

未知外部扰动下基于等价输入干扰的四旋翼无人飞行器容错控制方法



蔡文静,高利鹏,于佳平,刘昕,倪杰
西北工业大学,陕西 西安 710072

摘要:针对受到执行器故障及未知外部扰动影响的四旋翼无人飞行器(QUAV),本文提出并实施了一种基于等效输入干扰(EID)方法的高效控制策略。鉴于执行器故障可视为控制输入通道中的匹配扰动,将其整合为整体干扰的一部分,并借助EID方法进行应对。然后利用了严密线性化技术,以补偿QUAV系统中的非线性特性。为实现跟踪控制,部署了4个比例-积分(PI)控制器。通过巧妙融合EID方法、严密线性化技术与PI控制策略,本文提出了一种基于EID的容错控制方案。此外,根据全局一致最终有界性原理,详细推导了确保系统稳定的充分条件。最终,仿真验证结果彰显了该方法的有效性与实用性。在实际操作环境中,面对诸多不确定性因素,本文所提出的容错控制策略展现出重要的参考价值与广阔的应用前景。

关键词:干扰抑制;等价输入干扰;容错控制;轨迹跟踪控制;四旋翼无人飞行器

中图分类号:V249.1

文献标识码:A

DOI: 10.19452/j.issn1007-5453.2025.06.009

自1917年第一架无人机(UAV)问世以来,无人机已被应用于许多领域,如有效载荷运输^[1]、城市监控^[2]、环境监测^[3]和精准农业^[4]。近年来,四旋翼无人飞行器(QUAV)因具有超低空飞行、悬停和巡航的能力,可以帮助人类完成危险的飞行任务,从而保护人类安全,引起了越来越多的应用研究者的关注。但是,QUAV的控制面临许多困难。如QUAV驱动系统是欠驱动系统,其数学模型具有非线性、参数不确定性和耦合;QUAV在飞行期间可能会遇到未知的风干扰和压力变化^[5-6]。这些都降低了QUAV的控制性能,给控制带来了挑战。因此,寻找有效的方法来解决上述问题,对实现QUAV的高精度控制具有重要意义。为解决欠驱动问题,Kendoul等^[7]提出了一种用于处理欠驱动的变换算法,从而能够控制具有6个输出的QUAV的任何4个输出。在处理非线性特性方面,一些研究采用近似线性化方法和严密线性化方法处理非线性项,将非线性QUAV系统转化为线性系统^[8-9]。这样原本非线性欠驱动QUAV系统就变成了一个易于控制的线性系统。另一方

面,为抑制外部扰动对QUAV系统的影响,学者们提出了许多方法,如自适应反演^[10]、自适应滑模控制^[11-12]、智能控制^[13-14]和鲁棒控制^[15-16]。

除了非线性、耦合和干扰的影响外,执行器故障也会降低QUAV的控制性能。对于小规模QUAV,很难添加额外的仪器来解决执行器故障。因此,最好在控制律中解决这样的问题。从这个角度出发,本文在控制系统中设计了一种容错机制。容错控制律通常包括被动控制律^[17]和主动控制律^[18]。QUAV系统中最常见的致动器故障之一是控制有效性的部分损失^[19]。这类执行器故障被视为控制输入通道中的匹配系统参数不确定性^[20]。因此,一些鲁棒控制方法,如滑模控制(SMC),被用来处理执行器故障^[21]。但滑模控制会引起抖振,且自适应律复杂。

值得注意的是,匹配的不确定性也可以被视为外生扰动。因此,执行器的控制有效性的部分损失也被合理地视为外源干扰。将执行器故障和外部干扰视为干扰,Wang Ban等^[22]设计了一个干扰观测器来估计干扰。然后将扰动估计

收稿日期:2024-11-15;退修日期:2025-01-23;录用日期:2025-03-14

基金项目:航空科学基金(2023Z034053001);广东省基础与应用基础研究基金(2023A1515111175)

引用格式: Cai Wenjing, Gao Lipeng, Yu Jiaping, et al. Fault-tolerant control for QUAV based on equivalent input disturbance under unknown external disturbances[J]. Aeronautical Science & Technology, 2025, 36(6): 78-87. 蔡文静,高利鹏,于佳平,等. 未知外部扰动下基于等价输入干扰的四旋翼无人飞行器容错控制方法[J]. 航空科学技术, 2025, 36(6): 78-87.

与滑模控制相结合,减小了抖振。然而,SMC的使用增加了控制系统中的非线性,这增加了稳定性分析的复杂性。

自抗扰方法是补偿 QUAV 外部干扰的有效方法。Xiao Bing 等^[23]在估计外部干扰力和扭矩时应用了两个干扰观测器。Aboudonia 等^[24]将反步控制与干扰观测器(DOB)结合起来控制 QUAV。Yang Hongjun 等^[25]将阵风视为外生扰动,并设计了一种扩展状态观测器来抑制它们。Castillo 等^[26]应用自抗扰控制来抑制模型不确定性。文献^[27]将滑模控制器与 DOB 相结合;DOB 抑制恒定外源干扰的影响,而 SMC 控制用于补偿快速时变干扰。所有这些研究都验证了干扰补偿器的使用改善了 QUAV 的控制性能。同时也都证实,使用干扰补偿器可以提高 QUAV 的控制性能。

等价输入干扰(EID)方法使用观察机制来推导 EID 并补偿用于控制输入通道的 EID^[28]。最近,它已被用来抑制 QUAV 中的扰动。文献^[8]中 QUAV 系统被分为非线性子系统和线性子系统。对于非线性子系统,使用近似线性化将其转化为原点的线性系统。然后,在线性化的子系统中应用 EID 方法可以抑制外生扰动的影响,从而提高了控制性能。文献^[9]对 QUAV 系统使用严密线性化,并设计了 4 个 EID 估计器来抑制外生扰动,成功地完成了航点跟踪控制。但是,这些研究没有考虑 QUAV 执行器故障的影响。

本文将执行器故障和外部扰动视为集中扰动,采用 EID 方法抑制集中扰动。这是首次将 EID 方法应用于处理执行器故障和外部扰动。此外,本文使用严密线性化对 QUAV 系统进行线性化,并使用全局一致最终有界(GUUB)扩展稳定区域。由于许多任务(如农作物喷洒)要求 QUAV 具有跟踪周期信号的能力,因此,本文设计了 4 个 PI 控制器来跟踪规定的周期参考信号。此外,还设计了 4 个 EID 估计器来抑制集中扰动并提高控制性能。

1 四旋翼无人机模型及问题表述

QUAV 的系统结构如图 1 所示。它有 6 个输出($x, y, z, \theta, \phi, \psi$),并由 4 个输入参数($u, \tau_\theta, \tau_\phi, \tau_\psi$)进行控制。

为了控制 QUAV,首先建立其数学模型,如式(1)所示

$$\begin{cases} x = x_1, \dot{x}_1 = x_2 \\ y = y_1, \dot{y}_1 = y_2 \\ z = z_1, \dot{z}_1 = z_2 \\ \theta = \theta_1, \dot{\theta}_1 = \theta_2 \\ \phi = \phi_1, \dot{\phi}_1 = \phi_2 \\ \psi = \psi_1, \dot{\psi}_1 = \psi_2 \end{cases} \quad (1)$$

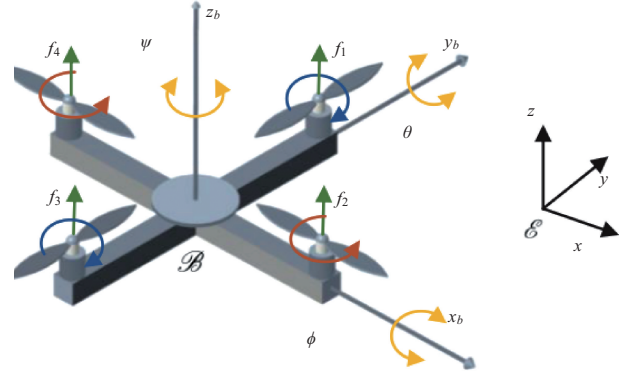


图1 四旋翼无人机及其机身固定框架 β 和地球固定惯性框架 ε 的定义

Fig.1 Quadrotor and definitions of body-fixed frame β , and earth-fixed inertial frame ε

QUAV 的完整数学模型如式(2)所示

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = (\cos\phi \sin\theta \cos\psi + \sin\phi \sin\psi)u_1 - k_1 x_2 + dx \\ \dot{y}_1 = y_2 \\ \dot{y}_2 = (\cos\phi \sin\theta \sin\psi - \sin\phi \cos\psi)u_1 - k_2 y_2 + dl \\ \dot{z}_1 = z_2 \\ \dot{z}_2 = (\cos\phi \cos\theta)u_1 - g - k_3 z_1 + d_z \\ \dot{\theta}_1 = \theta_2 \\ \dot{\theta}_2 = \frac{J_z - J_x}{J_y} \phi_1 \psi_1 + \frac{J_r}{J_y} \phi_1 \omega + u_2 - k_4 \theta_1 + d_\theta \\ \dot{\phi}_1 = \phi_2 \\ \dot{\phi}_2 = \frac{J_y - J_z}{J_x} \theta_1 \psi_1 - \frac{J_r}{J_x} \phi_1 \omega + u_3 - k_5 \phi_1 + d_\phi \\ \dot{\psi}_1 = \psi_2 \\ \dot{\psi}_2 = \frac{J_x - J_y}{J_z} \phi_1 \theta_1 \psi_1 + u_4 - k_6 \psi_1 + d_\psi \end{cases} \quad (2)$$

其中

$$\omega = \omega_2 + \omega_4 - \omega_1 - \omega_3 \quad (3)$$

且有

$$\begin{bmatrix} u \\ \tau_\theta \\ \tau_\phi \\ \tau_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & \alpha & \alpha & \alpha \\ -l\alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -l\alpha & 0 & l\alpha \\ \beta & -\beta & \beta & -\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

式(2)中系统参数的物理意义见表1。

假设

$$\begin{cases} u_1 = \frac{u}{m}, u_2 = \frac{\tau_\theta}{J_y}, u_3 = \frac{\tau_\phi}{J_x}, u_4 = \frac{\tau_\psi}{J_z} \\ K_1 = \frac{k_1}{m}, K_2 = \frac{k_2}{m}, K_3 = \frac{k_3}{m}, K_4 = \frac{k_4 l}{J_y}, K_5 = \frac{k_5 l}{J_x}, K_6 = \frac{k_6}{J_z} \\ \omega = \omega_2 + \omega_4 - \omega_1 - \omega_3 \end{cases} \quad (5)$$

表1 四旋翼无人飞行器模型参数
Table 1 Model parameters of QUAV

参数	定义
$\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$	旋翼转速
$\tau_\theta, \tau_\phi, \tau_\psi$	ε 中的力矩
$k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, k_6$	空气动力阻尼系数
α	推力因子
β	阻力因子
m	四旋翼飞行器的质量
l	旋翼和质心之间的长度
J_x, J_y, J_z	机体力矩
J_r	转子力矩
g	重力加速度

因此,可以得到一个完整的动态模型

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = (\cos\phi \sin\theta \cos\psi + \sin\phi \sin\psi)u_1 - K_1 x_2 + dx \\ \dot{y}_1 = y_2 \\ \dot{y}_2 = (\cos\phi \sin\theta \sin\psi - \sin\phi \cos\psi)u_1 - K_2 y_2 + dl \\ \dot{z}_1 = z_2 \\ \dot{z}_2 = (\cos\phi \cos\theta)u_1 - g - K_3 z_1 + d_z \\ \dot{\theta}_1 = \theta_2 \\ \dot{\theta}_2 = \frac{J_z - J_x}{J_y} \phi_1 \psi_1 + \frac{J_r}{J_y} \phi_1 \omega + u_2 - K_4 \theta_1 + d_\theta \\ \dot{\phi}_1 = \phi_2 \\ \dot{\phi}_2 = \frac{J_y - J_z}{J_x} \theta_1 \psi_1 - \frac{J_r}{J_x} \phi_1 \omega + u_3 - K_5 \phi_1 + d_\phi \\ \dot{\psi}_1 = \psi_2 \\ \dot{\psi}_2 = \frac{J_x - J_y}{J_z} \phi_1 \theta_1 \psi_1 + u_4 - K_6 \psi_1 + d_\psi \end{cases} \quad (6)$$

令

$$d = [d_x, d_y, d_z, d_\theta, d_\phi, d_\psi]^T \quad (7)$$

且认为

$$\|d\|_\infty \leq d_m \quad (8)$$

式中, d 为系统受到的未知的外界干扰, d_m 为一个较小的正常数。

在式(6)中, u_1 用于控制 z , u_2 用于控制 θ , u_3 用于控制 ϕ , u_4 用于控制 ψ 。这意味着只有姿态控制器和高度控制器与执行器直接相关。因此,本文将重点研究姿态和高度控制器执行器故障的处理。

容错控制器可以表示如下

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 \\ \dot{z}_2 = (\cos\phi \cos\theta)u_1 - g - k_3 z_1 + d_z \\ \dot{\theta}_1 = \theta_2 \\ \dot{\theta}_2 = \frac{J_z - J_x}{J_y} \phi_1 \psi_1 + \frac{J_r}{J_y} \phi_1 \omega + u_2 - k_4 \theta_1 + d_\theta \\ \dot{\phi}_1 = \phi_2 \\ \dot{\phi}_2 = \frac{J_y - J_z}{J_x} \theta_1 \psi_1 - \frac{J_r}{J_x} \phi_1 \omega + u_3 - k_5 \phi_1 + d_\phi \\ \dot{\psi}_1 = \psi_2 \\ \dot{\psi}_2 = \frac{J_x - J_y}{J_z} \phi_1 \theta_1 \psi_1 + u_4 - k_6 \psi_1 + d_\psi \end{cases} \quad (9)$$

在式(9)的容错控制器中添加执行器故障扰动,得到

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 \\ \dot{z}_2 = (\cos\phi \cos\theta)(1 + \Delta_1)u_1 - g - k_3 z_1 + d_z \\ \dot{\theta}_1 = \theta_2 \\ \dot{\theta}_2 = \frac{J_z - J_x}{J_y} \phi_1 \psi_1 + \frac{J_r}{J_y} \phi_1 \omega - (1 + \Delta_2)u_2 - k_4 \theta_1 + d_\theta \\ \dot{\phi}_1 = \phi_2 \\ \dot{\phi}_2 = \frac{J_y - J_z}{J_x} \theta_1 \psi_1 - \frac{J_r}{J_x} \phi_1 \omega + (1 + \Delta_3)u_3 - k_5 \phi_1 + d_\phi \\ \dot{\psi}_1 = \psi_2 \\ \dot{\psi}_2 = \frac{J_x - J_y}{J_z} \phi_1 \theta_1 \psi_1 + (1 + \Delta_4)u_4 - k_6 \psi_1 + d_\psi \end{cases} \quad (10)$$

式中, $-1 \leq \Delta_i \leq 0, i=1, 2, 3, 4$ 表示执行器的控制能力水平; $\Delta_i=0$ 表示第 i 个执行器无故障能够正常工作; $1 < \Delta_i < 0$ 表示第 i 个执行器发生一定程度的故障; $\Delta_i=-1$, 表示第 i 个执行器不工作。

由于执行器故障、内部非线性、参数不确定性和外部干扰等因素都会影响四旋翼无人机的控制性能,因此,本文设计了一种基于EID的控制系统,使得在这些因素的影响下也能获得满意的控制性能。

2 基于EID的容错控制策略

本节介绍了一种基于EID的容错控制方法,可以抑制执行器故障、内部非线性、参数不确定性和外部干扰的影响,并提高控制性能。一些假设如下:假设1:(1)重心应该在原点 B 处;(2)四旋翼无人机是刚性对称的;(3)忽略旋翼和螺旋桨的动力学;(4)推力和阻力与旋翼转速的平方成正比。假设2:(1)所有的系统状态都是可用的;(2) $x_2, y_2, z_2, \theta_2, \phi_2, \psi_2$ 是有界的;(3) $|\theta| < \pi/2, |\phi| < \pi/2, |\psi| < \pi$ 。

将 $\Delta_i u_i, i=1, 2, 3, 4$ 作为附加扰动,且令

$$\begin{cases} D_1 = \Delta_1 u_1 + d_z \\ D_2 = \Delta_2 u_2 + d_\theta \\ D_3 = \Delta_3 u_3 + d_\phi \\ D_4 = \Delta_4 u_4 + d_\psi \end{cases} \quad (11)$$

得到

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 \\ \dot{z}_2 = (\cos\phi \cos\theta)u_1 - g - k_3 z_1 + D_1 \\ \dot{\theta}_1 = \theta_2 \\ \dot{\theta}_2 = \frac{J_z - J_x}{J_y} \phi_1 \psi_1 + \frac{J_r}{J_y} \phi_1 \omega + u_2 - k_4 \theta_1 + D_2 \\ \dot{\phi}_1 = \phi_2 \\ \dot{\phi}_2 = \frac{J_y - J_z}{J_x} \theta_1 \psi_1 - \frac{J_r}{J_x} \phi_1 \omega + u_3 - k_5 \phi_1 + D_3 \\ \dot{\psi}_1 = \psi_2 \\ \dot{\psi}_2 = \frac{J_x - J_y}{J_z} \phi_1 \theta_1 + u_4 - k_6 \psi_1 + D_4 \end{cases} \quad (12)$$

对上述模型进行严密线性化,得到

$$\begin{cases} u_1 = \frac{g + u_z + K_1 z_1}{\cos\phi \cos\theta} \\ u_2 = \mu_\theta - \phi_1 \psi_1 \frac{J_z - J_x}{J_y} - \frac{J_r}{J_y} \phi_1 \omega \\ u_3 = \mu_\phi - \theta_1 \psi_1 \frac{J_y - J_z}{J_x} + \frac{J_r}{J_y} \theta_1 \omega \\ u_4 = \mu_\psi - \phi_1 \theta_1 \frac{J_x - J_y}{J_z} \end{cases} \quad (13)$$

其中, μ_z 、 μ_θ 、 μ_ϕ 、 μ_ψ 为虚拟控制输入。

将式(13)代入式(12)中,得到

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 \\ \dot{z}_2 = \mu_z + D_1 \\ \dot{\theta}_1 = \theta_2 \\ \dot{\theta}_2 = \mu_\theta + D_2 \\ \dot{\phi}_1 = \phi_2 \\ \dot{\phi}_2 = \mu_\phi + D_3 \\ \dot{\psi}_1 = \psi_2 \\ \dot{\psi}_2 = \mu_\psi + D_4 \end{cases} \quad (14)$$

本文设计了4个EID控制器来抑制 D_1, D_2, D_3, D_4 的总扰动,令 $z_d, \theta_d, \phi_d, \psi_d$ 为参考信号,设计4个PI控制器用于跟踪参考信号。其中基于EID的容错控制系统设计如图2所示。

3 稳定性分析

严密线性化系统见式(14),其包含4个二阶系统,每个二阶系统相互独立。因此,如果每个二阶系统都是稳定的,则严密线性化子系统也是稳定的,那么基于EID的容错控

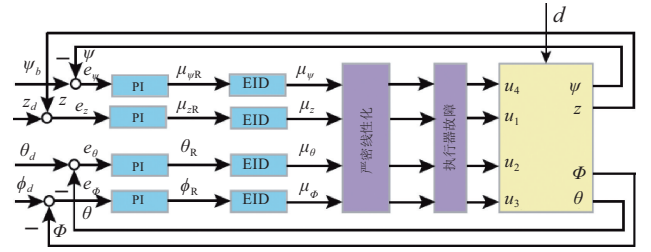


图2 基于EID的容错控制系统配置

Fig.2 Configuration of EID-based fault-tolerant control system

制系统是稳定的。

本文以式(14)中 z 通道的控制为例,设计了EID补偿器。

定义

$$z_3 = \int_0^t z_1 dt, z = [z_1, z_2]^T, \hat{z} = [\hat{z}_1, \hat{z}_2]^T \quad (15)$$

根据文献[8]的分析,控制输入通道中存在一个EID,即 D_z ,它的影响与实际扰动的影响相同,因此,得到新的控制方案

$$\begin{cases} \dot{z} = AZ + B(\mu_z + D_z) \\ \gamma = CZ \end{cases} \quad (16)$$

使用一个状态估计器来估计,通道和EID补偿器的状态

$$\begin{cases} \dot{\hat{z}} = A\hat{z} + B\mu_{zf} + L_z(\gamma - \hat{\gamma}) \\ \hat{\gamma} = C\hat{z} \end{cases} \quad (17)$$

基于EID的 z 通道控制系统的基本配置如图3所示。

满足

$$B^+ = (B^T B)^{-1} B^T, \mu_{zf} = -K_{pz} \hat{z} \quad (18)$$

低通滤波器 $F(s)$ 应当满足

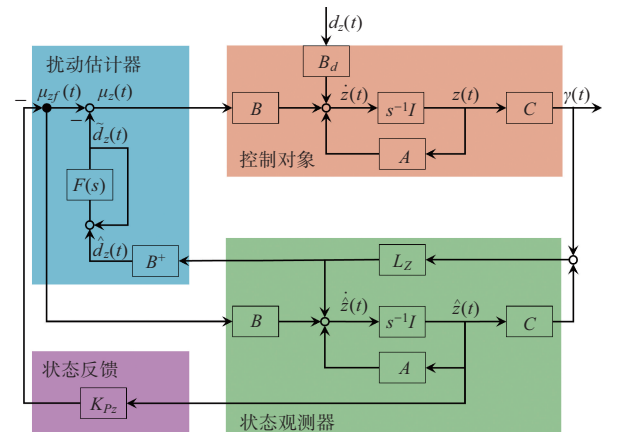


图3 基于EID的 z 通道控制系统配置

Fig.3 Configuration of EID-based z control system

$$F(j\omega) \approx I, \forall \omega \in [0, \omega_r] \quad (19)$$

式中, ω_r 为最高角频率, 其状态表示模型为

$$\begin{cases} \dot{z}_F = A_{Fz} z_F + B_{Fz} \hat{d}z \\ \dot{\hat{d}z} = C_{Fz} z_F \end{cases} \quad (20)$$

令

$$\Delta Z = Z - \hat{Z}, \Pi = [Z^T \Delta Z^T z_F^T]^T \quad (21)$$

用式(21)来描述基于EID的 z 通道控制系统基本结构, 得到

$$\begin{cases} \dot{Z} = (A - BK_{Pz})Z + BK_{Pz}\Delta Z - BC_{Fz} + B_d D_1 \\ \dot{\Delta Z} = (A - L_z C - BK_{Pz})\Delta Z - BC_{Fz} z_F + B_d D_1 \\ \dot{z}_F = (A_{Fz} + B_{Fz} C_{Fz})z_F + B_{Fz} B + L_z C \Delta z \end{cases} \quad (22)$$

PI控制器的设计如下

$$\begin{cases} e_z = z_d - z_1 \\ z_R = K_{Mz} e_z + K_{Lz} \int_0^t e_z dt \end{cases} \quad (23)$$

因此

$$Z_R = -K_{Mz} z_1 - K_{Lz} z_3 \quad (24)$$

并且式(22)变成

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 \\ \dot{z}_2 = -(K_{Pz1} + K_{Mz})z_1 - K_{Pz2}z_2 - K_{Lz}z_3 - C_{Fz}z_F + D_z \\ \dot{z}_3 = z_1 \\ \Delta \dot{z}_1 = \Delta z_2 - L_{z1}\Delta z_1 \\ \Delta \dot{z}_2 = -(L_{z2} + K_{Pz})\Delta z_1 - K_{Pz2}\Delta z_2 - C_{Fz}z_F + D_z \\ \dot{z}_F = (A_{Fz} + B_{Fz} C_{Fz})z_F + B_{Fz} B + L_z C \Delta z_1 \end{cases} \quad (25)$$

定义

$$\Pi_z = [z_1, z_2, z_3, \Delta z_1, \Delta z_2, z_F]^T \quad (26)$$

得到

$$\dot{\Pi}_z = \Xi_z \Pi_z + Y_z D_z \quad (27)$$

其中

$$\Xi_z = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -(K_{Pz1} + K_{Mz}) & -K_{Pz2} & -K_{Lz1} & 0 & 0 & -C_{Fz} \\ 1 & 0 & 0 & -L_{z1} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -L_{z1} - K_{Pz2} & -K_{Pz2} & -C_{Fz} \\ 0 & 0 & 0 & B_{Fz} B_z^+ & 0 & A_{Fz} + B_{Fz} C_{Fz} \end{bmatrix} \quad (28)$$

且

$$Y_z = [0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0]^T \quad (29)$$

同样的, 对于式(14)中 ψ 、 θ 、 ϕ 的控制, 令

$$\begin{cases} \Pi_\psi = [\psi_1, \psi_2, \psi_3, \Delta\psi_1, \Delta\psi_2, \psi_F]^T \\ \Pi_\theta = [\theta_1, \theta_2, \theta_3, \Delta\theta_1, \Delta\theta_2, \theta_F]^T \\ \Pi_\phi = [\phi_1, \phi_2, \phi_3, \Delta\phi_1, \Delta\phi_2, \phi_F]^T \end{cases} \quad (30)$$

其中

$$\begin{cases} \psi_3 = \int_0^t \psi_1 dt \\ \theta_3 = \int_0^t \theta_1 dt \\ \phi_3 = \int_0^t \phi_1 dt \\ \Delta\theta_1 = \theta_1 - \hat{\theta}_1 \\ \Delta\theta_2 = \theta_2 - \hat{\theta}_2 \\ \Delta\phi_1 = \phi_1 - \hat{\phi}_1 \\ \Delta\phi_2 = \phi_2 - \hat{\phi}_2 \\ \Delta\psi_1 = \psi_1 - \hat{\psi}_1 \\ \Delta\psi_2 = \psi_2 - \hat{\psi}_2 \end{cases} \quad (31)$$

得到

$$\begin{cases} \dot{\Pi}_\psi = \Xi_\psi \Pi_\psi + Y_\psi D_\psi \\ \dot{\Pi}_\theta = \Xi_\theta \Pi_\theta + Y_\theta D_\theta \\ \dot{\Pi}_\phi = \Xi_\phi \Pi_\phi + Y_\phi D_\phi \end{cases} \quad (32)$$

其中

$$\Xi_\psi = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -(K_{P\psi1} + K_{M\psi}) & -K_{P\psi2} & -K_{L\psi1} & 0 & 0 & -C_{F\psi} \\ 1 & 0 & 0 & -L_{\psi1} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -L_{\psi1} - K_{P\psi1} & -K_{P\psi2} & -C_{F\psi} \\ 0 & 0 & 0 & B_{F\psi} B_\psi^+ L_\psi & 0 & A_{F\psi} + B_{F\psi} C_{F\psi} \end{bmatrix} \quad (33)$$

$\Xi_\theta =$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -(K_{P\theta1} + K_{M\theta}) & -K_{P\theta2} & -K_{L\theta1} & 0 & 0 & -C_{F\theta} \\ 1 & 0 & 0 & -L_{\theta1} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -L_{\theta1} - K_{P\theta1} & -K_{P\theta2} & -C_{F\theta} \\ 0 & 0 & 0 & B_{F\theta} B_\theta^+ L_\theta & 0 & A_{F\theta} + B_{F\theta} C_{F\theta} \end{bmatrix} \quad (34)$$

$\Xi_\phi =$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -(K_{P\phi1} + K_{M\phi}) & -K_{P\phi2} & -K_{L\phi1} & 0 & 0 & -C_{F\phi} \\ 1 & 0 & 0 & -L_{\phi1} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -L_{\phi1} - K_{P\phi1} & -K_{P\phi2} & -C_{F\phi} \\ 0 & 0 & 0 & B_{F\phi} B_\phi^+ L_\phi & 0 & A_{F\phi} + B_{F\phi} C_{F\phi} \end{bmatrix} \quad (35)$$

并且

$$Y_\psi = Y_\theta = Y_\phi = [0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0]^T \quad (36)$$

相关控制系统的参数见表2。

定义

表2 控制系统参数

Table 2 Control system parameters

参数	定义
$j=z, \psi, \theta, \phi$	—
$A_{F_j}, B_{F_j}, C_{F_j}$	低通滤波器状态空间系数
$K_{F_j}=[K_{F_{j1}}, K_{F_{j2}}]$	状态反馈参数
K_{M_j}, K_{I_j}	PI控制器的参数
$L_j=[L_{j1}, K_{j2}]^T$	观察到的增益

$$\Xi=[\Xi_z^T \quad \Xi_\psi^T \quad \Xi_\theta^T \quad \Xi_\phi^T]^T \quad (37)$$

得到

$$\dot{\Pi}=\Xi\Pi+YD \quad (38)$$

其中

$$\Xi=\text{diag}(\Xi_z, \Xi_\psi, \Xi_\theta, \Xi_\phi) \quad (39)$$

$$D=[D_z \quad D_\psi \quad D_\theta \quad D_\phi]^T \quad (40)$$

并且

$$Y=[Y_z^T \quad Y_\psi^T \quad Y_\theta^T \quad Y_\phi^T] \quad (41)$$

由于 d 和控制输入是有界的,因此,假设

$$\|D\|_\infty \leq d_M \quad (42)$$

式中, d_M 为正数。

使用以下定义和引理来分析如图2所示的基于EID的容错控制系统的稳定性。

定义1:(全局一致最终有界)如果存在一个正常数 a_2 ,且对于每个 $a_2>0$,存在一个正常数 $T_c=T_c(a, b)$,并且满足以下条件,则称 $\dot{x}(t)=f(x(t), t)$ 的解 $x(t)$ 为全局一致最终有界,即

$$\|x(t_0)\|^2 < a_1 \Rightarrow \|x(t)\|_2 \leq a_2, \quad \forall t \geq t_0 + T_c \quad (43)$$

其中, $\|x(t_0)\|_2^2: x^T(t)x(t)$ 。

引理1:(杨氏不等式)对于实数 b_1 和 b_2 ,以及正实数 p 和 q ,满足 p 和 q 的倒数相加等于1,杨氏不等式表述如下

$$b_1 b_2 \leq \frac{b_1^p}{p} + \frac{b_2^q}{q} \quad (44)$$

当且仅当 $b_1^p = b_2^q$ 时等式成立。

定理1:当 Ξ 是Hurwitz时,基于EID的容错控制系统为全局一致最终有界,即 $\Xi_z, \Xi_\psi, \Xi_\theta, \Xi_\phi$ 是Hurwitz。

证明过程如下:

设式(45)是候选Lyapunov函数

$$V(t)=\Pi^T(t)P\Pi(t) \quad (45)$$

假设式(46)是一个正定对称矩阵

$$P=\text{diag}(P_1, P_2, P_3, P_4) \quad (46)$$

$V(t)$ 对时间的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= \dot{\Pi}^T(t)P\Pi(t) + \Pi^T(t)P\dot{\Pi}(t) = \\ &= \Pi^T(t)[\Xi^T P + P\Xi]\Pi(t) + D^T(t)P\Pi(t) + \Pi^T(t)PD(t) = \\ &= \Pi_z^T(t)[\Xi_z^T P_1 + P_1 \Xi_z]\Pi_z(t) + \Pi_\psi^T(t)[\Xi_\psi^T P_2 + P_2 \Xi_\psi]\Pi_\psi(t) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ \Pi_\theta^T(t)[\Xi_\theta^T P_3 + P_3 \Xi_\theta]\Pi_\theta(t) + \Pi_\phi^T(t)[\Xi_\phi^T P_4 + P_4 \Xi_\phi]\Pi_\phi(t) + \\ &+ \Pi_z^T(t)P_1 D_z(t) + D_z^T(t)P_1 \Pi_z(t) + \Pi_\psi^T(t)P_2 D_\psi(t) + \\ &+ \Pi_\theta^T(t)P_3 D_\theta(t) + D_\theta^T(t)P_3 \Pi_\theta(t) + \Pi_\phi^T(t)P_4 D_\phi(t) + \\ &+ D_\phi^T(t)P_4 \Pi_\phi(t) \end{aligned} \quad (47)$$

对于 $P>0$,存在 $Q=\text{diag}(Q_1, Q_2, Q_3, Q_4)>0$

满足

$$Q_k + A_k^T P_k + P_k A_k + 2\alpha_k P_k = 0, \quad k=1, 2, 3, 4 \quad (48)$$

对于常量 $\alpha_i>0, i=1, 2, 3, 4, 5$,使用杨氏不等式,满足

$$\frac{2}{a_1} + \frac{2}{a_2} + \frac{2}{a_3} + \frac{2}{a_4} = a_5 \quad (49)$$

得到

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &\leq \Pi_z^T(t)[\Xi_z^T P_1 + P_1 \Xi_z]\Pi_z(t) + \Pi_\psi^T(t)[\Xi_\psi^T P_2 + P_2 \Xi_\psi]\Pi_\psi(t) + \\ &+ \Pi_\theta^T(t)[\Xi_\theta^T P_3 + P_3 \Xi_\theta]\Pi_\theta(t) + \Pi_\phi^T(t)[\Xi_\phi^T P_4 + P_4 \Xi_\phi]\Pi_\phi(t) + \\ &+ 2\alpha_1 \Pi_z^T(t)P_1 \Pi_z(t) + \frac{2}{\alpha_1} D_z^T(t)D_z(t) + \\ &+ 2\alpha_2 \Pi_\psi^T(t)P_2 \Pi_\psi(t) + \frac{2}{\alpha_2} D_\psi^T(t)D_\psi(t) + \\ &+ 2\alpha_3 \Pi_\theta^T(t)P_3 \Pi_\theta(t) + \frac{2}{\alpha_3} D_\theta^T(t)D_\theta(t) + \\ &+ 2\alpha_4 \Pi_\phi^T(t)P_4 \Pi_\phi(t) + \frac{2}{\alpha_4} D_\phi^T(t)D_\phi(t) = \\ &= -\Pi^T(t)Q\Pi(t) + \alpha_5 D^T(t)D(t) \leq -\|Q\| \|\Pi(t)\|_2^2 + \alpha_5 d_M^2 \end{aligned} \quad (50)$$

如果 K_p, L 和 $F(s)$ 设计得当, $\Xi_z, \Xi_\psi, \Xi_\theta$ 和 Ξ_ϕ 为Hurwitz。

那么 $V(t)\leq 0$ 成立的条件为

$$\|\Pi(t)\|_2^2 \geq \frac{\alpha_5 d_M^2}{\|Q\|_2} \quad (51)$$

因此,当 Ξ 为Hurwitz时,系统是全局一致最终有界的。

需要注意的是,不等式(51)总是通过转动控制器参数。此外,如果稳定区域较小,可以改变控制器参数来扩大该区域。

4 模拟验证

本文通过一个自制的四旋翼无人飞行器试验平台来验证方法的有效性,四旋翼飞行器参数见表3。所需的参考信号 $[\theta_d, \phi_d, \psi_d]$ 的参数见表4。并且

$$z_d=10 \quad (52)$$

根据式(14),系统参数为

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \\ B &= \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

表3 四旋翼无人飞行器参数

Table 3 Parameters of QUAV

参数	值
$J_x, J_y, J_z / (\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	$\text{diag}(0.22, 0.22, 0.42) \times 10^{-1}$
$J_r / (\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	0.02
l / m	0.21
m / kg	1.10
$g / (\text{m/s}^2)$	9.81
$k_1, k_2, k_3 / ((\text{N} \cdot \text{s}) / \text{m})$	0.001
$k_4, k_5, k_6 / ((\text{N} \cdot \text{s}) / \text{m})$	0.0012

表4 所需的参考信号

Table 4 Desired pentagram-waypoint

参数	值	时间/s
$[\theta_d, \phi_d, \psi_d]$	[0, 0, 0]	0
	[0, 0, 0]	20
	[1, 1, -1]	40
	[0, 0, 0]	60
	[-1, -1, 1]	80
	[0, 0, 0]	100

$$C = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}^T \quad (53)$$

然后,优化性能指标

$$JL = \int_0^\infty \{ \epsilon x_L^T(t) M_L x_L(t) + u_L^T(t) N_L u_L(t) \} dt \quad (54)$$

式中, M_L 和 N_L 为加权矩阵,且全部为正数。 ϵ 是一个可调整的正常数。从而得出状态反馈控制律

$$u_L = K_\epsilon x_L(t), K_\epsilon = -N_L^{-1} C W_\epsilon \quad (55)$$

$$A W_\epsilon + W_\epsilon A^T - W_\epsilon C^T R_L^{-1} C W_\epsilon + \epsilon M_L = 0 \quad (56)$$

其中, W_ϵ 是式(56)的一个正对称解

设计观察者增益为

$$L = -K_\epsilon^T \quad (57)$$

用以下条件最小化式(54)的性能

$$M_L = \text{diag}\{1, 102\}, N_L = 1, \epsilon = 10^4 \quad (58)$$

得到

$$L = [106.80 \quad 1001.92]^T \quad (59)$$

通过

$$M_K = I, N_K = 1, \epsilon = 10^2 \quad (60)$$

最小化性能指标

$$J_K = \int_0^\infty \{ \epsilon x_K^T(t) M_K x_K(t) + u_K^T(t) N_K u_K(t) \} dt \quad (61)$$

得到最佳增益

$$K_p = [9.8 \quad 10.1] \quad (62)$$

然后,本文设计了一个一阶滤波器

$$\begin{cases} F(s) = \frac{100}{s+101} \\ A_F = -101, B_F = 100, C_F = 1 \end{cases} \quad (63)$$

本文设计的PI控制器的参数为

$$K_M = 100, K_I = 40 \quad (64)$$

令执行器故障为

$$\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta_3 = \Delta_4 = -0.1 \quad (65)$$

令外部干扰为

$$\begin{cases} dz = 0.5 \cos 2t + 0.3 \sin 2t \\ d\theta = 0.2 \cos 2t + 0.2 \sin 2t \\ d\phi = 1.1 \cos 2t + 1.3 \sin 2t \\ d\psi = 1.1 \cos 2t + 1.3 \sin 2t \end{cases} \quad (66)$$

本文比较了使用(见图4)和不使用EID补偿器的容错四旋翼控制系统(见图5)。图5显示,当不使用EID补偿器时,干扰对输出的影响较大。输出以1.5rad/s的振动角频率振荡。另外,在系统中加入EID补偿器,大大降低了干扰的影响。本文使用峰峰值(PPV)来显示稳态精度和控制性能。不使用EID补偿器的PPV为1.2m,而使用EID补偿器的PPV为0.09m。很明显,EID方法提高了控制性能。

对于 θ, ϕ, ψ 的控制,有5个PPV,分别为: $0 \leq t \leq 20s, 20s \leq t \leq 40s, 40s \leq t \leq 60s, 60s \leq t \leq 80s$ 和 $80s \leq t \leq 100s$ 。本文选择最大的PPV来显示EID方法的有效性。不使用EID补偿器时 θ 的最大PPV为16.2,而使用EID补偿器时为5.4;使用EID补偿器时 ϕ 的最大PPV为18.1,而使用EID补偿器时为6.2;使用EID补偿器时 ψ 的最大PPV为24.5,而使用EID补偿器时为7.4。这表明所提出的方法是有效的,可以改善控制表现。

5 结束语

本文采用EID方法来抑制执行器故障和外部干扰在QUVA周期轨迹跟踪控制中的影响。本文考虑到了执行器故障并将外部扰动作为集中扰动,并且设计了4个EID补偿器来抑制影响。此外,设计了4个PI控制器来实现跟踪控制。该系统操作和设计均比较简单,也很容易应用于其他实际系统中。

AST

参考文献

- [1] Goodarzi F A, Lee D, Lee T. Geometric control of a quadrotor UAV transporting a payload connected via flexible cable[J]. International Journal of Control, Automation and Systems, 2015, 13(6): 1486-1498.
- [2] Menouar H, Guvenc I, Akkaya K, et al. UAV-enabled intelligent transportation systems for the smart city: applications and

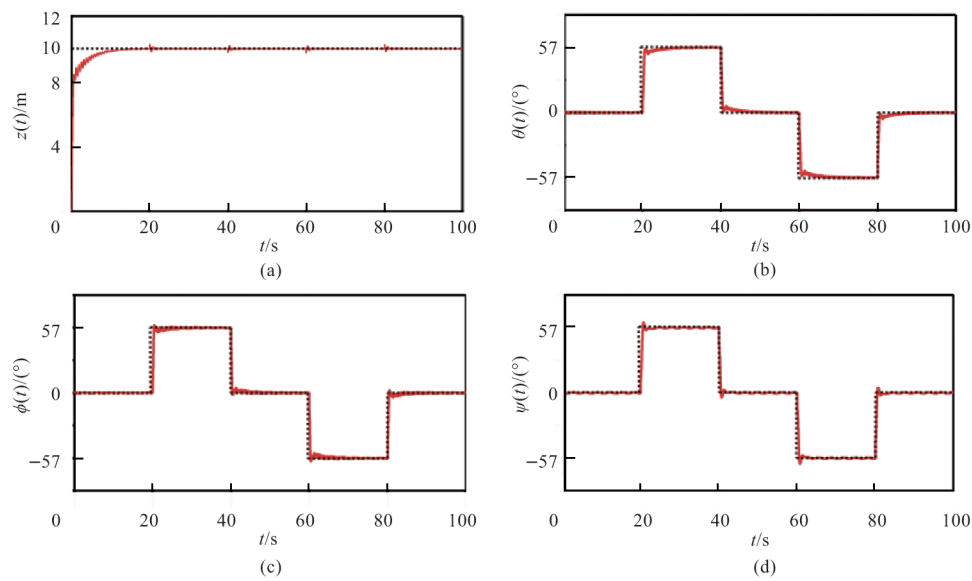


图4 使用EID补偿器时的响应

Fig.4 Responses with EID estimators

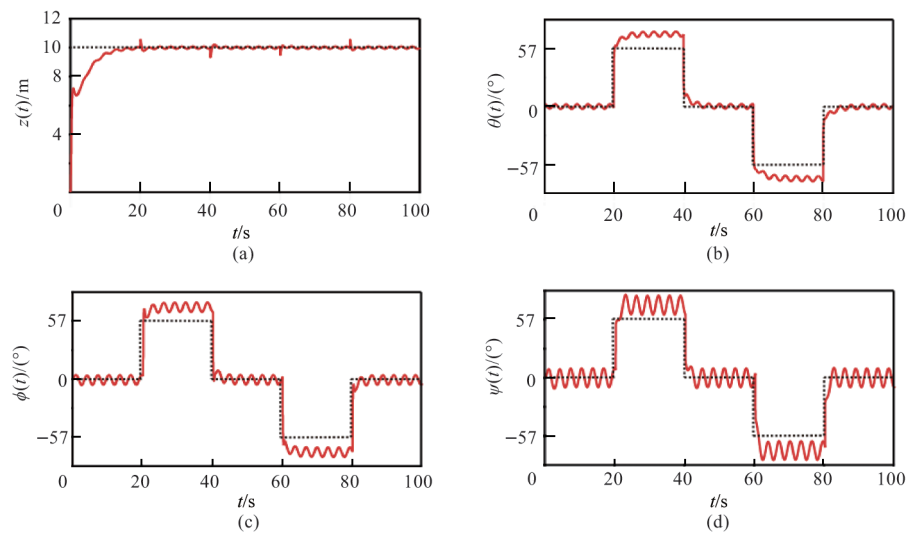


图5 不使用EID补偿器时的响应

Fig. 5 Responses without EID estimators

challenges[J]. IEEE Communications Magazine, 2017, 55(3): 22-28.

- [3] 弓镇宇, 杨飞生. 多无人机系统在线强化学习最优安全跟踪控制[J]. 航空科学技术, 2024, 35(4): 25-30.

Gong Zhenyu, Yang Feisheng. Optimal secure tracking control in multi-uavs based on online reinforcement learning[J]. Aeronautical Science & Technology, 2024, 35(4): 25-30. (in Chinese)

- [4] 姜心淮, 李春鹏, 刘宁. 无人机变形机翼气动优化设计[J]. 航

空科学技术, 2024, 35(5): 74-81.

Jiang Xinhui, Li Chunpeng, Liu Ning. Aerodynamic optimization design of UAV deformed wing[J]. Aeronautical Science & Technology, 2024, 35(5): 74-81. (in Chinese)

- [5] Belobaba P, Cooper J, Seabridge A. Advanced UAV aerodynamics, flight stability and control: Novel concepts, theory and applications[M]. Chichester: Wiley, 2017.

- [6] Xu Zhiwei, Nian Xiaohong, Wang Haibo, et al. Robust guaranteed cost tracking control of quadrotor UAV with

- uncertainties[J]. ISA Transactions, 2017, 69: 157-165.
- [7] Kendoul F, Yu Z, Nonami K. Guidance and nonlinear control system for autonomous flight of minirotorcraft unmanned aerial vehicles[J]. Journal of Field Robotics, 2010, 27(3): 311-334.
- [8] Cai Wenjing, She Jinhua, Wu Min, et al. Disturbance suppression for quadrotor UAV using sliding-mode-observer-based equivalent-input-disturbance approach[J]. ISA Transactions, 2019, 92: 286-297.
- [9] Cai Wenjing, She Jinhua, Wu Min, et al. Quadrotor waypoint-tracking control under exogenous disturbances based on equivalent-input-disturbance approach[J]. Journal of the Franklin Institute, 2020, 357(8): 4709-4741.
- [10] Yacef F, Bouhali O, Hamerlain M, et al. Observer-based adaptive fuzzy backstepping tracking control of quadrotor unmanned aerial vehicle powered by Li-ion battery[J]. Journal of Intelligent and Robotic Systems, 2016, 84(1): 179-197.
- [11] Xiong Jingjing, Zhang Guobao. Global fast dynamic terminal sliding mode control for a quadrotor UAV[J]. ISA Transactions, 2017, 66: 233-240.
- [12] Li Shushuai, Wang Yaonan, Tan Jianhao, et al. Adaptive RBFNNs/integral sliding mode control for a quadrotor aircraft [J]. Neurocomputing, 2016, 216: 126-134.
- [13] Kuo C, Tsai C. Quaternion-based adaptive backstepping RFWNN control of quadrotors subject to model uncertainties and disturbances[J]. International Journal of Fuzzy Systems, 2018, 20(6): 1745-1755.
- [14] Kayacan E, Maslim R. Type-2 fuzzy logic trajectory tracking control of quadrotor VTOL aircraft with elliptic membership functions[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2017, 22(1): 339-348.
- [15] Sun Miaoping, Liu Jingjing, Wang Haibo, et al. Robust fuzzy tracking control of a quad-rotor unmanned aerial vehicle based on sector linearization and interval matrix approaches[J]. ISA Transactions, 2018, 80: 336-349.
- [16] Islam S, Liu P X, El Saddik A. Robust control of four-rotor unmanned aerial vehicle with disturbance uncertainty[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2015, 62(3): 1563-1571.
- [17] Merheb A R, Noura H, Bateman F. Design of passive fault-tolerant controllers of a quadrotor based on sliding mode theory [J]. International Journal of Applied Mathematics and Computer Science, 2015, 25(3): 561-576.
- [18] Gao Zhifeng, Jiang Bin, Shi Peng, et al. Active fault tolerant control design for reusable launch vehicle using adaptive sliding mode technique[J]. Journal of the Franklin Institute, 2012, 349(4): 1543-1560.
- [19] Wang Ban, Zhang Youmin. Adaptive sliding mode fault-tolerant control for an unmanned aerial vehicle[J]. Unmanned Systems, 2017, 5(4): 209-221.
- [20] Wang Tao, Xie Wenfang, Zhang Youmin. Sliding mode fault tolerant control dealing with modeling uncertainties and actuator faults[J]. ISA Transactions, 2012, 51(3): 386-392.
- [21] Li Tong, Zhang Youmin, Gordon B W. Passive and active nonlinear fault-tolerant control of a quadrotor unmanned aerial vehicle based on the sliding mode control technique[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering, 2013, 227(1): 12-23.
- [22] Wang Ban, Yu Xiang, Mu Lingxia, et al. Disturbance observer-based adaptive fault-tolerant control for a quadrotor helicopter subject to parametric uncertainties and external disturbances [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 120: 727-743.
- [23] Xiao Bing, Yin Shen. A new disturbance attenuation control scheme for quadrotor unmanned aerial vehicles[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2017, 13(6): 2922-2932.
- [24] Aboudonia A, El-Badawy A, Rashad R. Active anti-disturbance control of a quadrotor unmanned aerial vehicle using the command-filtering backstepping approach[J]. Nonlinear Dynamics, 2017, 90(1): 581-597.
- [25] Yang Hongjun, Cheng Lei, Xia Yuanqing, et al. Active disturbance rejection attitude control for a dual closed-loop quadrotor under gust wind[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2018, 26(4): 1400-1405.
- [26] Castillo A, Sanz R, Garcia P, et al. A quaternion-based and active disturbance rejection attitude control for quadrotor[C]. 2016 IEEE International Conference on Information and Automation (ICIA), 2016: 240-245.
- [27] Aboudonia A, Rashad R, El-Badawy A. Composite hierarchical anti-disturbance control of a quadrotor UAV in the presence of matched and mismatched disturbances[J]. Journal of Intelligent

and Robotic Systems, 2018, 90(1): 201-216.

[28] She Jinhua, Xin Xin, Pan Yaodong. Equivalent-input-disturbance approach—analysis and application to disturbance

rejection in dual-stage feed drive control system[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2011, 16(2): 330-340.

Fault-tolerant Control for QUAV Based on Equivalent Input Disturbance under Unknown External Disturbances

Cai Wenjing, Gao Lipeng, Yu Jiaping, Liu Xin, Ni Jie

Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China

Abstract: This paper applies the equivalent input disturbance (EID) approach in the control of a quadrotor unmanned aerial vehicle (QUAV) with influences of actuator faults and external disturbances. Since actuator faults can be considered as the matched disturbances in the control-input channel, this paper take it to be a part of the lumped disturbance and use the EID approach to solving it. And then the exact linearization method is used to compensate for nonlinearities in the QUAV system. Four PI controllers are used to accomplish tracking control. Combining the EID approach, the exact linearization, with the PI control, present the EID-based fault-tolerant control method. Next, stability conditions are derived based on the globally uniformly ultimately bounded. Finally, simulations demonstrate the effectiveness of the method. In practical operational environments, the fault-tolerant control strategy proposed in this paper demonstrates significant reference value and broad application prospects when confronting numerous uncertain factors.

Key Words: disturbance rejection; equivalent input disturbance; fault-tolerant control; periodic-trajectory tracking control; QUAV

Received: 2024-11-15; **Revised:** 2025-01-23; **Accepted:** 2025-03-14

Foundation item: Aeronautical Science Foundation of China (2023Z034053001); Guangdong Basic and Applied Basic Research Foundation (2023A1515111175)