

# 模糊失效状态下时变可靠性分析的 单层自适应半代理模型方法



员婉莹<sup>1,2</sup>, 潘玥<sup>1</sup>, 王喆<sup>3</sup>, 陈向明<sup>3</sup>, 王燕萍<sup>1,2</sup>

1. 西北工业大学, 陕西 西安 710072

2. 飞行器基础布局全国重点实验室, 陕西 西安 710072

3. 中国飞机强度研究所 强度与结构完整性全国重点实验室, 陕西 西安 710065

**摘要:**在实际工程中,时变性与模糊性耦合的现象普遍存在,导致评估系统可靠性时面临模型复杂和计算规模庞大的困难。针对这一问题,从单层解耦结合自适应半代理模型的角度出发,本文提出了模糊失效状态下的时变可靠性分析的高效算法。首先,基于单层解耦将模糊边界通过辅助变量嵌入时变功能函数中,将模糊边界时变可靠性分析等价转换为高维二态假设下的时变可靠性分析;其次,本文借助 Kriging 代理模型的高斯特性,推导了原始时变功能函数代理模型与等价高维时变功能函数代理模型之间的互推关系,建立了仅代理原始功能函数求解等价高维二态假设下时变可靠性分析的单层半代理模型法;最后,通过数值算例和复合材料机翼模型分析结果验证了所提方法的高效性和准确性。本文所提方法可高效评估复杂工程系统在模糊失效状态下的时变可靠性,为优化和提高系统的安全性与可靠性提供理论指导。

**关键词:**模糊失效状态;时变可靠性;单层次;半代理;Kriging 代理模型

中图分类号:V19

文献标识码:A

DOI: 10.19452/j.issn1007-5453.2025.02.008

可靠性分析是指结构、机构或产品在规定的使用条件下完成规定功能的能力<sup>[1]</sup>。传统的可靠性分析模型认为只有达到累积损伤极限时结构才会发生失效,从安全状态过渡到失效状态是一个突变的过程<sup>[2]</sup>。在实际情况中,由于缺乏失效阈值的统计数据、认知水平的限制和结构的逐渐退化等,结构的破坏状态与安全状态之间往往具有模糊特性。

近年来,已有许多学者针对模糊可靠性分析进行了研究,Cai Kaiyuan<sup>[3-5]</sup>和 Onisawa<sup>[6]</sup>等建立了模糊失效状态下基于模糊失效隶属函数的可靠性分析模型,即概率输入和模糊状态假设模型,简称 Profust 模型。求解模糊失效可靠性最基本的方法是蒙特卡罗模拟(MCS)法。MCS 法具有广泛的适用性,但需要计算大规模的样本才能得到准确结果。针对 MCS 法模拟样本规模庞大而导致的计算耗时问题,Feng Kaixuan 等<sup>[7]</sup>通过子集模拟方法降低了 MCS 法估计

Profust 模型的样本规模。尽管引入高效抽样可以降低模拟样本规模,但对于复杂结构尤其是含有隐式功能函数的问题,数字模拟法仍无法快速实现模糊失效状态下的可靠性分析。为避免数字模拟法中大规模复杂结构重分析,自适应 Kriging 代理模型结合 MCS(AK-MCS)法被用于估计模糊失效概率<sup>[8]</sup>,通过将样本空间划分为绝对安全、绝对失效,以及模糊失效状态三个区域,AK-MCS 方法<sup>[9]</sup>可以分步式应用于模糊失效概率的求解中,极大地提高了模糊失效概率求解的效率和准确性。

然而在实际工程中,由于环境、使用条件和维护等因素的动态变化,结构参数会随时间发生改变,可靠性会呈现出时变性。因此,针对同时存在模糊性和时变性的模糊失效状态下的时变可靠性分析问题进行研究十分重要。Hu Yingshi 等<sup>[10]</sup>通过引入一维服从标准正态分布的辅助变量,将失效边界的模糊性融入时变功能函数中,将模糊失效状

收稿日期: 2024-07-24; 退修日期: 2024-10-28; 录用日期: 2024-12-26

基金项目: 国家自然科学基金(12002237);航空科学基金(20220009053001);重庆市自然科学基金(CSTB2022NSCQ-MSX0861);陕西省科学技术协会青年人才托举计划项目(20230446);广东省基础与应用基础研究基金(2022A1515011515)

引用格式: Yun Wanying, Pan Yue, Wang Zhe, et al. Single-loop adaptive semi-surrogate model method for time-dependent reliability analysis under fuzzy failure states[J]. Aeronautical Science & Technology, 2025, 36(02): 91-101. 员婉莹, 潘玥, 王喆, 等. 模糊失效状态下时变可靠性分析的单层自适应半代理模型方法[J]. 航空科学技术, 2025, 36(02): 91-101.

态下的时变可靠性分析等价转换为二态假设下的时变可靠性分析,最后通过单层Kriging代理模型法<sup>[11]</sup>求解二态假设下的时变可靠性。该方法需建立广义时变功能函数的Kriging代理模型,其维度相对于原问题的功能函数将升高一维,增加了模型复杂度和训练样本规模,这将导致计算耗时的问题。

为了解决上述单层Kriging代理模型法存在的代理模型维度困难问题,本文提出了单层半代理模型法,所提算法利用原始时变功能函数代理模型与广义时变功能函数代理模型之间的互推关系,通过仅代理原始时变功能函数建立广义时变功能函数的Kriging代理模型,进而求解模糊失效状态下的时变可靠性。本文所提方法能够降低代理模型的复杂程度,并显著提高模糊失效状态下时变可靠性的求解效率<sup>[12]</sup>。

## 1 模糊失效状态下的时变可靠性分析模型及其求解方法

### 1.1 模糊失效状态下的时变可靠性模型

记 $\mathbf{X} = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}^T$ 为 $n$ 维随机输入变量矩阵, $t$ 为时间变量,时间观察区间为 $t \in [t_0, t_s]$ ,设时变功能函数为 $g(\mathbf{X}, t)$ ,令 $g_{\min}(\mathbf{X}) = \min_{t \in [t_0, t_s]} g(\mathbf{X}, t)$ ,则模糊失效状态下时变功能函数关于模糊失效域 $\tilde{F}$ 的隶属函数 $\mu_{\tilde{F}}(g_{\min}(\mathbf{X}))$ 如图1所示,图中 $\lambda \in [0, 1]$ 为 $g_{\min}(\mathbf{X})$ 对应失效的隶属度。建立模糊失效状态下的时变可靠性分析模型如式(1)所示

$$P_f(t_0, t_s) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mu_{\tilde{F}}(g_{\min}(\mathbf{x})) f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = \int_0^1 \text{Prob}\{g_{\min}(\mathbf{x}) \leq \mu_{\tilde{F}}^{-1}(\lambda)\} d\lambda \quad (1)$$

式中, $\text{Prob}\{\cdot\}$ 为概率算子, $\mu_{\tilde{F}}^{-1}(\cdot)$ 为关于模糊失效域 $\tilde{F}$ 的隶属函数的反函数, $\mathbf{x}$ 为随机输入变量矩阵 $\mathbf{X}$ 的实现值矩阵, $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$ 是随机输入变量矩阵 $\mathbf{X}$ 的联合概率密度函数,当输入变量相互独立时有 $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) = \prod_{i=1}^n f_{X_i}(x_i) f_{X_i}(x_i)$ , $i=1, 2, \dots, n$ 是输入变量 $X_i$ 的边缘概率密度函数。

引入与随机输入变量矩阵 $\mathbf{X}$ 独立的服从标准正态分布的辅助变量 $X^{n+1} \sim N(0, 1)$ ,参考文献[10]建立了广义时变功能函数和广义时变清晰失效域为式(2)和式(3)

$$g^e(\mathbf{X}, X^{n+1}, t) = g(\mathbf{X}, t) - \mu_{\tilde{F}}^{-1}(\Phi(X^{n+1})) \quad (2)$$

$$F^e = \left\{ \begin{array}{l} (\mathbf{X}, X^{n+1}): g(\mathbf{X}, t) - \mu_{\tilde{F}}^{-1}(\Phi(X^{n+1})) \leq 0, \\ \exists t \in [t_0, t_s] \end{array} \right\} \quad (3)$$

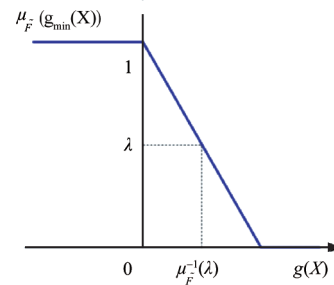


图1  $g_{\min}(\mathbf{X})$ 关于模糊失效域的隶属函数示意图

Fig.1 Membership function diagram of  $g_{\min}(\mathbf{X})$  with respect to fuzzy failure domain

式中, $\Phi(X^{n+1})$ 为辅助变量 $X^{n+1}$ 的累积分布函数。

通过建立广义时变功能函数,模糊失效状态下的时变可靠性分析可等价转换为高维二态假设下的时变可靠性分析,即

$$\hat{P}_f(t_0, t_s) = \int_{F^e} f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) \phi(x^{n+1}) d\mathbf{x} dx^{n+1} = \int_{g_{\min}^e(\mathbf{x}, x^{n+1}) \leq 0} f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) \phi(x^{n+1}) d\mathbf{x} dx^{n+1} \quad (4)$$

式中, $g_{\min}^e(\mathbf{x}, x^{n+1}) = \min_{t \in [t_0, t_s]} g^e(\mathbf{x}, x^{n+1}, t)$ , $\phi(\cdot)$ 为辅助变量 $X^{n+1}$ 的概率密度函数, $x^{n+1}$ 为辅助变量 $X^{n+1}$ 的实现值。

基于式(4),参考文献[10]建立了单层Kriging代理模型分析方法,具体思路及步骤见1.2节。

### 1.2 单层Kriging代理方法

单层Kriging代理模型方法通过自适应建立广义时变功能函数 $g^e(\mathbf{X}, X^{n+1}, t)$ 的Kriging代理模型 $g_k^e(\mathbf{X}, X^{n+1}, t)$ 求解模糊失效状态下的时变失效概率,具体步骤如下:

(1)产生随机输入变量矩阵 $\mathbf{X}$ 、辅助变量 $X^{n+1}$ 和时间参

数 $t$ 的候选样本池矩阵 $\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 & x_1^{n+1} \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{x}_{N_x} & x_{N_x}^{n+1} \end{bmatrix}$ 与 $\mathbf{S}' = \begin{bmatrix} t_1 \\ \vdots \\ t_{N_t} \end{bmatrix}$ ,其中 $N_x$

为随机变量的样本数量,时间 $t \in [t_0, t_s]$ , $N_t$ 为时间变量在时间观察域内离散的样本规模。

(2)产生构建广义时变功能函数的Kriging代理模型的初始训练集矩阵 $\mathbf{T}$ 。从候选样本池中抽取关于随机输入变量矩阵 $\mathbf{X}$ 、辅助变量 $X^{n+1}$ 以及时间 $t$ 的少量样本,放入矩阵

$\mathbf{S}_0 = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 & x_1^{n+1} & t_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{x}_{N_0} & x_{N_0}^{n+1} & t_{N_0} \end{bmatrix}$ ,计算矩阵 $\mathbf{S}_0$ 中样本对应的广义时变功能函数值,形成初始训练样本集矩阵 $\mathbf{T} =$

$\left\{ \bigcup_{k=1}^{N_0} [(\mathbf{x}_k, x_k^{n+1}, t_k), g(\mathbf{x}_k, x_k^{n+1}, t_k)] \right\}$ ,其中 $N_0$ 为初始训练样本

集的容量。

(3) 利用训练样本集矩阵  $\mathbf{T}$  构建广义时变功能函数的 Kriging 代理模型  $g_k^e(\mathbf{X}, X^{n+1}, t)$ 。

(4) 选择更新样本点。首先由式(5)计算  $U$  学习函数的值  $U_{\min}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_i^{n+1})$ , 并根据  $(\mathbf{x}_{i^*}, \mathbf{x}_{i^*}^{n+1}) = \arg \min_{(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_i^{n+1}) \in \mathcal{S}} \{U_{\min}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_i^{n+1})\}$  找出需要更新的  $(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_i^{n+1})$ , 再根据  $t_{j^*}(\mathbf{x}_{i^*}, \mathbf{x}_{i^*}^{n+1}) = \arg \min_{t_j \in \mathcal{S}'} \{U(\mathbf{x}_{i^*}, \mathbf{x}_{i^*}^{n+1}, t_j)\}$  来选择需要更新的  $t_j$ , 得到新的更新点  $(\mathbf{x}_{i^*}, \mathbf{x}_{i^*}^{n+1}, t_{j^*}(\mathbf{x}_{i^*}, \mathbf{x}_{i^*}^{n+1}))$ 。

$$U_{\min}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_i^{n+1}) = \begin{cases} \max_{j \in \mathcal{S}'} U(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_i^{n+1}, t_j) \mu_{g_k}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_i^{n+1}, t_j) \leq 0 \\ \quad \text{且 } U(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_i^{n+1}, t_j) \geq 2, \exists j=1, \dots, N_i \\ \min_{j \in \mathcal{S}'} U(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_i^{n+1}, t_j), \text{其他} \end{cases} \quad (5)$$

式中,  $U(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_i^{n+1}, t_j)$  可由式(6)求得<sup>[12]</sup>, 即

$$U(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_i^{n+1}, t_j) = \frac{|\mu_{g_k}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_i^{n+1}, t_j)|}{\sigma_{g_k}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_i^{n+1}, t_j)} \quad (6)$$

式中,  $\mu_{g_k}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_i^{n+1}, t_j)$  和  $\sigma_{g_k}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_i^{n+1}, t_j)$  为当前广义时变功能函数 Kriging 代理模型在点  $(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_i^{n+1}, t_j)$  处的均值和标准差。

(5) 利用最大相对误差准则判断更新过程的收敛性。当前 Kriging 模型估计模糊失效状态下时变失效概率的最大相对误差可由式(7)求得

$$\varepsilon_r^{\max} = \max_{N_2^* \in (0, N_2^*]} \left\{ \frac{|N_{f2} - N_2^*|}{N_{f1} + N_2^*} \times 100\% \right\} \quad (7)$$

式中,  $N_{f1}$  为  $U_{\min}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_i^{n+1}) \geq 2$  的失效样本个数;  $N_2^*$  为  $U_{\min}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_i^{n+1}) < 2$  的样本个数,  $N_{f2}$  为其中的失效样本个数,  $N_2^*$  为其中真实失效样本个数。

本文采用  $\varepsilon_r^{\max} < 1\%$  作为代理模型更新停止准则, 当该条件满足, 转入第(6)步, 否则计算出更新点相应的广义时变功能函数的值, 并更新训练样本集为  $\mathbf{T} =$

$$\left\{ \mathbf{T} \cup \left( \left( \mathbf{x}_{i^*}, \mathbf{x}_{i^*}^{n+1}, t_{j^*}(\mathbf{x}_{i^*}, \mathbf{x}_{i^*}^{n+1}) \right), \left( g^e(\mathbf{x}_{i^*}, \mathbf{x}_{i^*}^{n+1}, t_{j^*}(\mathbf{x}_{i^*}, \mathbf{x}_{i^*}^{n+1})) \right) \right) \right\}, \text{并返回第(3)步。}$$

(6) 计算失效概率估计值及其变异系数。根据更新结束后的 Kriging 模型  $g_k^e(\mathbf{X}, X^{n+1}, t)$ , 由式(8)和式(9)计算模糊失效状态下的时变失效概率的估计值及其变异系数

$$\hat{P}_f(t_0, t_s) = \sum_{i=1}^{N_i} \hat{I}_{F_k^e}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_i^{n+1}) / N_x \quad (8)$$

$$\text{Cov}(\hat{P}_f(t_0, t_s)) = \sqrt{\frac{1 - \hat{P}_f(t_0, t_s)}{(N_x - 1) \hat{P}_f(t_0, t_s)}} \quad (9)$$

式中,  $F_k^e$  为广义时变功能函数 Kriging 模型对应的广义清晰失效域,  $\hat{I}_{F_k^e}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_i^{n+1})$  为其在点  $(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_i^{n+1})$  处的指示函数, 可由式(10)求得

$$\hat{I}_{F_k^e}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_i^{n+1}) = \begin{cases} 1, & g_k^e(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_i^{n+1}, t_j) \leq 0, \exists j=1, \dots, N_i \\ 0, & g_k^e(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_i^{n+1}, t_j) > 0, \forall j=1, \dots, N_i \end{cases} \quad (10)$$

(7) 根据变异系数判断失效概率计算结果的稳健性, 若变异系数小于 5%, 即  $\text{Cov}(\hat{P}_f(t_0, t_s)) < 5\%$ , 输出模糊失效状态下时变失效概率估计值及其变异系数; 否则, 扩充候选样本池矩阵  $\mathcal{S}$  的规模, 返回第(4)步重新计算。

已有的单层法代理的是广义时变功能函数  $g^e(\mathbf{X}, X^{n+1}, t)$  的 Kriging 代理模型, 其相对原始时变功能函数  $g(\mathbf{X}, t)$  的 Kriging 代理模型将升高一维输入变量, 为了避免广义时变功能函数 Kriging 代理模型的建立带来的升维问题, 而不失单层 Kriging 代理模型的高效性, 本文提出了单层半代理模型方法, 其具体原理和步骤将在第 2 节中详细介绍。

## 2 模糊失效状态下时变可靠性分析的单层半代理方法

为了解决直接构建引入辅助变量的广义时变功能函数的 Kriging 代理模型导致的升维问题, 本节建立了单层半代理模型, 以降低等价高维广义时变功能函数代理模型的复杂度, 提高求解模糊时变失效概率的效率。

### 2.1 方法原理

根据式(2)可以看出广义时变功能函数  $g^e(\mathbf{X}, X^{n+1}, t)$  与原始时变功能函数  $g(\mathbf{X}, t)$  之间存在线性关系, 且  $\mu_F^{-1}(\Phi(X^{n+1}))$  是辅助变量  $X^{n+1}$  的显式函数, 因此可以通过原始时变功能函数  $g(\mathbf{X}, t)$  的 Kriging 代理模型  $g_k(\mathbf{X}, t)$  建立广义时变功能函数的 Kriging 代理模型, 即

$$g_{sk}^e(\mathbf{X}, X_{n+1}, t) = g_k(\mathbf{X}, t) - \mu_F^{-1}(\Phi(X_{n+1})) \quad (11)$$

区别于直接构建的广义时变功能函数 Kriging 模型,  $g_{sk}^e(\mathbf{X}, X_{n+1}, t)$  为通过代理原始时变功能函数  $g(\mathbf{X}, t)$  建立的广义时变功能函数的 Kriging 模型。

由于原始时变功能函数的 Kriging 代理模型  $g_k(\mathbf{X}, t)$  在点  $(\mathbf{x}_i, t_j)$  的最佳线性无偏估计为高斯变量, 即  $g_k(\mathbf{x}_i, t_j) \sim N(\mu_{g_k}(\mathbf{x}_i, t_j), \sigma_{g_k}^2(\mathbf{x}_i, t_j))$ , 因此, 广义时变功能函

数Kriging代理模型 $g_{sk}^e(\mathbf{X}, X_{n+1}, t)$ 在点 $(\mathbf{x}_i, x_i^{n+1}, t_j)$ 的期望和方差分别可通过原始时变功能函数的Kriging代理模型 $g_k(\mathbf{X}, t)$ 的均值和方差及模糊隶属函数反函数在点 $(\mathbf{x}_i, x_i^{n+1}, t_j)$ 的值确定,即式(12)和式(13)

$$\begin{aligned} E(g_{sk}^e(\mathbf{x}_i, x_i^{n+1}, t_j)) &= E(g_k(\mathbf{x}_i, t_j) - \mu_{\bar{F}}^{-1}(\Phi(x_i^{n+1}))) = \\ &= E(g_k(\mathbf{x}_i, t_j)) - E(\mu_{\bar{F}}^{-1}(\Phi(x_i^{n+1}))) = \\ &= \mu_{g_k}(\mathbf{x}_i, t_j) - \mu_{\bar{F}}^{-1}(\Phi(x_i^{n+1})) \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} D(g_{sk}^e(\mathbf{x}_i, x_i^{n+1}, t_j)) &= D(g_k(\mathbf{x}_i, t_j) - \mu_{\bar{F}}^{-1}(\Phi(x_i^{n+1}))) = \\ &= D(g_k(\mathbf{x}_i, t_j)) = \sigma_{g_k}^2(\mathbf{x}_i, t_j) \end{aligned} \quad (13)$$

因此,广义时变功能函数Kriging代理模型的预测均值 $\mu_{g_{sk}^e}$ 和标准差 $\sigma_{g_{sk}^e}$ 与原始时变功能函数Kriging代理模型预测均值 $\mu_{g_k}$ 和标准差 $\sigma_{g_k}$ 在点 $(\mathbf{x}_i, x_i^{n+1}, t_j)$ 处的转换关系为

$$\begin{aligned} \mu_{g_{sk}^e}(\mathbf{x}_i, x_i^{n+1}, t_j) &= \mu_{g_k}(\mathbf{x}_i, t_j) - \mu_{\bar{F}}^{-1}(\Phi(x_i^{n+1})) \\ \sigma_{g_{sk}^e}(\mathbf{x}_i, x_i^{n+1}, t_j) &= \sigma_{g_k}(\mathbf{x}_i, t_j) \end{aligned} \quad (14)$$

基于式(14)的转换关系,式(6)的 $U$ 学习函数可等价表示为

$$\begin{aligned} U(\mathbf{x}_i, x_i^{n+1}, t_j) &= \frac{|\mu_{g_{sk}^e}(\mathbf{x}_i, x_i^{n+1}, t_j)|}{\sigma_{g_{sk}^e}(\mathbf{x}_i, x_i^{n+1}, t_j)} = \\ &= \frac{|\mu_{g_k}(\mathbf{x}_i, t_j) - \mu_{\bar{F}}^{-1}(\Phi(x_i^{n+1}))|}{\sigma_{g_k}(\mathbf{x}_i, t_j)} \end{aligned} \quad (15)$$

基于式(15),可以通过仅建立原始低维时变功能函数的Kriging代理模型 $g_k(\mathbf{X}, t)$ 用以计算已发展的建立高维广义时变功能函数Kriging代理模型计算模糊失效状态下时变可靠性分析中代理模型更新反映计算精度的 $U$ 学习函数。

## 2.2 方法步骤

本文所提方法相应的流程如图2所示,具体实施步骤如下。

(1)产生随机输入变量矩阵 $\mathbf{X}$ ,辅助变量 $X^{n+1}$ 和时间参数 $t$ 的候选样本池矩阵 $\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 & x_1^{n+1} \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{x}_{N_x} & x_{N_x}^{n+1} \end{bmatrix}$ 与 $\mathbf{S}' = \begin{bmatrix} t_1 \\ \vdots \\ t_{N_t} \end{bmatrix}$ ,其中 $N_x$

为随机变量的样本数量,时间 $t \in [t_0, t_s]$ , $N_t$ 为时间变量在时间观察域内离散的样本规模。

(2)产生构建原始时变功能函数的Kriging代理模型的

初始训练集矩阵 $\mathbf{T}$ 。从候选样本池中抽取关于随机输入变量矩阵 $\mathbf{X}$ 和时间 $t$ 的少量样本,放入矩阵 $\mathbf{S}_0 = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 & t_1 \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{x}_{N_0} & t_{N_0} \end{bmatrix}$ 中,

计算矩阵 $\mathbf{S}_0$ 中样本对应的原始时变功能函数值,形成初始训练样本集矩阵 $\mathbf{T} = \left\{ \bigcup_{k=1}^{N_0} [(\mathbf{x}_k, t_k), g(\mathbf{x}_k, t_k)] \right\}$ , $N_0$ 为初始训练样本集的容量。

(3)利用训练样本集矩阵 $\mathbf{T}$ 构建原始时变功能函数的Kriging代理模型 $g_k(\mathbf{X}, t)$ 。

(4)选择更新样本点。首先由式(16)计算 $U$ 学习函数的值 $U_{\min}(\mathbf{x}_i, x_i^{n+1})$ ,并根据 $(\mathbf{x}_{i^*}, x_{i^*}^{n+1}) = \arg \min_{(\mathbf{x}_i, x_i^{n+1}) \in \mathbf{S}} \{U_{\min}(\mathbf{x}_i, x_i^{n+1})\}$ 找出需要更新的 $(\mathbf{x}_i, x_i^{n+1})$ ,再根据 $t_j(\mathbf{x}_{i^*}, x_{i^*}^{n+1}) = \arg \min_{t_j \in \mathbf{S}'} \{U(\mathbf{x}_{i^*}, x_{i^*}^{n+1}, t_j)\}$ 来选择需要更新的 $t_j$ ,得到新的更新点 $(\mathbf{x}_{i^*}, t_j(\mathbf{x}_{i^*}, x_{i^*}^{n+1}))$ 。

$$U_{\min}(\mathbf{x}_i, x_i^{n+1}) = \begin{cases} \max_{j \in \mathbf{S}'} U(\mathbf{x}_i, x_i^{n+1}, t_j) & \mu_{g_{sk}^e}(\mathbf{x}_i, x_i^{n+1}, t_j) \leq 0 \\ \text{且 } U(\mathbf{x}_i, x_i^{n+1}, t_j) \geq 2, \exists j=1, 2, \dots, N_t \\ \min_{j \in \mathbf{S}'} U(\mathbf{x}_i, x_i^{n+1}, t_j) & \text{其他} \end{cases} \quad (16)$$

式中, $U(\mathbf{x}_i, x_i^{n+1}, t_j)$ 为

$$U(\mathbf{x}_i, x_i^{n+1}, t_j) = \frac{|\mu_{g_k}(\mathbf{x}_i, t_j) - \mu_{\bar{F}}^{-1}(\Phi(x_i^{n+1}))|}{\sigma_{g_k}(\mathbf{x}_i, t_j)} \quad (17)$$

式中, $\mu_{g_k}(\mathbf{x}_i, t_j)$ 和 $\sigma_{g_k}(\mathbf{x}_i, t_j)$ 分别为当前原始时变功能函数Kriging模型在点 $(\mathbf{x}_i, t_j)$ 处的均值和标准差。

(5)利用失效概率求解的最大相对误差准则判断更新过程的收敛性。当前Kriging模型估计失效概率的最大相对误差 $\varepsilon_r^{\max}$ 可由式(7)求得。

本文采用 $\varepsilon_r^{\max} < 1\%$ 作为代理模型更新停止准则,当该条件满足时,转入第(6)步;否则计算出更新点相应的功能函数的值 $g(\mathbf{x}_{i^*}, t_j(\mathbf{x}_{i^*}, x_{i^*}^{n+1}))$ ,更新训练样本集矩阵 $\mathbf{T} = \left\{ \mathbf{T} \cup \left( (\mathbf{x}_{i^*}, t_j(\mathbf{x}_{i^*}, x_{i^*}^{n+1})), g(\mathbf{x}_{i^*}, t_j(\mathbf{x}_{i^*}, x_{i^*}^{n+1})) \right) \right\}$ ,并返回第(3)步。

(6)计算失效概率估计值及其变异系数。根据更新结束后的Kriging模型,由式(18)和式(19)计算模糊失效状态下的时变失效概率的估计值及其变异系数,即



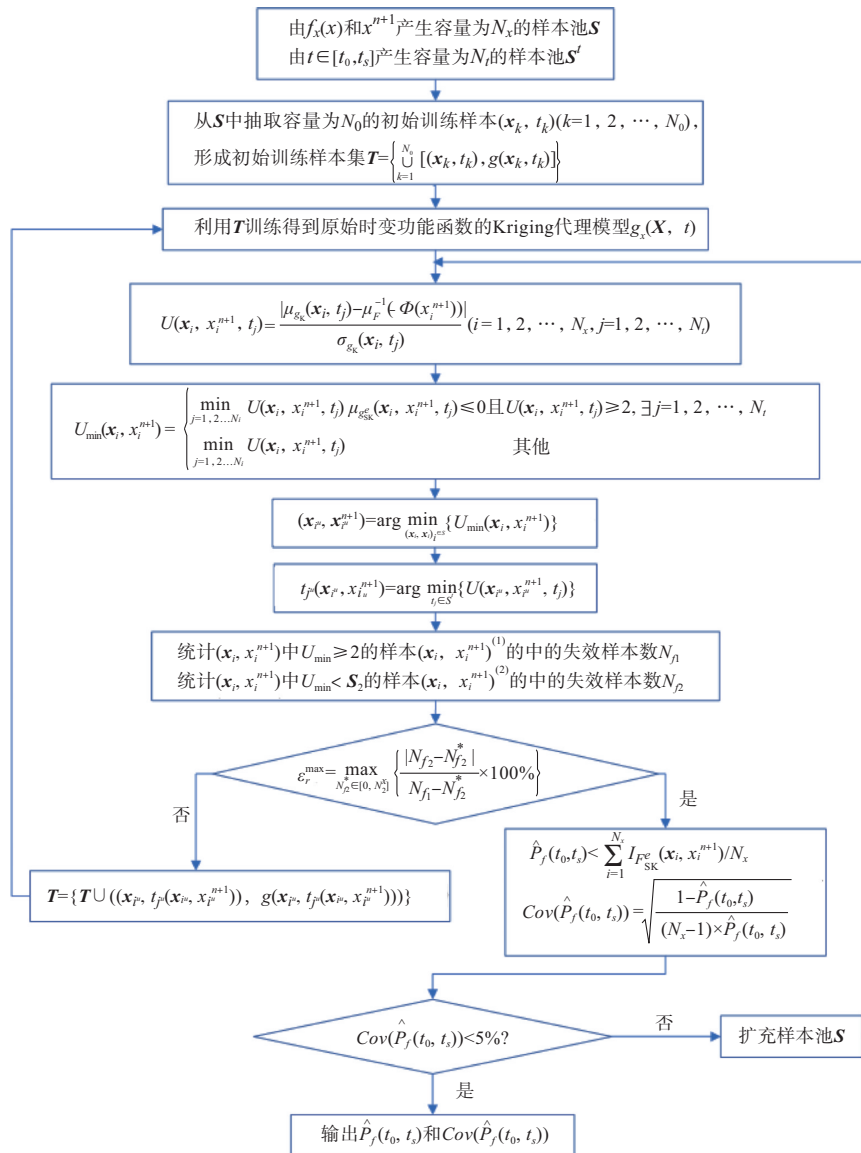


图2 单层半代理方法流程

Fig.2 Single-loop semi-surrogate model method flow chart

$$\hat{P}_f(t_0, t_s) = \sum_{i=1}^{N_x} \hat{I}_{F_{SK}^e}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_i^{n+1}) / N_x \quad (18)$$

$$Cov(\hat{P}_f(t_0, t_s)) = \sqrt{\frac{1 - \hat{P}_f(t_0, t_s)}{(N_x - 1) \hat{P}_f(t_0, t_s)}} \quad (19)$$

式中,  $F_{SK}^e$  为  $g_{SK}^e(\mathbf{X}, \mathbf{X}_{n+1}, t)$  对应的广义清晰失效域,  $\hat{I}_{F_{SK}^e}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_i^{n+1})$  为其在点  $(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_i^{n+1})$  处的指示函数, 可由式(20)求得

$$\hat{I}_{F_{SK}^e}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_i^{n+1}) = \begin{cases} 1, & \min_{j=1, \dots, N_t} g_{SK}^e(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_i^{n+1}, t_j) \leq 0 \\ 0, & \min_{j=1, \dots, N_t} g_{SK}^e(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_i^{n+1}, t_j) > 0 \end{cases} \quad (20)$$

(7)根据变异系数判断失效概率计算结果的稳健性,若变异系数小于5%,即  $Cov(\hat{P}_f(t_0, t_s)) < 5\%$ , 输出模糊失效状态下的时变失效概率估计值及其变异系数; 否则, 扩充候选样本池  $\mathbf{S}$  的规模, 返回第(4)步重新计算。

### 3 算例分析

#### 3.1 悬臂管结构算例

悬臂管结构<sup>[13]</sup>如图3所示, 根据在外力  $F_1, F_2, P$  和扭转力  $T$  作用下悬臂梁的最大应力可建立功能函数如式(21)所示

$$g = \sigma_{\max} \quad (21)$$

式中,  $\sigma_{\max}$  为原点处管顶表面的最大范式等效应力, 其计算公式为式(22)

$$\sigma_{\max} = \sqrt{\sigma_x^2 + 3\tau_{zx}^2},$$

$$\sigma_x = \frac{P + F_1 \sin \theta_1 + F_2 \sin \theta_2}{A} + \frac{M}{I} \quad (22)$$

式中,  $\sigma_x$  为法向应力, 外力  $F_1$ 、 $F_2$  随时间  $t$  变化, 其变化规律分别为  $F_1 = \sin(t)F_{10}$  和  $F_2 = \sin(t/2)F_{20}$ 。面积  $A$ 、弯矩  $M$ 、转动惯量  $I$  和扭转应力  $\tau_{zx}$  可由式(23)给出

$$A = \frac{\pi}{4} [d^2 - (d - 2d_1)^2]$$

$$M = F_1 L_1 \cos \theta_1 + F_2 L_2 \cos \theta_2$$

$$I = \frac{\pi}{64} [d^4 - (d - 2d_1)^4] \quad (23)$$

$$\tau_{zx} = \frac{Td}{4I}$$

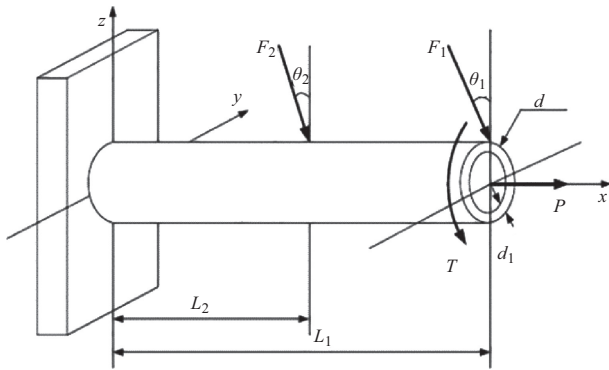


图3 悬臂管模型

Fig.3 A cantilever tube model

悬臂管的最大应力应小于屈服强度, 将屈服强度模糊化, 设其隶属函数为三种情况, 即线性型、半正态型与半柯西型, 具体形式分别如式(24)~式(26), 图4为三个模糊失效域隶属函数的示意图。

$$\mu_{F_1}(g_{\min}) = \begin{cases} 0, & g_{\min} < 328 \text{MPa} \\ \frac{328 - g_{\min}}{-20}, & 328 \text{MPa} \leq g_{\min} \leq 348 \text{MPa} \\ 1, & g_{\min} > 348 \text{MPa} \end{cases} \quad (24)$$

$$\mu_{F_2}(g_{\min}) = \begin{cases} \exp\left(\frac{-(g_{\min} - 348)^2}{300}\right), & g_{\min} < 348 \text{MPa} \\ 1, & g_{\min} \geq 348 \text{MPa} \end{cases} \quad (25)$$

$$\mu_{F_3}(g_{\min}) = \begin{cases} \frac{1}{1 + 1/150(g_{\min} - 348)^2}, & g_{\min} < 348 \text{MPa} \\ 1, & g_{\min} \geq 348 \text{MPa} \end{cases} \quad (26)$$

将  $d_1$ 、 $d$ 、 $F_{10}$ 、 $F_{20}$ 、 $P$ 、 $T$  6个参数作为随机输入变量处理, 其分布形式见表1。在时间观察区间  $t \in [0, 5] \text{min}$  内, 分别采用MCS方法、原始单层法和本文所提单层半代理法来估计

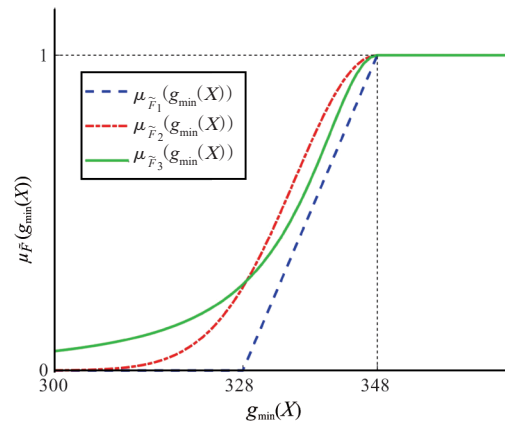


图4 悬臂管结构-隶属函数

Fig.4 The membership function of cantilever tube model

表1 悬臂管模型输入变量的分布类型及参数

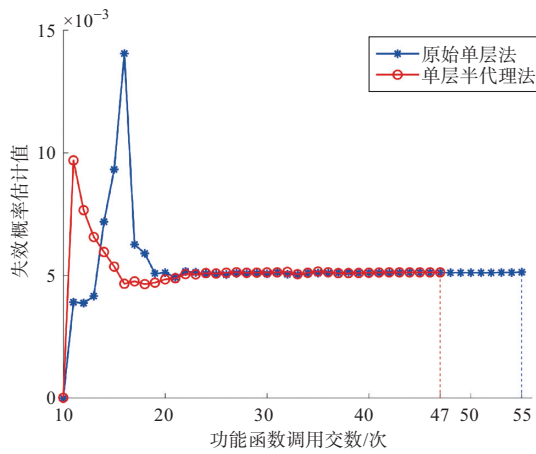
Table 1 Distribution parameters of input variables in cantilever tube model

变量	分布形式	均值	标准差
$d_1/\text{mm}$	正态分布	5	0.1
$d/\text{mm}$	正态分布	42	0.5
$F_{10}/\text{N}$	正态分布	3000	300
$F_{20}/\text{N}$	正态分布	3000	300
$P/\text{N}$	正态分布	12000	1200
$T/(\text{N} \cdot \text{mm})$	正态分布	90000	9000

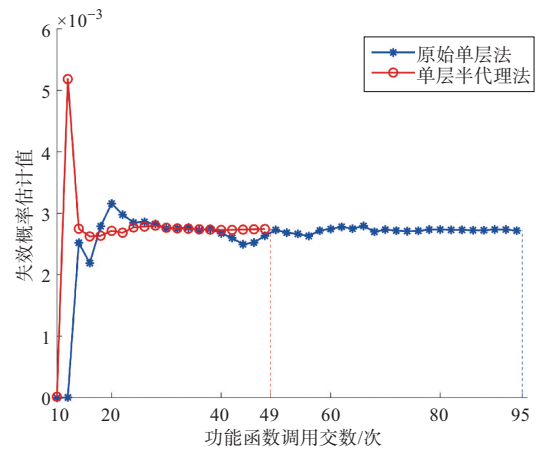
模糊失效状态下的时变失效概率。

图5~图7为不同形式隶属函数下失效概率估计值及其最大相对误差随Kriging代理模型更新过程的变化趋势图。通过对比两种方法失效概率估计值随Kriging代理模型更新过程的变化曲线可以看出, 在保证计算精度的同时, 本文所提方法相对于已有的单层Kriging代理模型法收敛速度更快。

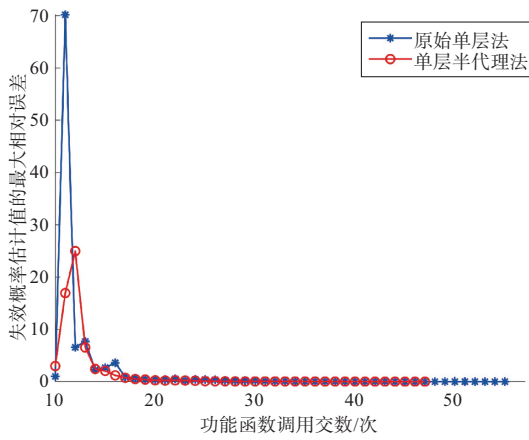
表2列出了在不同形式隶属函数下, 采用三种方法分析悬臂管模型在模糊失效状态下的时变可靠性结果。表2中  $N_{\text{call}}$  表示功能函数调用次数。计算结果表明, 与MCS方法相比, 已有单层法和本文提出方法都能得到准确的结果, 验证了所提方法的准确性。对于半柯西型隶属函数, 所提方法的功能函数调用次数比已有单层法降低了57.5%, 计算时间降低了69.9%; 对于半正态型隶属函数, 所提方法的功能函数相对于已有单层法调用次数降低了48.4%, 计算时间降低了60.1%; 而对于线性型隶属函数, 所提方法的功能函数调用次数相对于已有单层法降低了7.4%, 计算时间降低了17.0%, 三种不同隶属函数下的计算结果说明了本文所提方法的高效性和适用性。此外, 三



(a) 失效概率估计值随功能函数调用次数变化图



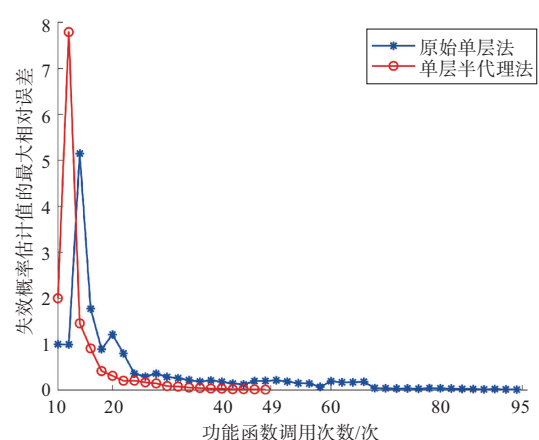
(a) 失效概率估计值随功能函数调用次数变化图



(b) 失效概率估计值最大相对误差随功能函数调用次数变化图

图5 悬臂管模型线性型隶属函数下时变可靠性计算结果示意图

Fig.5 Time-dependent reliability calculation results diagram of cantilever tube model with linear membership function



(b) 失效概率估计值最大相对误差随功能函数调用次数变化图

图6 悬臂管模型半正态型隶属函数下时变可靠性计算结果示意图

Fig.6 Time-dependent reliability calculation results diagram of cantilever tube model with semi-normal membership function

种情况下失效概率估计值的变异系数均小于5%，验证了本文所提方法在不同非线性隶属函数下求解的稳健性。

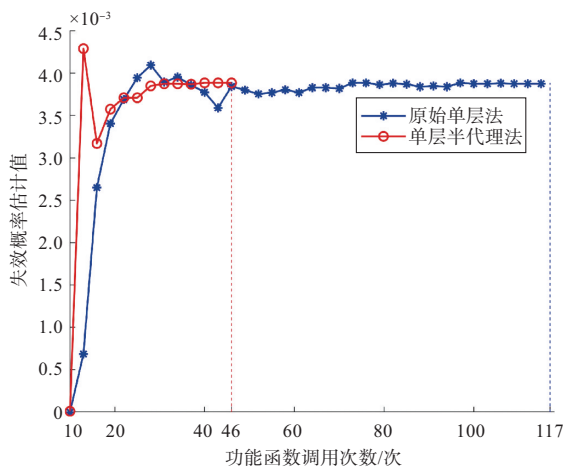
### 3.2 复合材料机翼模型算例

机翼作为提供飞机升力的关键部件，在飞机设计和运行中扮演着十分重要的角色，机翼结构的失效概率分析对于确保飞机的安全服役至关重要<sup>[4]</sup>。本算例中的复合材料机翼结构<sup>[15]</sup>长4.02m，宽1.0m，主要由17根翼肋、3组弦、1根主翼梁和蒙皮组成，其中蒙皮的材料为T-300 3K/91，其余结构的材料为铝合金。图8为简化后的机翼结构的边界条件和载荷示意图，翼根处完全固定，在时间观察区间  $t \in [0, 3]h$  内，翼尖处施加的气动载荷随时间变化，其变化规律为

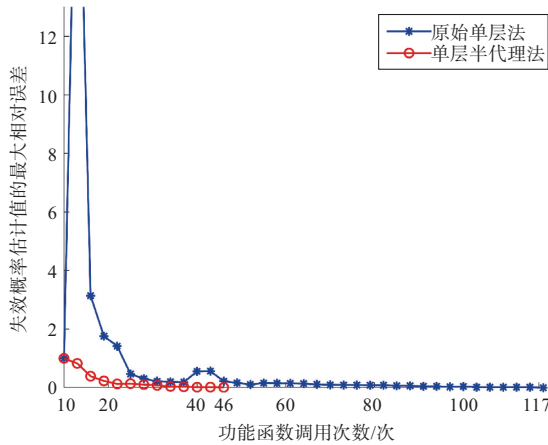
$$F(t) = |250(\cos(t)/6 + 0.3) + F_0| \quad (27)$$

考虑结构的最大位移，建立功能函数为  $g = \Delta^* - \Delta$ ，其中  $\Delta^*$  为最大允许位移， $\Delta = h(E_{Al}, \nu_{Al}, E_{11}, E_{22}, \nu_{23}, G_{12}, G_{23}, F, \theta)$  为随机输入变量的隐式函数。 $E_{11}$  和  $E_{22}$  表示 T-300 3K/91 的弹性模量， $\nu_{23}$  表示 T-300 3K/91 的泊松比， $G_{12}$  和  $G_{23}$  分别表示 T-300 3K/91 的面内剪切模量和面外剪切模量， $\theta$  表示复合材料纤维方向偏离角度， $E_{Al}$  和  $\nu_{Al}$  分别表示铝合金的弹性模量和泊松比，9 个输入变量相互独立且服从正态分布，分布参数见表3。各输入变量取均值时，由仿真软件得到分析结果如图9所示。

设该机翼结构模糊失效域的隶属函数为半正态型，具体形式见式(28)，示意图如图10所示。



(a) 失效概率估计值随功能函数调用次数变化图



(b) 失效概率估计值最大相对误差随功能函数调用次数变化图

图7 悬臂管模型半柯西型隶属函数下时变可靠性计算结果示意图

Fig.7 Time-dependent reliability calculation results diagram of cantilever tube model with Semi-Cauchy membership function

表2 不同隶属函数下时变可靠性的计算结果

Table 2 Time-dependent reliability calculation results under different membership functions

隶属函数	方法	$N_{call}/次$	$\hat{P}_f$	$Cov(\hat{P}_f)$	计算时间/h
线性型	MCS	$2 \times 10^5$	0.0046	0.031	—
	已有单层法	54	0.0046	0.033	3.99
	单层半代理法	50	0.0046	0.033	3.31
半正态型	MCS	$2 \times 10^5$	0.0029	0.042	—
	已有单层法	95	0.0027	0.043	8.84
	单层半代理法	49	0.0028	0.043	3.53
半柯西型	MCS	$2 \times 10^5$	0.0034	0.039	—
	已有单层法	106	0.0033	0.039	10.74
	单层半代理法	45	0.0034	0.039	3.23

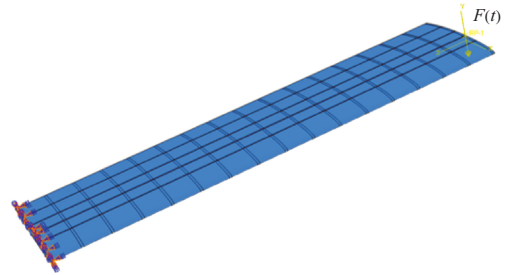


图8 机翼结构边界条件和随时间变化的气动载荷

Fig.8 Boundary conditions and time-dependent aerodynamic loads of wing structures

表3 复合材料机翼模型输入变量分布类型及参数

Table 3 Distribution parameters of input variables in composite wing models

材料名称	变量	分布形式	均值	标准差
铝	$E_{Al}/GPa$	正态分布	72	1.440
	$\nu_{Al}$	正态分布	0.3	0.006
T-300 3K/ 916	$E_{11}/GPa$	正态分布	140	2.800
	$E_{22}/GPa$	正态分布	10.1	0.202
	$\nu_{23}$	正态分布	0.2	0.004
	$G_{12}/GPa$	正态分布	57.7	1.154
	$G_{23}/GPa$	正态分布	40.7	0.814
	$F_0/N$	正态分布	1000	0.05
	$\theta/(^\circ)$	正态分布	0	0.1

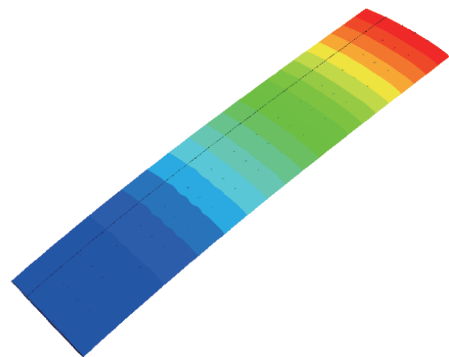


图9 复合材料机翼模型关于位移的有限元结果

Fig.9 Finite element results of displacement for composite wing models

$$\mu_f(g_{\min}(X)) = \begin{cases} \exp[-(g_{\min}(X))^2], & g_{\min}(X) \geq 0 \\ 1, & g_{\min}(X) < 0 \end{cases} \quad (28)$$

本算例分析了分别令位移阈值  $\Delta^* = 119mm$  和  $\Delta^* = 121.5mm$  时的两种情况, 对应不同量级的失效概率, 图11和图12分别对应两种情况下, 失效概率估计值及其最大相对误差随Kriging代理模型更新的变化曲线, 表4为两种情况下的计算结果。计算结果表明, 两种位移阈值下的失效概



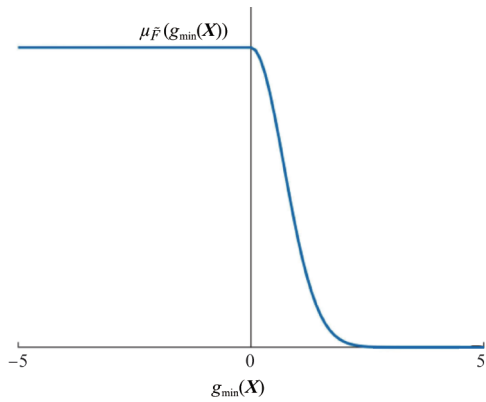
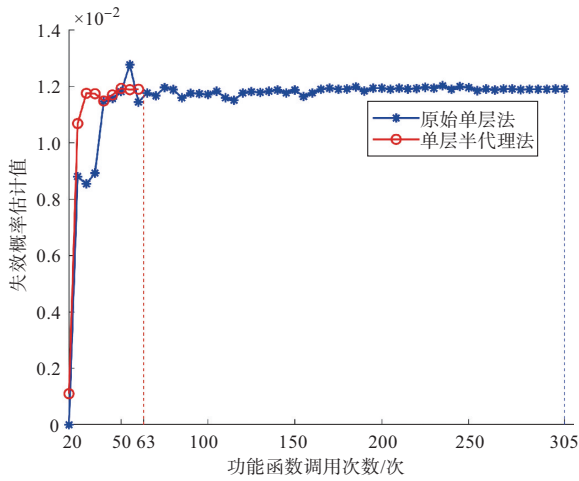
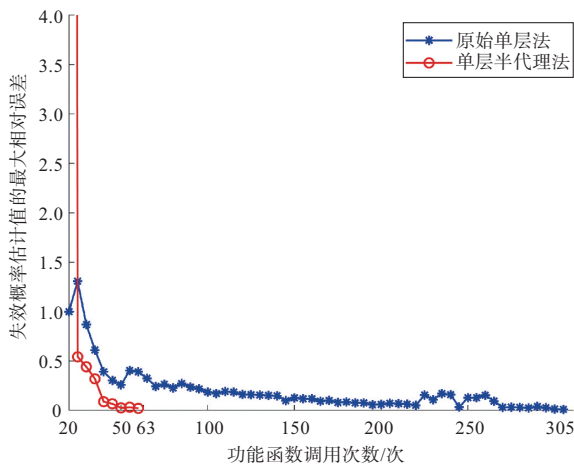


图10 复合材料机翼模型-半正态型隶属函数  
Fig.10 Composite wing models of semi-normal membership function



(a) 失效概率估计值随功能函数调用次数变化图

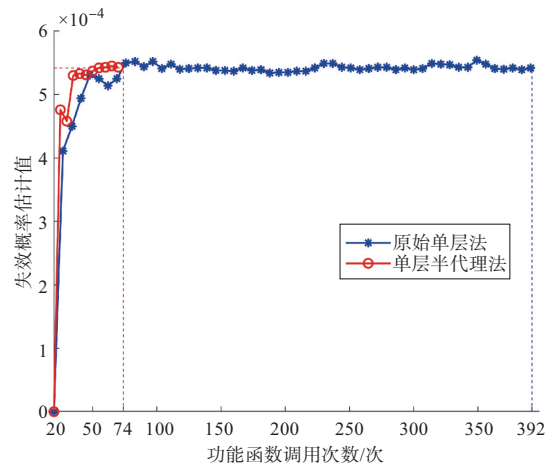


(b) 失效概率估计值最大相对误差随功能函数调用次数变化图

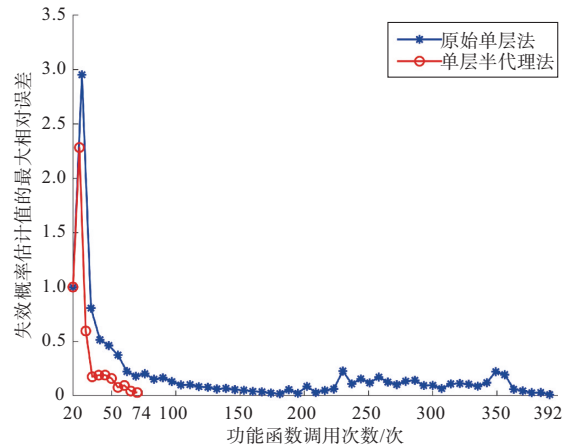
图11  $\Delta^* = 119\text{mm}$ 时复合材料机翼模型的可靠性计算结果示意图

Fig.11 Reliability calculation results diagram of composite wing model at  $\Delta^* = 119\text{mm}$

率估计值分别为0.0119和0.0005,且两种情况下本文所提方法计算所得失效概率估计值的变异系数均小于5%。第一种情况下,所提方法相对于已有单层方法,功能函数调用次数降低了79.3%,计算时间降低了90.6%;第二种情况下,所提方法相对于原始方法,功能函数调用次数降低81.1%,计算时间降低了84.3%,说明保证计算精度和稳健性的同时,本文所提方法极大提高了该机翼结构在模糊失效状态下时变可靠性分析的效率。



(a) 失效概率估计值随功能函数调用次数变化图



(b) 失效概率估计值最大相对误差随功能函数调用次数变化图

图12  $\Delta^* = 121.5\text{mm}$ 时复合材料机翼模型的可靠性计算结果示意图

Fig.12 Reliability calculation results diagram of composite wing model at  $\Delta^* = 121.5\text{mm}$

#### 4 结论

通过研究,可以得出以下结论:

(1)为了提高模糊失效状态下时变可靠性的分析效率,本文提出了单层半代理模型法,所提算法利用原始时变功

表4 复合材料机翼模型在不同位移阈值下的可靠性计算结果  
Table 4 Reliability calculation results of composite wing models under different displacement thresholds

位移阈值	方法	$N_{\text{call}}/\text{次}$	$\hat{P}_f$	$\text{Cov}(\hat{P}_f)$	计算时间/h
$\Delta^* = 119\text{mm}$	原始单层法	305	$1.19 \times 10^2$	0.034	23.66
	单层半代理法	63	$1.19 \times 10^2$	0.034	2.23
$\Delta^* = 121.5\text{mm}$	原始单层法	392	$5.42 \times 10^4$	0.043	192.47
	单层半代理法	74	$5.43 \times 10^4$	0.043	30.14

能函数代理模型与广义时变功能函数代理模型之间的互推关系,通过代理原始时变功能函数建立广义时变功能函数的Kriging代理模型,避免了直接构建广义时变功能函数Kriging代理模型而导致的维度困难问题,极大提高了模糊失效状态下时变失效概率的求解效率。

(2)算例结果表明,本文所提的方法均展现出比原始单层法更高的计算效率,体现了其高效性。此外,针对不同隶属函数下的复杂非线性数值算例和工程算例,单层半代理法计算所得失效概率估计值的变异系数均小于5%,进一步证明了本文所提方法的适用性和稳健性。

AST

## 参考文献

- [1] Barlow R E, Proschan F. Mathematical theory of reliability[S]. Society for Industrial and Applied Mathematics, 1996.
- [2] 黄晓宇,王攀,李海和,等.具有模糊失效状态的涡轮盘疲劳可靠性及灵敏度分析[J].西北工业大学学报,2021,39(6):1312-1319.  
Huang Xiaoyu, Wang Pan, Li Haihe, et al. Fatigue reliability and sensitivity analysis of turbine disk with fuzzy failure status [J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2021, 39(6): 1312-1319. (in Chinese)
- [3] Cai Kaiyuan, Wen Chuanyuan, Zhang Minglian. Fuzzy reliability modeling of gracefully degradable computing systems[J]. Reliability Engineering and System Safety, 1991, 33(1): 141-157.
- [4] Cai Kaiyuan, Wen Chuanyuan, Zhang Minglian. Fuzzy variables as a basis for a theory of fuzzy reliability in the possibility context[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1991, 42(2): 145-172.
- [5] Cai Kaiyuan, Wen Chuanyuan, Zhang Minglian. Fuzzy states as a basis for a theory of fuzzy reliability[J]. Microelectronics Reliability, 1993, 33(15): 2253-2263.
- [6] Onisawa T. An application of fuzzy concepts to modelling of reliability analysis[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1990, 37(3): 267-286.
- [7] Feng Kaixuan, Lu Zhenzhou, Pang Chao, et al. Efficient numerical algorithm of profust reliability analysis: an application to wing box structure[J]. Aerospace Science and Technology, 2019, 80: 203-211.
- [8] Yun Wanying, Lu Zhenzhou, Feng Kaixuan, et al. A novel step-wise AK-MCS method for efficient estimation of fuzzy failure probability under probability inputs and fuzzy state assumption [J]. Engineering Structures, 2019, 183: 340-35.
- [9] 辛富康,雷华金,王攀.气动减速系统阻力伞锁机构可靠性分析[J].航空科学技术,2023,34(5):80-86.  
Xin Fukang, Lei Huajin, Wang Pan. Reliability analysis on drag parachute lock mechanism of aerodynamic deceleration system[J]. Aeronautical Science & Technology, 2023, 34(5): 80-86. (in Chinese)
- [10] Hu Yingshi, Lu Zhenzhou, Lei Jingyu. Time-dependent reliability analysis model under fuzzy state and its safety lifetime model[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2019, 60: 2511-2529.
- [11] Hu Zhen, Mahadevan S. A single-loop Kriging surrogate modeling for time-dependent reliability analysis[J]. Journal of Mechanical Design, 2016, 138(6): 061406.
- [12] Echard B, Gayton N, Lemaire M. AK-MCS: an active learning reliability method combining Kriging and Monte Carlo Simulation[J]. Structural Safety, 2011, 33(2): 145-154.
- [13] Zhang Xiaobo, Lu Zhenzhou, Yun Wanying, et al. Line sampling-based local and global reliability sensitivity analysis [J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2020, 61(1): 267-281.
- [14] 王灏东,桑为民,邱奥祥,等.翼身融合布局与传统布局飞机结冰特性对比分析[J].航空科学技术,2023,34(11):87-95.  
Wang Haodong, Sang Weimin, Qiu Aoxiang, et al. Comparative analysis of icing characteristics between blended-wing-body aircraft and traditional layout aircraft[J]. Aeronautical Science & Technology, 2023, 34(11): 87-95. (in Chinese)
- [15] Li Hanying, Lu Zhenzhou, Jiang Xia, et al. A new learning function for estimating time-dependent failure possibility under fuzzy uncertainty[J]. Engineering with Computers, 2024, 40: 1999-2017.

## Single-loop Adaptive Semi-surrogate Model Method for Time-dependent Reliability Analysis under Fuzzy Failure States

Yun Wanying<sup>1,2</sup>, Pan Yue<sup>1</sup>, Wang Zhe<sup>3</sup>, Chen Xiangming<sup>3</sup>, Wang Yanping<sup>1,2</sup>

1. *Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China*

2. *National Key Laboratory of Aircraft Configuration Design, Xi'an 710072, China*

3. *National Key Laboratory of Strength and Structural Integrity, Aircraft Strength Research Institute of China, Xi'an 710065, China*

**Abstract:** In practical engineering, the phenomenon of coupling between time variability and fuzziness is prevalent, leading to difficulties in evaluating system reliability due to model complexity and large computation scales. To address this issue, this paper proposes an efficient algorithm from a single-loop decoupling perspective combined with an adaptive semi-surrogate model. Firstly, the variable that measures the fuzzy property of failure boundary is embedded into the time-dependent limit state function through an auxiliary variable based on single-loop decoupling, which transforms the time-dependent reliability analysis under fuzzy failure states into an equivalent two states time-dependent reliability analysis with the relatively high-dimensional variables. Secondly, to avoid establishing the surrogate of the complex equivalent time-dependent limit state function with high-dimensional input variables, the relationship of the surrogate models between the original time-dependent limit state function and the equivalent time-dependent limit state function with high-dimensional input variables is derived based on the Gaussian properties of the Kriging model. Then an efficient single-loop semi-surrogate model method for analyzing the time-dependent reliability analysis under fuzzy failure states is constructed. Finally, numerical examples and analyses of composite wing models validate the efficiency and accuracy of the proposed method. This approach enables the efficient evaluation of time-dependent reliability for complex engineering systems under fuzzy failure states, providing a reference for optimizing and enhancing system safety and reliability.

**Key Words:** fuzzy failure state; time-dependent reliability; single-loop method; semi-surrogate; Kriging surrogate model

**Received:** 2024-07-24; **Revised:** 2024-10-28; **Accepted:** 2024-12-26

**Foundation item:** National Natural Science Foundation of China (12002237); Aeronautical Science Foundation of China (20220009053001); Natural Science Foundation of Chongqing (CSTB2022NSCQ-MSX0861); Young Talent Fund of Association for Science and Technology in Shaanxi of China (20230446); Guangdong Basic and Applied Basic Research Foundation (2022A1515011515)