于输出的影响最小的输入量。图7(d)中给出了各输入变量的重要性测度排序结果,三个输入的重要性测度

分别为 $C_1 = 0.609$, $C_2 = 0.128$, $C_3 = 0.662$,可知 X_3 为对输出影响最大的输入量。

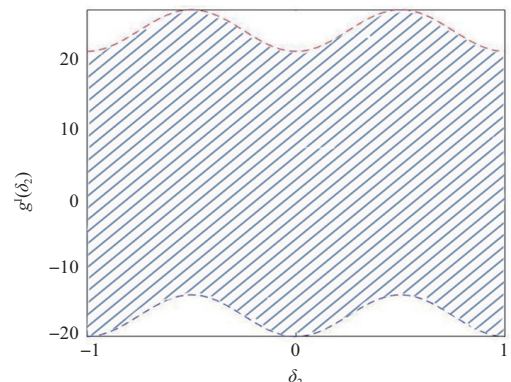
仅根据指标大小排序,可得出 X_1 、 X_3 的重要性相差不大,即 $X_3 \approx X_1 > X_2$ 。然而仅由图像面积得出的指标 C_i 在图像形状上有一定的局限性,由图7(a)和7(c)可知, X_1 、 X_3 两图像在两边缘处差别很大,当略微减小各输入区间离差后, X_1 阴影部分面积占比略微增加,而 X_3 由于上下界降低较多,阴影部分面积占比大幅度增加,从而大幅减小输入变量 X_3 对于输出的影响。因此可认为在 X_1 与 X_3 的重要性测度近似的情况下, X_3 的重要性测度对于其离差和中值等参数的灵敏度较高。

将三个输入量的重要性测度分别对各个输入的离差和中值参数求灵敏度,结果见表2。

由表2可知,各输入量的重要性测度对于 X_2 的离差和中值的灵敏度均很小,这进一步验证了变量 X_2 对于输出响应的较小影响;而各输入量的区间重要性测度对于 X_3 的中值和离差的变化较为敏感,其中 C_2 对于 X_3 的中值 δ_3^c 的灵敏度达到了 ± 5.232 。而对于 X_1 的中值和离差参数比较敏感的只有其本身的指标 C_1 ,相比于 X_3 参数的灵敏度较低。所以对于重要性测度差别不大的 C_1 与 C_3 ,通过分析其参数灵敏度可以得



(a) 变量 X_1 的归一化区间过程图像



(b) 变量 X_2 的归一化区间过程图像

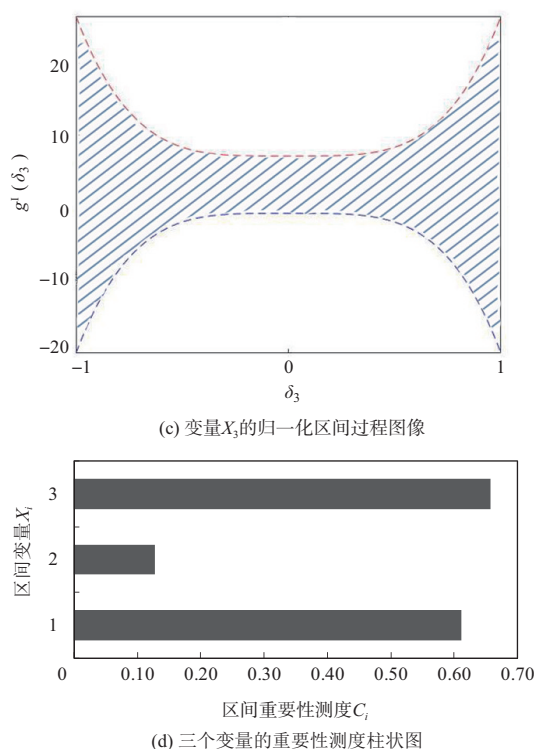


图7 Ishigami测试函数归一化区间过程及其重要性测度指标 C_i
Fig.7 Ishigami test function normalized interval process and its importance measure index C_i

表2 Ishigami测试函数重要性测度的参数灵敏度
Table 2 The parameter sensitivity of the importance measurement of the Ishigami test function

C_i	σ_{μ}^i		σ_{σ}^i	
$C_1=0.609$	σ_{1r}^1	0.514	σ_{1c}^1	0.006
	σ_{2r}^1	-0.001	σ_{2c}^1	0.001
	σ_{3r}^1	0.489	σ_{3c}^1	-1.024
$C_2=0.128$	σ_{1r}^2	0	σ_{1c}^2	0
	σ_{2r}^2	-0.001	σ_{2c}^2	0
	σ_{3r}^2	-0.848	σ_{3c}^2	± 5.232
$C_3=0.662$	σ_{1r}^3	0	σ_{1c}^3	0
	σ_{2r}^3	-0.011	σ_{2c}^3	-0.002
	σ_{3r}^3	0.903	σ_{3c}^3	± 2.168

出较明确的结论,即输入量的重要程度为 $X_3 > X_1 > X_2$ 。

2.3 某发射装置弹射机构故障树分析

弹射机构是发射装置中的重要组成部分,涉及动力组件、控制电路以及执行机构等环节^[16],任何环节的故障都会影响到发射装置的正常运行。下面将采用故障树分析法(FTA)^[17]对发射装置弹射机构及其影响因素进行分析,并通过区间过程重要性测度分析找出影响弹射性能的薄弱环节。

假设发射装置工作时,软件工作正常,载机及载机与发

射装置的接口工作正常,将“弹射机构无法弹射”作为顶事件建立故障树^[18]如图8所示。其中, P_1 为弹射机构故障, P_2 为弹射动力组件故障, P_3 为电路盒故障, P_4 为构件故障, P_5 为连接轴断裂, P_6 为电压不足, P_7 为控制板电路故障^[19], $X_1 \sim X_{22}$ 分别为电缆故障、前支撑断裂、前推臂断裂、后支撑断裂、后推臂断裂、连接轴1~4断裂、慢速阀故障、导阀故障、主阀故障、软件故障、滤波器故障、直流电源(DC)模块故障、前端稳压模块故障、时钟晶振失效、数字信号处理(DSP)系统失效、叠加连接器失效、可编程逻辑器件失效、数模转换(D/A)器件失效和电源基准失效^[20]。

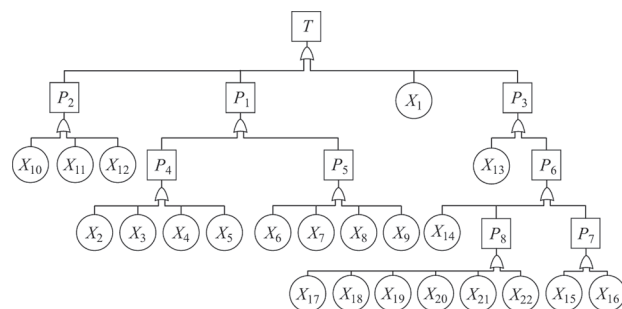


图8 弹射机构故障树

Fig.8 Fault tree of ejection mechanism

为保证计算的误差较小,提高计算准确性,将各事件失效概率设置为实际值的1000倍,并取10%的概率区间上下限,得到的各事件失效概率见表3。

假设底事件相互独立,且故障树最小割集相互独立,则可用式(26)的独立近似计算方法^[21]计算顶事件

$$P(T) = 1 - \prod_{i=1}^n [1 - P(X_i)] \quad (26)$$

计算求得各器件重要性测度如图9所示,其中图9(a)为各变量的归一化区间过程对比图像,图9(b)各变量的重要性测度柱状图。

由计算结果可知,失效概率较低的结构件和液压元件在弹射系统故障分析中的重要程度较低,而底事件中的电子元器件的失效是引起弹射机构失效的主要原因,其中滤波器、前端稳压模块、DSP系统、叠加连接器的指标值超过了0.12,应重点关注。

由于输出响应与各输入变量具有很强的线性相关性,故对于中值的灵敏度几乎均为0。故仅将每个事件的重要性测度对其自身的离差求灵敏度,并列于表4中。

由表4可看出,线性关系较高的变量的区间重要性测度与其自身的离差灵敏度基本呈正相关关系,故仅考虑重要性测度指标 C_i 便可得出较严谨的重要性程度排序。

表3 各事件及其故障发生概率

Table 3 Events and their probabilities of failure

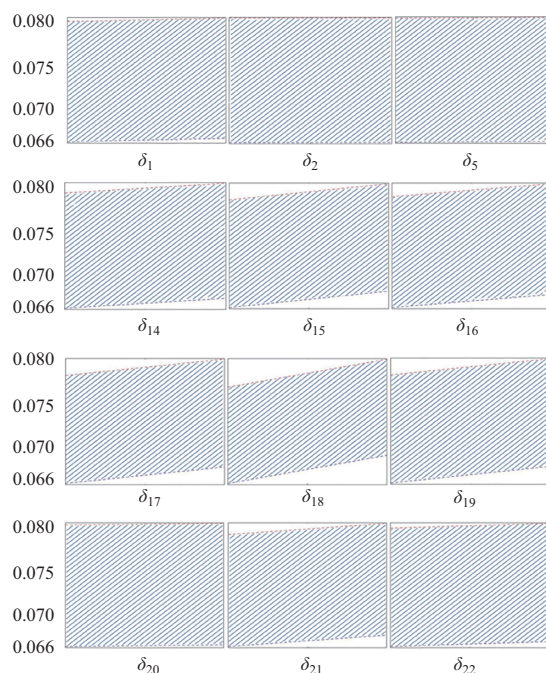
事件	故障发生方式	失效概率 $\times 10^{-3}$
X_1	电缆故障	[1.98, 2.42]
X_2	前支撑断裂	[0.09, 0.11]
X_3	前推臂断裂	[0.09, 0.11]
X_4	后支撑断裂	[0.09, 0.11]
X_5	后推臂断裂	[0.36, 0.44]
X_6	连接轴1断裂	[0.09, 0.11]
X_7	连接轴2断裂	[0.09, 0.11]
X_8	连接轴3断裂	[0.09, 0.11]
X_9	连接轴4断裂	[0.09, 0.11]
X_{10}	慢速阀故障	[0.09, 0.11]
X_{11}	导阀故障	[0.09, 0.11]
X_{12}	主阀故障	[0.09, 0.11]
X_{13}	软件故障	[0.09, 0.11]
X_{14}	滤波器故障	[5.40, 6.60]
X_{15}	DC模块故障	[9.0, 11.0]
X_{16}	前端稳压模块故障	[7.20, 8.80]
X_{17}	时钟振晶失效	[9.0, 11.0]
X_{18}	DSP系统失效	[15.3, 18.7]
X_{19}	叠加连接器失效	[9.0, 11.0]
X_{20}	编程逻辑器件失效	[0.90, 1.10]
X_{21}	D/A器件失效	[6.30, 7.70]
X_{22}	电源基准失效	[2.70, 3.30]

选取底事件 X_1 、 X_{16} 、 X_{17} 、 X_{18} ,将其区间重要性测度对其余变量的离差求灵敏度,并列于表5中。由表5可得出,离差灵敏度大小与底事件的重要度大小,以及其余事件的重要度大小均有相关性,即改变失效概率较大的区间的离差时对其余变量的重要性测度有更大的抑制作用,且其余重要性测度越大,受到的抑制作用越强。

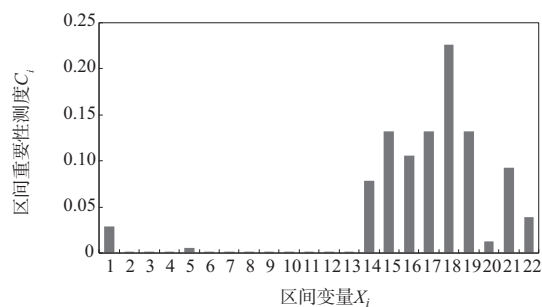
3 结束语

本文详细研究了区间过程重要性测度的定义及其区间图像,讨论了该指标的直观性、简洁性等优势,提出了基于偏导数的区间过程重要性测度对于输入参数中值和离差的灵敏度补充分析指标,并推导了该指标的部分特征。研究了两个数值算例和一个工程实例,验证区间过程重要性测度和提出的局部灵敏度指标的合理性。结果表明,区间过程重要性测度指标对于线性和非线性的算例均可给出有说服力的输入参数的重要性排序结果。对于线性较高的算例,补充局部灵敏度指标与重要性测度指标呈正相关关系,中值灵敏度较小,离差灵敏度较大。而对于非线性较高的算例,补充灵敏度指标则更能反映出不同的输入参数在边界上对于输出响应的影响程度的差异。

AST



(a) 各变量的归一化区间过程对比图像



(b) 各变量的重要性测度柱状图

图9 故障树各底事件区间重要性测度指标 C_i Fig.9 The importance measure index C_i of each bottom event interval of fault tree

参考文献

- [1] 许焕卫, 李沐峰, 王鑫, 等. 基于灵敏度分析的区间不确定性稳健设计[J]. 中国机械工程, 2019, 30(13): 1545-1551.
Xu Huanwei, Li Mufeng, Wang Xin, et al. Interval uncertainty robust design based on sensitivity analysis[J]. China Mechanical Engineering, 2019, 30(13): 1545-1551. (in Chinese)
- [2] 邱志平, 王晓军. 结构灵敏度分析的区间方法[J]. 兵工学报, 2005, 26(6): 798-802.
Qiu Zhiping, Wang Xiaojun. Interval method for structural sensitivity analysis[J]. Acta Armamentarii, 2005, 26(6): 798-802. (in Chinese)
- [3] Cannavó F. Sensitivity analysis for volcanic source modeling

表 4 故障树底事件重要性测度及其离差灵敏度

Table 4 Fault tree bottom event importance measure and its deviation sensitivity

事件	重要性测度 C_i	离差灵敏度 σ_{π}^i
X_1	0.02884	0.05601
X_2	0.00131	0.00261
X_3	0.00131	0.00261
X_4	0.00131	0.00261
X_5	0.00523	0.00513
X_6	0.00131	0.00261
X_7	0.00131	0.00261
X_8	0.00131	0.00261
X_9	0.00131	0.00261
X_{10}	0.00131	0.00261
X_{11}	0.00131	0.00261
X_{12}	0.00131	0.00261
X_{13}	0.00131	0.00261
X_{14}	0.07895	0.14543
X_{15}	0.13211	0.22931
X_{16}	0.10547	0.18870
X_{17}	0.13211	0.22931
X_{18}	0.22618	0.35005
X_{19}	0.13211	0.22931
X_{20}	0.01309	0.02584
X_{21}	0.09220	0.16739
X_{22}	0.03935	0.07561

表 5 部分底事件的离差对其余事件的测度灵敏度

Table 5 The measure sensitivity of the deviation of some bottom events to other events

事件	C_i	σ_{1r}^i	σ_{16r}^i	σ_{17r}^i	σ_{18r}^i
X_1	0.029	—	-0.003	-0.004	-0.007
X_{16}	0.106	-0.003	—	-0.014	-0.024
X_{17}	0.132	-0.004	-0.014	—	-0.030
X_{18}	0.226	-0.007	-0.024	-0.030	—

quality assessment and model selection[J]. Computers & Deosciences, 2012, 44: 52-59.

- [4] Cui Lijie, Lu Zhenzhou, Wang Qi. Parametric sensitivity analysis of the importance measure[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2012, 28: 482-491.
- [5] Sobol I M. Sensitivity estimates for nonlinear mathematical models[J]. Mathematical Modelling and Computational Experiments, 1993, 1: 407.
- [6] Borgonovo E. A new uncertainty importance measure[J]. Reliability engineering and system safety, 2007,92(6): 771-784.
- [7] Cui Lijie, Lu Zhenzhou, Zhao Xinpan. Moment-independent importance measure of basic random variable and its

probability density evolution solution[J]. Science China Technological Sciences, 2010, 53: 1138-1145.

- [8] 苏静波. 工程结构不确定性区间分析方法及其应用研究[D]. 南京: 河海大学, 2006.
- Su Jingbo. Research on interval analysis method of engineering structure uncertainty and its application[D]. NanJing: Hohai University, 2006. (in Chinese)
- [9] Moens D, Vandepitte D. Interval sensitivity theory and its application to frequency response envelope analysis of uncertain structures[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2007, 196(21-24): 2486-2496.
- [10] Wang Wenxuan, Zhou Changcong, Gao Hangshan, et al. Application of non-probabilistic sensitivity analysis in the optimization of aeronautical hydraulic pipelines[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2018, 57: 2177-2191.
- [11] Chang Qi, Zhou Changcong, Valdebenito M A, et al. A novel sensitivity index for analyzing the response of numerical models with interval inputs[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2022, 400: 115509.
- [12] 李贵杰. 主客观不确定性结构可靠性分析方法研究[D]. 西安: 西北工业大学, 2015.
- Li Guijie. Research on structural reliability analysis method with subjective and objective uncertainty[D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2015. (in Chinese)
- [13] Chang Qi, Zhou Changcong, Wei Pengfei, et al. A new non-probabilistic time-dependent reliability model for mechanisms with interval uncertainties[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2021, 215: 107771.
- [14] Faes M, Broggi M, Patelli E, et al. A multivariate interval approach for inverse uncertainty quantification with limited experimental data[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 118: 534-548.
- [15] Nickabadi A, Ebadzadeh M M, Safabakhsh R. A novel particle swarm optimization algorithm with adaptive inertia weight[J]. Applied Soft Computing, 2011, 11(4):3658-3670.
- [16] Nedic A, Ozdaglar A. Distributed subgradient methods for multi-agent optimization[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2009, 54(1): 48-61.
- [17] 姜维. 故障树分析技术在某型发射装置弹射机构中的应用[J]. 兵工自动化, 2016, 35(1): 28-29,41.

- Jiang Wei. Application of fault tree analysis technology in ejection mechanism of a certain type of launcher[J]. Ordnance Industry Automation, 2016, 35(1): 28-29,41. (in Chinese)
- [18] 艾凤明, 梁兴壮, 董润, 等. 军用飞机供电系统故障预测与健康健康管理关键技术[J]. 航空科学技术, 2023, 34(2): 86-95.
- Ai Fengming, Liang Xingzhuang, Dong Run, et al. Key technologies of fault prediction and health management for power supply and distribution system of military aircraft[J]. Aeronautical Science & Technology, 2023, 34(2): 86-95. (in Chinese)
- [19] GJB-Z768A—1998 故障树分析指南[S]. 国防科学技术工业委员会, 1998.
- GJB-Z768A—1998 Guidelines for fault tree analysis[S]. National Defense Science and Technology Industry Commission, 1998. (in Chinese)
- [20] 辛富康, 雷华金, 王攀. 气动减速系统阻力伞锁机构可靠性分析[J]. 航空科学技术, 2023, 34(5): 80-86.
- Xin Fukang, Lei Huajin, Wang Pan. Reliability analysis of resistance parachute locking mechanism of pneumatic deceleration system[J]. Aeronautical Science & Technology, 2023, 34(5): 80-86. (in Chinese)
- [21] 孙红梅, 牟明明, 高磊. 故障树分析法的定性和定量分析研究[J]. 电子产品可靠性与环境试验, 2023, 41(3): 22-26.
- Sun Hongmei, Mou Mingming, Gao Lei. Qualitative and quantitative analysis of fault tree analysis method[J]. Electronic Product Reliability and Environmental Testing, 2023, 41(3): 22-26. (in Chinese)

Study on Interval Parameter Sensitivity Analysis and Its Application to Fault Tree of Ejection Mechanism

Feng Aobo^{1,2}, Chang Qi¹, Lei Huajin³, Ma Fangyun³, Liu Fuchao¹, Zhou Changcong¹

1. Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China

2. China Electronics Technology Group Corporation 54th Research Institute, Shijiazhuang 050050, China

3. AVIC Hangyu Life-Saving Equipment Co., Ltd., Xiangyang 441003, China

Abstract: Sensitivity analysis can help designers avoid wasting computing resources on factors that have little or no impact in optimization design. Interval sensitivity analysis is a common sensitivity analysis method under the lack of information. This paper studies the importance measurement index that reflects the influence degree of input variables on the change of output value when they change in the interval, discusses its advantages, and puts forward the sensitivity analysis of the index to local parameters. Based on the measure and sensitivity analysis index, the application research is carried out on the numerical example and an ejection system fault tree engineering example, which verifies the practical significance of the measurement and sensitivity analysis. The research in this paper can provide an effective tool for sensitivity analysis when the amount of information is scarce in practical engineering problems.

Key Words: interval analysis; importance measurement; parametric sensitivity; ejection system; fault tree analysis

Received: 2024-05-09; **Revised:** 2024-08-18; **Accepted:** 2024-11-04

Foundation item: Aeronautical Science Foundation of China(20200029053001); Fundamental Research Funds for the Central Universities(G2023KY05106)