

# 基于领航跟随法的飞行器固定时间与预设性能分布式编队控制



张恒懋<sup>1,2</sup>, 丁一波<sup>1,2</sup>, 岳晓奎<sup>1,2</sup>

1. 西北工业大学, 陕西 西安 710072

2. 西北工业大学深圳研究院, 广东 深圳 518063

**摘要:** 飞行器编队飞行可以充分利用规模优势完成更加复杂的任务, 具有更强的鲁棒性、可拓展性和容错能力。针对飞行器编队系统的队形保持与队形重构阶段, 本文提出了固定时间非奇异终端滑模编队控制器和预设性能队形重构控制器。在控制指令的响应过程中, 飞行器的自动驾驶仪视为有延迟的一阶惯性环节。首先, 将领航跟随法与分布式通信策略结合, 以相邻飞行器的状态信息定义编队跟踪误差。其次, 设计了一种固定时间非奇异终端滑模编队控制器, 滑模面幂次项的取值范围相比传统的非奇异终端滑模面更广, 且设计的变幂次趋近律能根据系统不同状态进行调节, 在固定时间内具有全局快速收敛性。最后, 设计了一种预设性能队形重构控制器, 限定编队位置跟踪误差的超调量、瞬态性能与稳态性能, 保证编队系统在队形重构阶段满足跟踪误差的约束要求。本文通过固定时间非奇异终端滑模编队控制器和预设性能队形重构控制器的设计, 实现了飞行器编队系统的固定时间全局快速收敛以及重构阶段的动态、稳态性能约束。

**关键词:** 固定时间控制; 多飞行器编队; 非奇异终端滑模; 预设性能控制; 领航跟随法; 分布式控制

中图分类号: V249.1/TP273

文献标识码: A

DOI: 10.19452/j.issn1007-5453.2025.03.001

飞行器编队系统是空中作战的重要兵力部署策略。编队系统可对目标进行协同搜索, 还可以根据实时环境和作战条件进行任务的制定和分配, 有效提高突防能力、电子对抗能力和作战能力<sup>[1]</sup>。随着作战环境和条件日益复杂多样, 对编队控制系统的收敛速度以及动态和稳态性能也有了更高的要求。

目前, 飞行器的编队控制方法主要分为领航跟随法、虚拟结构法、基于行为的方法以及基于一致性的方法。其中, 领航跟随法是当下的研究热点, 其原理简单、易于实现且控制精度较高, 跟随者只需获取领导者的状态并与其进行编队保持。针对飞行器编队控制问题, 近年来已有大量研究。吉月辉等<sup>[2]</sup>基于领航跟随法, 提出一种事件触发的预定义时间控制方法, 实现编队飞行器飞行角度的跟踪。杨明月等<sup>[3]</sup>针对多四旋翼无人机的编队保持和防碰撞及机间通信的问题, 设计了一种虚拟结构法和人工势场法相结合的编队控制算法。张尧等<sup>[4]</sup>基于一致性理论和分布式通信拓扑结构, 提出了一种全局固定时间编队控制方案。李波等<sup>[5]</sup>

将模型预测控制和 Standoff 算法相融合, 以保证多无人机系统的航迹规划和编队控制, 降低了编队队形的规划成本和目标丢失的概率。

有限时间控制具有收敛快、鲁棒性强、抗干扰性强等优点, 在飞行器编队控制中得到了广泛的应用<sup>[6-8]</sup>。然而, 有限时间控制的收敛时间上界与系统初始状态相关, 即如果初始状态距平衡点趋近于无穷远或无法获得初始状态信息, 则系统的收敛时间将趋于无穷大或无法计算<sup>[9]</sup>。固定时间控制很好地解决了这一问题, 其收敛时间的上界与初始条件无关, 只与设计参数有关。它既可以在初始状态未知时提前估计出收敛时间, 又保证了收敛时间上界的独立性, 将其应用到飞行器的编队控制领域, 能有效提高编队效率。

编队飞行器在队形重构过程中, 容易出现碰撞现象, 单纯的固定时间控制器难以满足飞行器编队误差的性能约束要求。预设性能控制<sup>[10]</sup>能够精确限定编队位置跟踪误差的超调量、瞬态性能与稳态性能, 从而改善队形重构阶段控制

收稿日期: 2024-09-05; 退修日期: 2024-11-28; 录用日期: 2025-01-17

基金项目: 国家自然科学基金(12372048, 12102343, U2013206); 航空科学基金(2022Z004053001); 中国博士后科学基金(2023M742835); 陕西省科学技术协会青年人才托举计划项目(20220509); 广东省基础与应用基础研究基金(2023A1515011421); 中央高校基本科研业务费专项资金(D5000210833)

引用格式: Zhang Hengmao, Ding Yibo, Yue Xiaokui. Fixed-time and prescribed performance distributed formation control of aircraft based on Leader-follower method[J]. Aeronautical Science & Technology, 2025, 36(03): 1-9. 张恒懋, 丁一波, 岳晓奎. 基于领航跟随法的飞行器固定时间与预设性能分布式编队控制[J]. 航空科学技术, 2025, 36(03): 1-9.

系统的动态和稳态特性,保障编队的安全性。

因此,本文基于领航跟随法<sup>[11]</sup>,采用分布式通信策略,针对编队的队形保持和队形重构阶段,分别设计了固定时间非奇异终端滑模编队控制器和预设性能队形重构控制器。

## 1 飞行器编队控制理论

### 1.1 飞行器动力学模型

考虑飞行器运动学方程为

$$\begin{cases} \dot{X}_i = V_i \cos \theta_i \cos \psi_i \\ \dot{Y}_i = V_i \sin \theta_i \\ \dot{Z}_i = -V_i \cos \theta_i \sin \psi_i \end{cases} \quad (1)$$

式中,  $[X_i \ Y_i \ Z_i]^T$  为飞行器  $i$  在惯性坐标系下的位置坐标,  $i=L, 1, \dots, N$ ;  $i=L$  时, 表示领航飞行器,  $N$  为跟随飞行器的数量。  $V_i$  为飞行器  $i$  的速度,  $\theta_i$  为飞行器  $i$  的航迹倾角,  $\psi_i$  为飞行器  $i$  的航迹偏角。

假定飞行器本身的控制系统是闭环稳定的, 能够跟踪控制指令, 建立飞行器的自动驾驶仪一阶惯性环节<sup>[12]</sup>如图1所示。

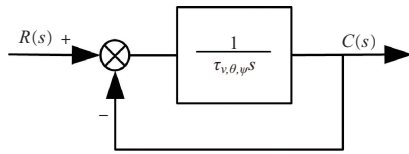


图1 一阶惯性环节

Fig.1 First order inertial element

定义控制输入  $\mathbf{u}_i = [V_{ci} \ \theta_{ci} \ \psi_{ci}]^T$ ,  $V_{ci}$ ,  $\theta_{ci}$  和  $\psi_{ci}$  分别为飞行器  $i$  的速度、航迹倾角指令和航迹偏角指令。飞行器的动力学可表示如下

$$\begin{cases} \dot{V}_i = -(V_i - V_{ci})/\tau_v \\ \dot{\theta}_i = -(\theta_i - \theta_{ci})/\tau_\theta \\ \dot{\psi}_i = -(\psi_i - \psi_{ci})/\tau_\psi \end{cases} \quad (2)$$

式中,  $\tau_v$ 、 $\tau_\theta$ 、 $\tau_\psi$  分别为速度、航迹倾角和航迹偏角控制通道的惯性时间常数。

### 1.2 基于领航跟随法的编队模型

本文采用领航跟随法进行编队控制, 跟随飞行器只需获取领导或相邻飞行器的状态并与其进行编队保持。定义领导航迹坐标系<sup>[13]</sup>  $O_L - X_L Y_L Z_L$ , 如图2所示。坐标系原点  $O_L$  位于领航飞行器的质心,  $O_L X_L$  轴指向速度方向,  $O_L Y_L$  轴垂直向上,  $O_L Z_L$  与之构成右手坐标系。

领航飞行器位置在惯性坐标系下的分量  $[X_L \ Y_L \ Z_L]^T$ , 则跟随飞行器  $i$  的期望位置为

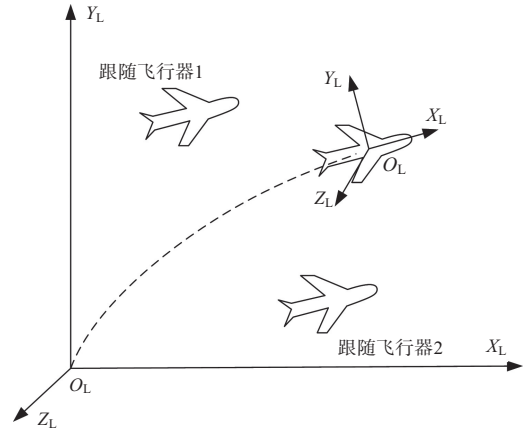


图2 领导航迹坐标系

Fig.2 Leader's ballistic coordinate system

$$\begin{bmatrix} X_{id} \\ Y_{id} \\ Z_{id} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_L \\ Y_L \\ Z_L \end{bmatrix} + \mathbf{T}_2(\psi_L) \mathbf{T}_1(\theta_L) \begin{bmatrix} X_i^* \\ Y_i^* \\ Z_i^* \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中,  $\mathbf{T}_2(\psi_L)$  和  $\mathbf{T}_1(\theta_L)$  为坐标转换矩阵;  $[X_i^* \ Y_i^* \ Z_i^*]^T$  为跟随飞行器在  $O_L - X_L Y_L Z_L$  下的期望位置坐标, 即期望队形。

$$\mathbf{T}_1(\theta_L) = \begin{bmatrix} \cos(\theta_L) & -\sin(\theta_L) & 0 \\ \sin(\theta_L) & \cos(\theta_L) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\mathbf{T}_2(\psi_L) = \begin{bmatrix} \cos(\psi_L) & 0 & \sin(\psi_L) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\psi_L) & 0 & \cos(\psi_L) \end{bmatrix} \quad (5)$$

### 1.3 代数图论

若将每个飞行器视为一个节点, 则编队飞行可以用图论描述。对于一个领导飞行器和  $N$  个跟随飞行器的编队, 其通信结构可由一个  $N$  阶拓扑图  $\mathbf{G}(V, E, \mathbf{A})$  表示。  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_N\}$  表示  $N$  个飞行器节点的集合,  $E = \{(v_i, v_j) \in V \times V, i \neq j\}$  表示边的集合,  $\mathbf{A} = (a_{ij})_{N \times N}$  为邻接矩阵,  $a_{ij}$  为节点  $i$  到  $j$  的权值系数,  $a_{ii} = 0$  且  $a_{ij} = a_{ji} > 0$ 。定义  $e_{ij} = (v_i, v_j) \in V \times V, i \neq j$ , 若满足  $e_{ij} \leftrightarrow e_{ji}$ , 则  $\mathbf{G}$  为无向图。  $\mathbf{G}$  的 Laplacian 矩阵为  $\mathbf{L} = (l_{ij})_{N \times N}$ ,  $i=j$  时  $l_{ij} = \sum_{j=1}^N a_{ij}$ , 否则  $l_{ij} = -a_{ij}$ 。本文通信拓扑为无向图, 有  $\mathbf{L} = \mathbf{L}^T$ 。

定义矩阵  $\mathbf{B} = \text{diag}(b_1, \dots, b_N)$ , 其中当跟随飞行器  $i$  可以接收到领航飞行器的状态信息时,  $b_i = 1$ , 否则  $b_i = 0$ 。

为便于下文对编队误差的定义以及控制器的稳定性证明, 引入两条引理。

引理1<sup>[4]</sup>

已知 $\mathbf{G}$ 是无向图,定义 $\mathbf{H}=\mathbf{L}+\mathbf{B}$ 。如果该无向图连通,且至少存在一个 $b_i>0$ ,则 $\mathbf{H}$ 是对称正定矩阵。

引理2<sup>[4]</sup>

已知矩阵 $\mathbf{C}\in R^{p\times p}$ , $\mathbf{D}\in R^{q\times q}$ ,若两个矩阵均对称且正定,则 $\mathbf{C}\otimes\mathbf{D}$ 也是对阵正定矩阵。其中 $\otimes$ 表示克罗内克(Kronecker)乘积。

## 2 飞行器固定时间编队飞行控制方法设计

### 2.1 固定时间非奇异终端滑模编队控制器设计

由式(3)可定义各跟随飞行器 $i$ 的位置跟踪误差为 $\mathbf{e}_i=[X_i-X_{id} \ Y_i-Y_{id} \ Z_i-Z_{id}]^T$ 。

对 $\mathbf{e}_i$ 求导得

$$\dot{\mathbf{e}}_i=\mathbf{f}_i+\mathbf{G}_{ri}\mathbf{u}_i \quad (6)$$

其中

$$\mathbf{f}_i=-\begin{bmatrix} \ddot{X}_L \\ \ddot{Y}_L \\ \ddot{Z}_L \end{bmatrix}-\begin{bmatrix} \frac{dT_2^2(\psi_L)}{d\psi_L^2}\dot{\psi}_L^2\mathbf{T}_1(\theta_L)+2\frac{dT_2(\psi_L)}{d\psi_L}\dot{\psi}_L\frac{dT_1(\theta_L)}{d\theta_L}\dot{\theta}_L+ \\ T_2(\psi_L)\frac{dT_1^2(\theta_L)}{d\theta_L^2}\dot{\theta}_L^2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} X_i^* \\ Y_i^* \\ Z_i^* \end{bmatrix}-\mathbf{G}_{ri}\begin{bmatrix} V_i \\ \theta_i \\ \psi_i \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\mathbf{G}_{ri}=\mathbf{M}_i\text{diag}(\tau_v, \tau_\theta, \tau_\psi) \quad (8)$$

$$\mathbf{M}_i=\begin{bmatrix} \cos\theta_i\cos\psi_i & -V_i\sin\theta_i\cos\psi_i & -V_i\cos\theta_i\sin\psi_i \\ \sin\theta_i & V_i\cos\theta_i & 0 \\ -\cos\theta_i\sin\psi_i & V_i\sin\theta_i\sin\psi_i & -V_i\cos\theta_i\cos\psi_i \end{bmatrix} \quad (9)$$

引入相邻飞行器 $j$ 的状态信息,则第 $i$ 个跟随飞行器的跟踪误差可以定义为

$$\boldsymbol{\eta}_i=\sum_{j=1}^N a_{ij}(\mathbf{e}_i-\mathbf{e}_j)+b_i\mathbf{e}_i \quad (10)$$

根据式(10)及引理1和引理2,重新定义整个编队系统的跟踪误差为

$$\boldsymbol{\eta}=[\boldsymbol{\eta}_1^T, \dots, \boldsymbol{\eta}_N^T]^T\in R^{3N\times 1}=\mathbf{K}\mathbf{e} \quad (11)$$

式中, $\mathbf{K}=[(\mathbf{L}+\mathbf{B})\otimes\mathbf{I}_3]$ 为对称正定矩阵, $\mathbf{e}=[\mathbf{e}_1^T, \dots, \mathbf{e}_N^T]^T$ 。

采用固定时间控制理论,定义非奇异终端滑模面

$$\mathbf{s}=\text{sig}^\gamma(\dot{\boldsymbol{\eta}})+\sigma_1\text{sig}^p(\boldsymbol{\eta})+\sigma_2\text{sig}^g(\boldsymbol{\eta}) \quad (12)$$

式中, $\text{sig}^{1/\gamma}(\dot{\boldsymbol{\eta}})=\left[\text{sgn}(\dot{\eta}_{im})|\dot{\eta}_{im}|^{1/\gamma}\right]_{3N}^T$ , $i=1, \dots, N$ , $m=1, 2, 3$ 表示

维度, $\sigma_1>0, \sigma_2>0, 1/2<\gamma<1, 1<p<g, p\gamma<1, g\gamma>1$ 。

设计固定时间变幂次趋近律为

$$\dot{\mathbf{s}}=-l_1\text{sig}^{k_1}(\mathbf{s})-l_2\text{sig}^{k_2}(\mathbf{s}) \quad (13)$$

其中

$$k_1=\frac{m_1+1}{2}+\frac{m_1-1}{2}\text{sgn}(\|\mathbf{s}\|-1) \quad (14)$$

$$k_2=\frac{m_2+1}{2}+\frac{1-m_2}{2}\text{sgn}(\|\mathbf{s}\|-1) \quad (15)$$

式中, $m_1>1, 1/2<m_2<1$ 。

由此可设计固定时间终端滑模控制器为

$$\bar{\mathbf{U}}=-\mathbf{K}^{-1}\gamma\text{diag}\left(|\dot{\eta}_{im}|^{1-\frac{1}{\gamma}}\right)_{3N}\left[\left(\sigma_1p|\boldsymbol{\eta}|^{p-1}+\sigma_2g|\boldsymbol{\eta}|^{g-1}\right)\dot{\boldsymbol{\eta}}+l_1\text{sig}^{k_1}(\mathbf{s})+l_2\text{sig}^{k_2}(\mathbf{s})+l_3\text{sat}(\mathbf{s})\right]-\mathbf{f} \quad (16)$$

式中, $\bar{\mathbf{U}}=[(\mathbf{G}_{r1}\mathbf{u}_1)^T, \dots, (\mathbf{G}_{rN}\mathbf{u}_N)^T]^T$ , $\mathbf{f}=[\mathbf{f}_1, \dots, \mathbf{f}_N]^T$ , $\text{sat}(\mathbf{s})=[\text{sat}(s_{im})]_{3N}^T$ 为饱和函数

$$\text{sat}(s_{im})=\begin{cases} \text{sgn}(s_{im}), |s_{im}|\geq\delta \\ \frac{s_{im}}{\delta}, |s_{im}|<\delta \end{cases} \quad (17)$$

式中, $\delta$ 表示边界层,为正常数。

### 2.2 稳定性分析

引理3<sup>[15]</sup>

对于变量 $x$ ,如果其一阶导数满足

$$\dot{x}=-[\alpha\text{sig}^p(x)+\beta\text{sig}^q(x)]^k \quad (18)$$

式中, $\alpha, \beta, p, q$ 和 $k$ 均为正常数,且 $pk<1, qk>1$ 。则变量 $x$ 能够在固定时间内收敛到零,收敛时间 $T$ 满足

$$T_x\leq\frac{1}{\alpha^k(1-pk)}+\frac{1}{\beta^k(qk-1)} \quad (19)$$

定理1

对于非线性系统

$$\dot{x}=-\alpha\text{sig}^{\gamma_1}(x)-\beta\text{sig}^{\gamma_2}(x) \quad (20)$$

式中, $\alpha>0, \beta>0$ 。

$$\gamma_1=\frac{n_1+1}{2}+\frac{n_1-1}{2}\text{sgn}(|x|-1) \quad (21)$$

$$\gamma_2=\frac{n_2+1}{2}+\frac{1-n_2}{2}\text{sgn}(|x|-1) \quad (22)$$

式中, $n_1>1, 1/2<n_2<1$ 。

则系统的平衡点固定时间稳定,且收敛时间 $T_x'$ 满足

$$T_x'\leq\frac{1}{\beta(n_1-1)}\ln\left(\frac{\alpha+\beta}{\alpha}\right)+\frac{1}{\alpha(1-n_2)}\ln\left(\frac{\alpha+\beta}{\beta}\right) \quad (23)$$

证明

定义

$$y=\begin{cases} 1+\ln|x|, |x|>1 \\ |x|^{1-n_2}, |x|\leq 1 \end{cases} \quad (24)$$

求导得

$$\frac{dy}{dt} = \begin{cases} -\alpha e^{(n_1-1)(y-1)} - \beta, & y > 1 \\ -(1-n_2)\alpha y - (1-n_2)\beta, & 0 < y \leq 1 \end{cases} \quad (25)$$

由式(25)可积分得到系统的收敛时间为

$$\begin{aligned} T'_x &= \int_1^{y(0)} \frac{1}{\alpha e^{(n_1-1)(y-1)} + \beta} dy + \int_0^1 \frac{1}{(1-n_2)(\alpha y + \beta)} dy = \\ &= \int_1^{y(0)} \frac{1}{\alpha \kappa + \beta} dy + \frac{1}{\alpha(1-n_2)} \ln\left(\frac{\alpha + \beta}{\beta}\right) \leq \\ &= \frac{1}{n_1-1} \lim_{y(0) \rightarrow \infty} \int_1^{\kappa(0)} \frac{1}{\kappa(\alpha \kappa + \beta)} d\kappa + \frac{1}{\alpha(1-n_2)} \ln\left(\frac{\alpha + \beta}{\beta}\right) = \\ &= \frac{1}{\beta(n_1-1)} \ln\left(\frac{\alpha + \beta}{\alpha}\right) + \frac{1}{\alpha(1-n_2)} \ln\left(\frac{\alpha + \beta}{\beta}\right) \end{aligned} \quad (26)$$

当 $|x| > 1$ 时, $\gamma_1 = n_1 > 1, \gamma_2 = 1$ ,  $\text{sig}^{\gamma_1}(x)$ 起主导作用,系统状态以较快速度收敛至平衡点; $|x| < 1$ 时, $\gamma_1 = 1, \gamma_2 = n_2$ ,此时 $\text{sig}^{\gamma_2}(x)$ 对系统的收敛速度影响较大,保证了此区域内的快速收敛性。当式(18)中 $k=1$ 时,由式(19)和式(26)可得 $T'_x - T_x \leq 0$ ,即式(20)的收敛速度大于式(18)。相比于常值幂次项,本文设计的变幂次项可在不同阶段进行调节,使系统具有全局快速固定时间收敛特性。

定理2

对于多飞行器编队系统和编队误差系统,选择控制器,则编队跟踪误差 $\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}}$ 可在固定时间内收敛到零,且收敛时间上界仅与设计参数有关

$$T < T_{\max} = T_1 + T_2 \quad (27)$$

其中

$$T_1 = \frac{1}{l_2(m_1-1)} \ln\left[1 + \frac{l_2}{2^{(m_1-1)/2} l_1}\right] + \frac{1}{l_1(1-m_2)} \ln\left[1 + \frac{l_1}{2^{(m_2-1)/2} l_2}\right] \quad (28)$$

$$T_2 = \frac{2}{\chi_m^\gamma(1-p\gamma)} + \frac{2}{\varepsilon_m^\gamma(g\gamma-1)} \quad (29)$$

$$\chi_m = 2^{\frac{p\gamma+1}{2\gamma}} (3N)^{\frac{2\gamma-p\gamma-1}{2\gamma}} \sigma_1 \quad (30)$$

$$\varepsilon_m = 2^{\frac{g\gamma+1}{2\gamma}} (3N)^{\frac{2\gamma-g\gamma-1}{2\gamma}} \sigma_2 \quad (31)$$

证明

(1)考虑系统状态的趋近到达阶段,选取Lyapunov函数为

$$V_1 = \frac{1}{2} \mathbf{s}^T \mathbf{s} \quad (32)$$

对 $V_1$ 求导得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \mathbf{s}^T \dot{\mathbf{s}} = \mathbf{s}^T \left[ \frac{1}{\gamma} \text{diag}\left(|\dot{\boldsymbol{\eta}}_{im}|^{\frac{1}{\gamma}-1}\right) \dot{\boldsymbol{\eta}} + \sigma_1 p \text{diag}\left(|\dot{\boldsymbol{\eta}}_{im}|^{p-1}\right) \dot{\boldsymbol{\eta}} + \right. \\ &\quad \left. \sigma_2 g \text{diag}\left(|\dot{\boldsymbol{\eta}}_{im}|^{g-1}\right) \dot{\boldsymbol{\eta}} \right] = \mathbf{s}^T \left[ -l_1 \text{sig}^{k_1}(\mathbf{s}) - l_2 \text{sig}^{k_2}(\mathbf{s}) - \right. \\ &\quad \left. l_3 \text{sat}(\mathbf{s}) \right] \leq -l_1 \left( \sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^3 |\mathbf{s}_{im}|^2 \right)^{\frac{k_1+1}{2}} - l_2 \left( \sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^3 |\mathbf{s}_{im}|^2 \right)^{\frac{k_2+1}{2}} = \\ &\quad -l_1 (2V_1)^{\frac{k_1+1}{2}} - l_2 (2V_1)^{\frac{k_2+1}{2}} \leq 0 \end{aligned} \quad (33)$$

由定理1得,系统状态可在固定时间 $t_1$ 内到达滑模面,收敛时间上界满足

$$\begin{aligned} t_1 < T_1 = \\ &= \frac{1}{l_2(m_1-1)} \ln\left[1 + \frac{l_2}{2^{(m_1-1)/2} l_1}\right] + \frac{1}{l_1(1-m_2)} \ln\left[1 + \frac{l_1}{2^{(m_2-1)/2} l_2}\right] \end{aligned} \quad (34)$$

(2)系统状态到达滑模面后, $\mathbf{s}=0$ ,则式(12)可写为

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = -\text{sig}^\gamma \left[ \sigma_1 \text{sig}^p(\boldsymbol{\eta}) + \sigma_2 \text{sig}^g(\boldsymbol{\eta}) \right] \quad (35)$$

选取Lyapunov函数为

$$V_2 = \frac{1}{2} \boldsymbol{\eta}^T \boldsymbol{\eta} \quad (36)$$

对 $V_2$ 求导得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= - \sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^3 \left[ \sigma_1 (\eta_{im}^2)^{\frac{p\gamma+1}{2\gamma}} + \sigma_2 (\eta_{im}^2)^{\frac{g\gamma+1}{2\gamma}} \right]^\gamma \leq \\ &= - \left[ \sigma_1 \sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^3 (\eta_{im}^2)^{(p\gamma+1)/2\gamma} + \sigma_2 \sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^3 (\eta_{im}^2)^{(g\gamma+1)/2\gamma} \right]^\gamma \leq \\ &= - \left( \chi_m V_2^{\frac{p\gamma+1}{2\gamma}} + \varepsilon_m V_2^{\frac{g\gamma+1}{2\gamma}} \right)^\gamma \end{aligned} \quad (37)$$

由引理3知, $V_2$ 可在固定时间 $t_2$ 内收敛到零,且

$$t_2 < T_2 = \frac{2}{\chi_m^\gamma(1-p\gamma)} + \frac{2}{\varepsilon_m^\gamma(g\gamma-1)} \quad (38)$$

由于 $V_2=0$ 等价于 $\boldsymbol{\eta}=0$ ,故系统状态量 $(\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}})$ 可在固定时间 $t_2$ 内到达原点。

综上所述,系统状态量 $(\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}})$ 可在固定时间 $T < T_{\max} = T_1 + T_2$ 内收敛到原点,即跟随飞行器在控制器的作用下实现了固定时间内对领导飞行器以一定队形的轨迹跟踪。定理1得证。

## 3 基于预设性能理论的队伍重构方法设计

### 3.1 预设性能队形重构控制器设计

作为预设性能控制中的重要一环,性能函数直接决定

了跟踪误差的收敛趋势, 设计为

$$\rho(t) = (\rho_0 - \rho_\infty)e^{-\omega t} + \rho_\infty \quad (39)$$

式中,  $\rho(t) \in R^{3N \times 1}$ ,  $\rho_0 = \rho(0) > 0$ ,  $\rho_\infty = \lim_{t \rightarrow +\infty} \rho(t) > 0$ ,  $\omega$  为正常数, 决定了性能函数的收敛速度。

则跟踪误差  $\eta(t)$  的约束函数形式为

$$-\rho(t) < \eta(t) < \rho(t) \quad (40)$$

初始条件需要满足式(40)<sup>[16]</sup>, 进行如下误差转换

$$\eta = \text{diag}(\rho_{im})_{3N} F(\varepsilon) \quad (41)$$

式中, 转换误差  $\varepsilon = [\varepsilon_1^T, \dots, \varepsilon_N^T]^T$ 。

定义转化函数<sup>[17]</sup>为

$$F(\varepsilon_{im}) = \frac{e^{\varepsilon_{im}} - e^{-\varepsilon_{im}}}{e^{\varepsilon_{im}} + e^{-\varepsilon_{im}}} \quad (42)$$

得转换误差为

$$\varepsilon_{im} = F^{-1}\left(\frac{\eta_{im}}{\rho_{im}}\right) = \frac{1}{2} \ln \frac{\lambda_{im} + 1}{1 - \lambda_{im}} \quad (43)$$

式中,  $\lambda_{im} = \eta_{im} / \rho_{im}$ 。

$\varepsilon_{im}$  关于时间的二阶导数为

$$\ddot{\varepsilon}_{im} = A_{im} \ddot{\eta}_{im} + B_{im} \quad (44)$$

其中

$$A_{im} = \frac{1}{(1 - \lambda_{im}^2) \rho_{im}} \quad (45)$$

$$B_{im} = \frac{1}{\rho_{im}^2} \left[ \frac{2\lambda_{im} \left( \dot{\eta}_{im} - \frac{\eta_{im} \dot{\rho}_{im}}{\rho_{im}} \right)^2}{(1 - \lambda_{im}^2)^2} + \frac{2\eta_{im} \dot{\rho}_{im}^2 - \eta_{im} \rho_{im} \ddot{\rho}_{im} - 2\dot{\eta}_{im} \rho_{im} \dot{\rho}_{im}}{(1 - \lambda_{im}^2) \rho_{im}} \right] \quad (46)$$

通过误差变换, 将  $\eta(t)$  的预设性能控制问题转化为  $\varepsilon$  的稳定控制问题。只要确保  $\varepsilon$  有界, 且  $\rho(0) > \eta(0)$ , 则最终  $\eta(t)$  将在预设性能内<sup>[18]</sup>。

设计滑模面为

$$s' = W\varepsilon + \dot{\varepsilon} \quad (47)$$

式中,  $W = \text{diag}(w_1, \dots, w_{3N})$ 。

设计控制器为

$$\ddot{U} = -K^{-1} A^{-1} [B + W\dot{\varepsilon} + r_1 \text{sgn}(s') + r_2 s'] - f \quad (48)$$

式中,  $r_1 = \text{diag}(r_{1im})_{3N}$ ,  $r_2 = \text{diag}(r_{2im})_{3N}$ ,  $r_{1im}$  和  $r_{2im}$  均为正常数;  $A = \text{diag}(A_{im})_{3N}$ ,  $B = [B_1^T, \dots, B_N^T]^T$ 。

### 3.2 稳定性分析

选取 Lyapunov 函数为

$$V_3 = \frac{1}{2} s'^T s' \quad (49)$$

对  $V_3$  求导得

$$\dot{V}_3 = s'^T \dot{s}' = -s'^T r_1 \text{sgn}(s') - s'^T r_2 s' \leq 0 \quad (50)$$

$s'$  收敛到 0 后, 由式(47)得  $\dot{\varepsilon} = -W\varepsilon$ 。

选取 Lyapunov 函数为

$$V_4 = \frac{1}{2} \varepsilon^T \varepsilon \quad (51)$$

对式(51)求导得

$$\dot{V}_4 = \varepsilon^T \dot{\varepsilon} = -\varepsilon^T W\varepsilon \leq 0 \quad (52)$$

综上所述, 系统渐进稳定, 转换误差  $\varepsilon$  有界。故预设性能队形重构控制器稳定,  $\eta(t)$  可始终处于预设性能区域内。

## 4 仿真分析

为验证本文设计的两个控制器的有效性, 对预定飞行状态的领航飞行器和两个采用控制器的跟随飞行器所组成的编队进行数值仿真。

编队队形如图 3 所示, 各飞行器之间的通信架构为分布式, 其通信拓扑如图 4 所示。其中节点 0 表示领航飞行器 (通信中心), 1、2 分别表示跟随飞行器。飞行器 1 能直接与领航飞行器进行信息交流, 飞行器 2 仅依靠与相邻飞行器 1 交换信息实现其编队跟踪。

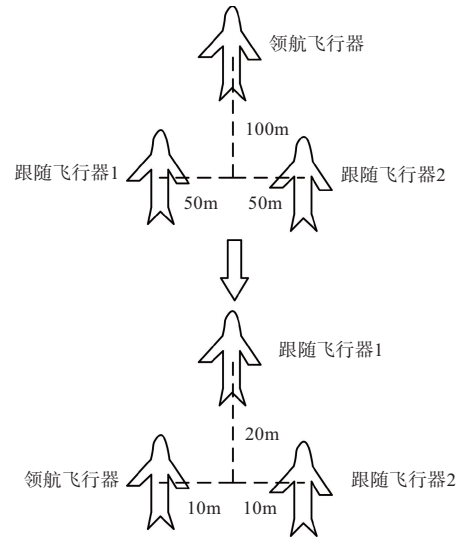


图3 编队飞行器队形示意

Fig.3 Formation of aircrafts

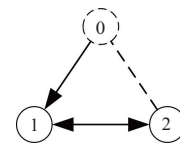


图4 通信拓扑

Fig.4 Communication topology



表1为各飞行器的初始状态,表2为两个控制器的设计参数。仿真的编队飞行时间为20s,领航飞行器直线飞行,给定的飞行速度和姿态为: $V_L=1000\text{ m/s}$ , $\theta_L=0^\circ$ , $\psi_L=0^\circ$ 。从初始位置至稳定飞行阶段,系统采用固定时间非奇异终端滑模控制器。队形重构阶段,系统切换预设性能队形重构控制器,保障队形调整过程的安全性。

表1 初始条件

Table 1 Initial conditions

状态量	领航飞行器	跟随飞行器1	跟随飞行器2
位置/m	(0, 3000, 0)	(0, 3000, 50)	(0, 3000, -50)
$V_i/\text{(m/s)}$	1000	1000	1000
$\theta_i/^\circ$	0	0	5
$\psi_i/^\circ$	0	6.5	-6.5

表2 控制器的设计参数

Table 2 Design parameters of controllers

控制器	固定时间编队飞行控制器	预设性能队形重构控制器
设计参数	$\gamma_i = [3/5, 7/8, 7/8]^T$	$\rho_{0,1} = [70, 1.35]^T$
	$p_i = [7/5, 7.5/7, 7.5/7]^T$	$\rho_{0,2} = [25, 1, 15]^T$
	$g_i = [7/3, 9/7, 9/7]^T$	$\rho_\infty = 0.05$
	$\sigma_1 = [0.5, 0.5, 0.5]^T$	$\omega = 0.7$
	$\sigma_2 = [5, 2, 5]^T$	$w = \text{diag}(50, 1, 10, 50, 1, 10)$
	$l_1 = 0.5, l_2 = 1$	$r_1 = \text{diag}(2, 0.5, 1, 1, 0.5, 1)$
	$m_1 = 1.5, m_2 = 2/3$	$r_2 = \text{diag}(10, 2, 4, 10, 1, 4)$

飞行器编队系统的实际飞行轨迹如图5所示,图6表明编队均能保持期望的V字形飞行,队形变换前,领航飞行器为V字形的顶端;10s后,跟随飞行器1变为V字形的顶端。

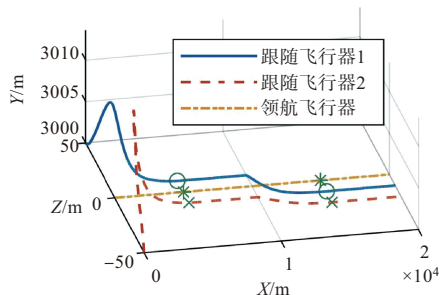


图5 编队飞行轨迹

Fig.5 Formation trajectory

图7~图9表明编队在稳定飞行时,跟随飞行器 $x$ 、 $y$ 、 $z$ 方向的位置跟踪误差均收敛至零附近,收敛量级为 $10^{-3}\text{ m}$ 。存在限幅约束的控制输入指令如图10~图12所示,在初始时刻和队形重构时刻(10s)附近,控制指令均有较大的波动,以实现编队误差的快速收敛。考虑到飞行器过载的限制,对控

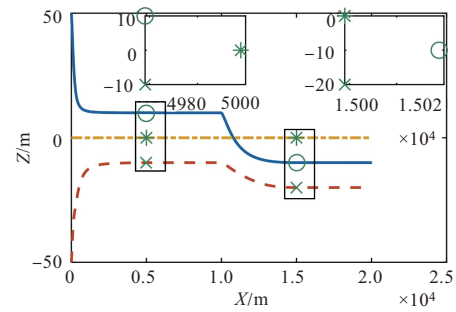
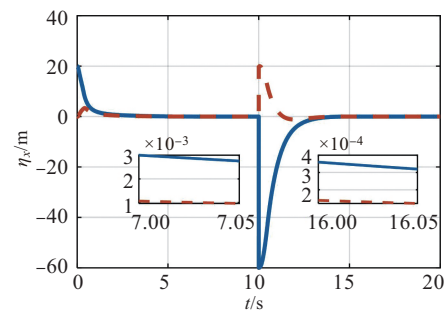
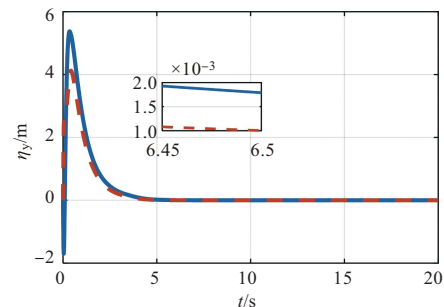


图6 队形变化示意

Fig.6 Change of formation

图7 跟随飞行器 $x$ 方向的位置跟踪误差Fig.7 Position tracking error in the  $x$  direction for follower aircraft图8 跟随飞行器 $y$ 方向的位置跟踪误差Fig.8 Position tracking error in the  $y$  direction for follower aircraft

制指令进行了约束,各飞行器的速度指令在 $1000\text{ m/s} \pm 100\text{ m/s}$ ,航迹倾角和航迹偏角指令均不超过 $\pm 45^\circ$ 。

跟随飞行器的实际状态量(速度、航迹倾角和航迹偏角)变化曲线如图13所示。编队稳定飞行时,跟随飞行器的速度均接近于领航飞行器的速度( $1000\text{ m/s}$ ),航迹倾角和航迹偏角均稳定在 $0^\circ$ 附近。

图14说明预设性能队形重构控制器下的转化误差 $\varepsilon$ 始终保持有界,且收敛于 $10^{-3}\text{ m}$ 内,即保证了位置跟踪误差处于预设性能区域内。

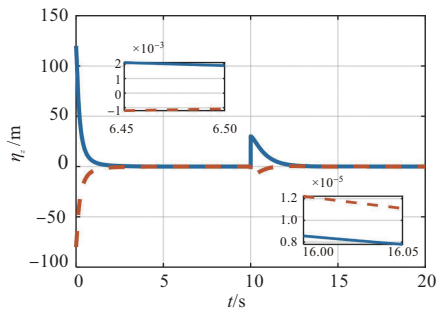


图9 跟随飞行器z方向的位置跟踪误差  
Fig.9 Position tracking error in the z direction for follower aircraft

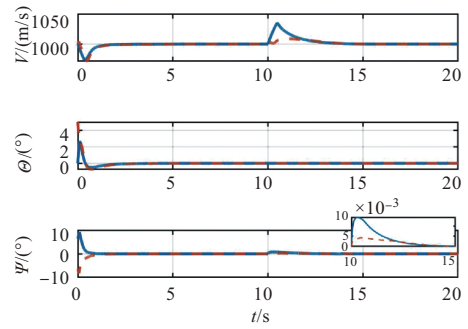


图13 状态量变化  
Fig.13 Change of the states

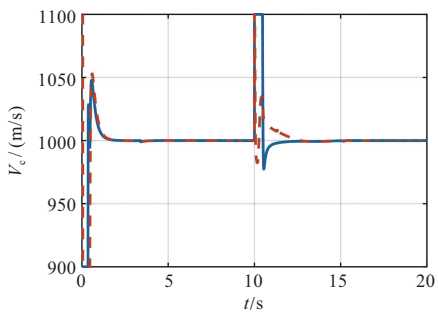


图10 速度输入指令  
Fig.10 Velocity command

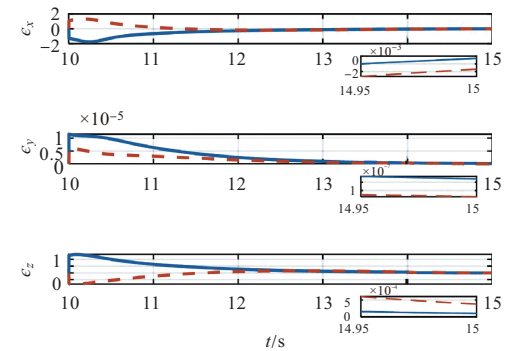


图14 跟随飞行器的转化误差  
Fig.14 Conversion error for follower aircraft

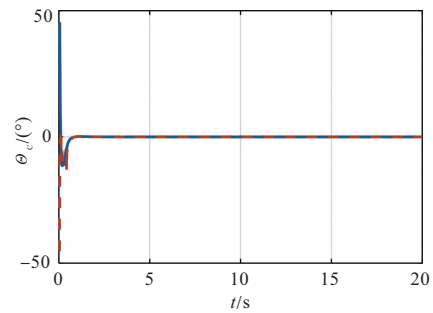


图11 航迹倾角输入指令  
Fig.11 Flight path angle command

图15、图16为队形重构阶段的位置跟踪误差。图中虚线为预设性能区域,可以看出,三个方向上的位置跟踪误差始终在预设性能区域,且最终收敛于 $10^{-3}$ m内。

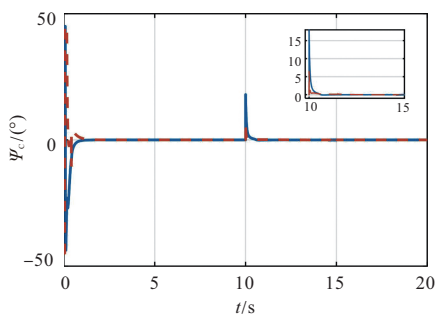


图12 航迹偏角输入指令  
Fig.12 Velocity azimuth angle command

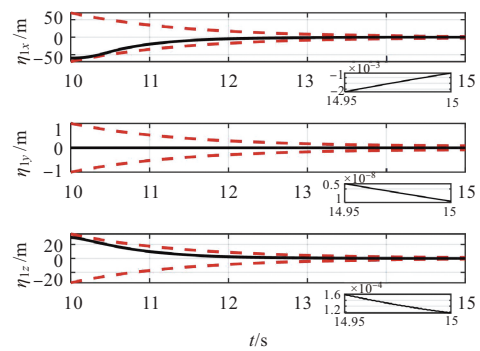


图15 预设性能下跟随飞行器1的位置跟踪误差  
Fig.15 Position tracking error for follower aircraft1 with prescribed performance

## 5 结论

本文针对飞行器编队系统,基于领航跟随法,设计了固定时间非奇异终端滑模编队控制器和预设性能队形重构控

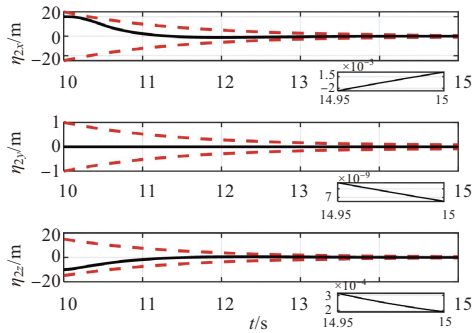


图16 预设性能下跟随飞行器2的位置跟踪误差

Fig.16 Position tracking error for follower aircraft2 with prescribed performance

制器。通过研究,得出以下结论:

(1)在队形保持阶段,设计非奇异终端固定时间滑模面,相较于传统的非奇异终端滑模面<sup>[9]</sup>,本文设计的滑模面幂次项的取值不再局限于正奇数,取值范围更广。为增强系统的鲁棒性,设计了一种固定时间变幂次趋近律,相较于传统的固定时间双幂次趋近律,本文设计的变幂次趋近律可以根据状态量进行调整,使系统在固定时间内具有全局快速收敛性。

(2)在队形重构阶段,首先设计预设性能函数,然后将受约束的编队跟踪误差进行无约束转化,通过对转化误差设计滑模控制器,实现原始跟踪误差的预设性能约束,限定编队系统的动态和稳态特性。

AST

## 参考文献

- [1] 沈林成,陈璟,王楠.飞行器任务规划技术综述[J].航空学报, 2014, 35(3): 593-606.  
Shen Lincheng, Chen Jing, Wang Nan. A review of spacecraft mission planning techniques[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2014, 35(3): 593-606.(in Chinese)
- [2] Ji Yuehui, Ke Zhaotao, Song Yu, et al. Predefined time formation control for glide multiple aircraft under event-triggered mechanism [J]. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, 2024, 38(10): 3381-3400.
- [3] 杨明月,寿莹鑫,唐勇,等.多四旋翼无人机编队保持与避碰控制[J].航空学报, 2022, 43(S1): 89-99.  
Yang Mingyue, Shou Yingxin, Tang Yong, et al. Multi-quadcopter drone formation maintenance with collision avoidance control[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2022,43(S1): 89-99.(in Chinese)
- [4] Zhang Yao, Wang Xiao, Tang Shengjing. A globally fixed-time solution of distributed formation control for multiple hypersonic gliding vehicles[J]. Aerospace Science and Technology, 2020, 98:105643.
- [5] Li Bo, Song Chao, Bai Shuangxia, et al. Multi-UAV trajectory planning during cooperative tracking based on a fusion algorithm integrating MPC and Standoff[J]. Drones, 2023, 7 (3):196.
- [6] Du Haibo, Zhu Wenwu, Wen Guanghui, et al. Distributed formation control of multiple quadrotor aircraft based on nonsmooth consensus algorithms. [J]. IEEE transactions on Cybernetics, 2017, 49(1):342-353.
- [7] Guo Yunhe, Chen Jing, Zhang Bo, et al. Homogeneous finite-time pose tracking of leader-following spacecraft formation using a twistor-based model[J].Electronics, 2023,12(21): 4451.
- [8] 弓镇宇,杨飞生.多无人机系统在线强化学习最优安全跟踪控制[J].航空科学技术, 2024, 35(4): 25-30.  
Gong Zhenyu, Yang Feisheng. Online reinforcement learning optimal safety tracking control for multiple unmanned aerial systems[J]. Aeronautical Science & Technology, 2024, 35(4): 25-30.(in Chinese)
- [9] 隋维舜.航天器编队飞行分布式固定时间协同控制[D].哈尔滨:哈尔滨工业大学,2020.  
Sui Weishun. Distributed fixed-time cooperative control of spacecraft formation flight[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology,2020.(in Chinese)
- [10] Dai Shilu, He Shude, Lin Hai, et al. Platoon formation control with prescribed performance guarantees for USVs[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2018, 65(5): 4237-4246.
- [11] Wang Hesheng, Guo Dejun, Liang Xinwu, et al. Adaptive vision-based leader-follower formation control of mobile robots[J].IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2017, 64(4): 2893-2902.
- [12] 刘俊彤,陈征,张泽.考虑自动驾驶仪延迟的非线性最优末制导方法[J].航空兵器, 2024, 31(4): 64-71.  
Liu Juntong, Chen Zheng, Zhang Ze. A nonlinear optimal terminal guidance method considering autopilot delay[J]. Aero Weaponry, 2024, 31(4): 64-71.(in Chinese)
- [13] 赵恩娇.多飞行器编队控制及协同制导方法[D].哈尔滨:哈尔滨工业大学, 2018.  
Zhao Enjiao. Multi-aircraft formation control and cooperative guidance method[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology,



- 2018.(in Chinese)
- [14] Qu Zhihua. Matrix theory for cooperative systems[M].London: Springer, 2009.
- [15] Polyakov A. Nonlinear feedback design for fixed-time stabilization of linear control systems[J].IEEE Transactions on Automatic Control, 2012,57(8):2106-2110.
- [16] He Shude, Wang Min, Dai Shilu, et al. Leader-follower formation control of USVs with prescribed performance and collision avoidance. [J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2019,15(1):572-581.
- [17] Liu Jianxing, An Hao, Gao Yabin, et al. Adaptive control of hypersonic flight vehicles with limited angle-of-attack[J].IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2018, 23(2): 883-894.
- [18] Bechlioulis P C, Rovithakis A G. Adaptive control with guaranteed transient and steady state tracking error bounds for strict feedback systems[J].Automatica,2008,45(2):532-538.
- [19] Liu Wei, Chen Siyi, Huang Huixian. Adaptive nonsingular fast terminal sliding mode control for permanent magnet synchronous motor based on disturbance observer[J]. IEEE Access, 2019, 7(99): 153791-153798.

## Fixed-time and Prescribed Performance Distributed Formation Control of Aircraft Based on Leader-follower Method

Zhang Hengmao<sup>1,2</sup>, Ding Yibo<sup>1,2</sup>, Yue Xiaokui<sup>1,2</sup>

1. Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China

2. Research & Development Institute of Northwestern Polytechnical University in Shenzhen, Shenzhen 518063, China

**Abstract:** Aircraft formation flight can make full use of the advantages of scale to complete more complex tasks, and has stronger robustness, scalability and fault tolerance. A fixed-time non-singular terminal sliding mode controller and a prescribed performance controller are proposed for the formation maintenance and reconfiguration stages of aircraft formation system separately. In the process of control command response, the autopilot of the aircraft is regarded as a first-order inertial element with delay. Firstly, the leader-follower method is combined with distributed communication strategy to define the formation tracking error based on the state information of adjacent aircrafts. Secondly, a fixed-time non-singular terminal sliding mode formation controller is designed. Compared with traditional non-singular terminal sliding mode surface, the value range of power terms of the sliding mode surface is wider. Furthermore, the designed variable power reaching law can not only adapt to different states of the system, but also converge globally and rapidly in a fixed time. Finally, the overshoot, transient and steady-state performance of the formation position tracking error can be limited by the prescribed performance of the formation reconfiguration controller, to ensure that the tracking error can satisfy the constraint requirements during the formation reconstruction stage. In this paper, by the design of the fixed-time non-singular terminal sliding mode formation controller and the pre-set performance configuration reconstruction controller, the fixed-time global fast convergence, the dynamic and steady-state performance constraints of the aircraft formation system are realized.

**Key Words:** fixed-time control; multi-aircraft formation; non-singular terminal sliding mode; prescribed performance control; leader-follower; distributed control

**Received:** 2024-09-05; **Revised:** 2024-11-28; **Accepted:** 2025-01-17

**Foundation item:** National Natural Science Foundation of China(12372048, 12102343, U2013206); Aeronautical Science Foundation of China (2022Z004053001); China Postdoctoral Science Foundation (2023M742835); Young Talent Fund of Association for Science and Technology in Shaanxi(20220509); Guangdong Basic and Applied Basic Research Foundation(2023A1515011421); Fundamental Research Funds for the Central Universities(D5000210833)