

基于差分进化算法的高性能环形陀螺仪结构与优化



葛啸¹, 陈旭辉², 丁徐锴¹, 李宏生¹

1. 东南大学, 江苏 南京 210089

2. 中航工业西安飞行自动控制研究所, 陕西 西安 710062

摘要:微机械环形陀螺作为一种具备导航级应用前景的角速度传感器,其性能与结构形态及几何参数密切关联。然而,环形谐振子动力学模型高度复杂,目前尚无系统化的设计准则。同时,受制于有限的器件面积和工艺精度约束,检测灵敏度的大幅提升成为亟待突破的技术瓶颈。本文提出一种具有高检测灵敏度与环境适应性的微机械环陀螺结构,并基于其几何模型推导了陀螺的灵敏度表达式。依托某联合仿真平台,采用改进的差分进化算法,对环形陀螺的结构参数进行了优化。以最大化环陀螺的检测灵敏度为目标,结合了不可行解处理机制以应对陀螺对环境适应性与工艺可行性的要求。结果表明,优化后的环陀螺结构不仅满足了既定的工艺要求,还展现出了出色的抗冲击能力。更重要的是,与初始方案相比,其检测灵敏度提升了3~9倍。该方法充分发掘了环形陀螺的力学性能潜力。

关键词:微电子机械系统; 环形陀螺仪; 结构优化; 差分进化; 有限元方法

中图分类号: TH703

文献标识码: A

DOI: 10.19452/j.issn1007-5453.2025.07.013

陀螺仪作为惯性技术的核心部件,用于角速度或角度的实时检测,能够在不依赖外部信号的情况下实现自主导航,是航空、航天、航海和国防工业中广泛使用的一种惯性仪器^[1]。基于科里奥利(Coriolis)原理,通过谐振子测量角度或角速度的陀螺仪称为科氏振动陀螺仪。相比于传统的机械转子陀螺仪,它减少了对旋转部件的依赖,且具有简化的机械结构。此外,与微机电系统(MEMS)技术相结合的科氏振动陀螺仪在成本、体积、重量、功耗方面具有综合优势,是陀螺仪小型化的理想选择。

目前性能最好的MEMS陀螺仪是一类具有三维圆周对称结构的半球形谐振陀螺仪。受半球谐振器的启发,研究人员提出了多种具有二维轴对称结构的谐振器,其中最具有代表性的是MEMS环形谐振陀螺仪^[2]。MEMS环形陀螺仪继承了半球陀螺仪的优点,具有二维对称结构特征且兼容平面微加工工艺,能够实现低成本的大规模生产^[3]。与传统的MEMS音叉陀螺仪相比,环形陀螺仪具有以下优点:抗振动、冲击能力强;高度匹配的模式频率和品质因数,

带来了高灵敏度和低漂移;对称结构具有低温度敏感性;电容结构能够校正非理想因素引起的谐振结构缺陷。目前,环形谐振陀螺的结构设计缺少统一的标准,这限制了其性能的进一步提升。因此,有必要针对性地对环式谐振陀螺结构进行优化设计方法研究,以提升其检测性能与环境适应性。

由于MEMS传感器的设计参数与优化目标之间的关系通常很复杂,通过简单的参数扫描难以归纳得到最优方案^[4]。近年来,许多研究者尝试将进化算法应用于结构设计来提升MEMS传感器的性能^[5]。本文中环陀螺的结构优化将基于差分进化算法实现,其在MEMS设计中已有诸多实际应用。李燕斌^[6]将差分进化算法应用于静电梳齿结构的MEMS多域耦合优化设计。范衡等^[7]将多目标约束差分进化算法用于优化梳状驱动微谐振器的布局综合,以降低产生诱导不确定性的灵敏度。Ketabi等^[8]将差分进化算法和有限元法分析相结合,优化了可变电容微电机的形状,以实现高转矩值和低转矩脉动。丁晓峰等^[9]提

收稿日期: 2024-11-17; 退修日期: 2025-03-07; 录用日期: 2025-04-08

基金项目: 航空科学基金(20220008069002)

引用格式: Ge Xiao, Chen Xuhui, Ding Xukai, et al. Design and optimization of a ring gyroscope with high sensitivity using differential evolution algorithm[J]. Aeronautical Science & Technology, 2025, 36(7): 104-112. 葛啸, 陈旭辉, 丁徐锴, 等. 基于差分进化算法的高性能环形陀螺仪结构与优化[J]. 航空科学技术, 2025, 36(7): 104-112.

出了通过约束矩阵和深度搜索增强的传统差分进化算法来设计具有高功率密度和效率的微电机。Akinsolu 等^[10]提出了一种称为自适应代理模型辅助差分进化的高级优化算法。该算法的优越性通过两个 MEMS 设计问题得到了验证,一个是电热弹性微作动器,另一个是波纹膜微致动器。综上所述,差分进化算法能够很好地帮助 MEMS 传感器设计,然而,目前使用差分进化算法对环形陀螺结构进行优化的研究很少。

环形陀螺仪的设计是一项复杂且细致的工程任务,因其性能在很大程度上受结构方案的影响,而这些影响在不同设计间差异显著,且缺乏明确的规律性。特别是在相似的外形和尺寸限制下,结构设计的微小变化就可能导致性能的巨大差异。本文旨在结合有限元分析和优化算法,提出一种结构优化设计策略,旨在提升环形陀螺仪的检测灵敏度,同时兼顾其抗冲击能力。通过权衡各项几何参数对性能指标的影响,本文力求找到一种最优的几何尺寸设计方案,突破当前的环形陀螺性能瓶颈,以期实现高性能 MEMS 环形陀螺仪在更多关键领域的应用。

1 环形陀螺仪

1.1 几何与理论模型

图 1 展示了所研究的振动环陀螺谐振器结构的三维结构示意图,该结构包含以下关键子组件:(1)环主体:作为陀螺谐振器的核心,悬挂环主体具有半径 R_{in} 和宽度 b_{ring} 。(2)支撑弹簧:提供必要的刚度与定位,其曲率半径为 R_{out} ,长度和宽度分别表示为 L_{spring} 和 b_{spring} 。(3)辐条:连接环主体与支撑弹簧,确保结构完整性和对称性,其长度和宽度为 L_{spoke} 和 b_{spoke} ,相邻辐条间夹角为 φ_{gap} 。(4)锚点:与弹簧相连,用于固定谐振子,其在圆周方向上的弧长为 w_{anchor} 。

图 2 展示了环陀螺的主要模态振型,包括面内与面外模态。其中,图 2(b)~图 2(d)具体描绘了面内 $n = 1, 2, 3$ 模态,其中 n 表示该振型的环周向波数。 $n = 2$ 模态选定为陀

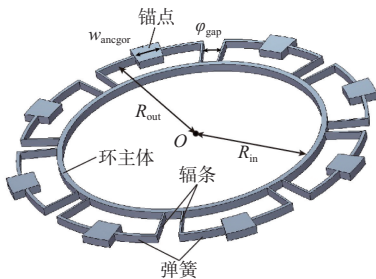


图 1 环形陀螺仪三维结构示意图

Fig.1 3D schematic diagram of a ring gyroscope

螺的典型工作模态,由于结构的对称性, $n = 2$ 模态成对存在,主次模态的主轴夹角相差 45° 。当主模态受到激发,并且存在面外角速度时,科氏力将有效地激发次级模态。在此情况下,角速度的大小与次级模态的振幅呈现出直接的正比关系。

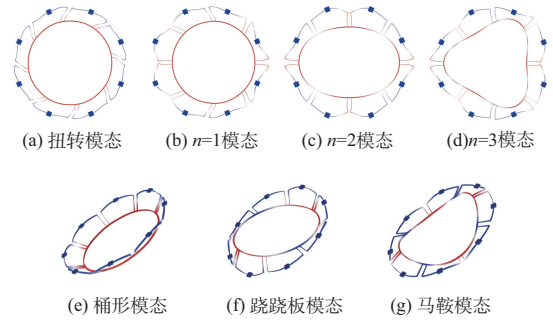


图 2 环形陀螺仪前 7 阶模态振型

Fig.2 The first 7 mode shapes of the ring gyroscope

环陀螺的角速度检测模式涉及工作模态的激励,次级模态的检测与误差的电学校正,需要配置多个功能电极。图 3 展示了其电极布置:施力电极 $V_{d\pm}$ 与 $V_{dc\pm}$ 用于维持运动状态;检测电极 $V_{s\pm}$ 与 $V_{sc\pm}$ 用于提取位移信号;正交刚度校正电极 $V_{q1(2)}$ 用于校正机械加工误差。

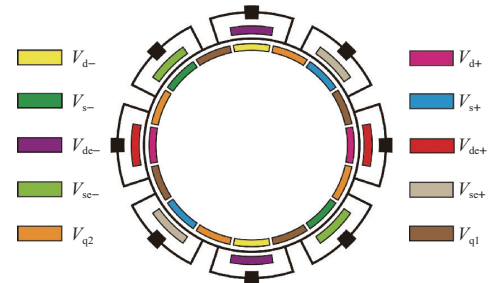


图 3 环形陀螺仪电极布置方案

Fig.3 Electrode layout scheme for ring gyroscope

将驱动与检测模态的等效位移记作 x 与 y ,环陀螺的运动方程可以表示为

$$\begin{bmatrix} m_x & 0 \\ 0 & m_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_x & 0 \\ 2nA_g m_y \Omega_z & c_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_x & 0 \\ 0 & k_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_d \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中, $m_{x(y)}$ 为 $x(y)$ 方向的等效质量, $c_{x(y)} = m_{x(y)} \omega_{x(y)} / Q_{x(y)}$ 为对应方向的阻尼系数, A_g 为角增益系数, Ω_z 为 z 轴方向的角速度, $k_{x(y)}$ 为等效刚度, $f_d = A_r \sin(\omega_x t)$ 为驱动力, $\omega_{x(y)}$ 为 $x(y)$ 方向的谐振角频率, $Q_{x(y)}$ 为 $x(y)$ 方向的品质因数。当陀螺沿驱动方向

谐振时,驱动模态的幅值 A_x 可以表示为

$$A_x = \frac{A_f Q_x}{k_x} \quad (2)$$

当驱动模态谐振且 z 轴方向存在角速度时,由科里奥利效应产生的科氏力将激励陀螺的检测模态,其位移幅值 A_y 可以表示为

$$A_y = \frac{2nA_g A_x \omega_x \Omega_z}{\sqrt{(\omega_y^2 - \omega_x^2)^2 + (\omega_x \omega_y / Q_y)^2}} \quad (3)$$

基于此,可以得到陀螺的机械灵敏度 S_m ,即单位角速度下检测模态的等效位移,记作

$$S_m = \frac{A_y}{\Omega_z} = \frac{2nA_g A_x \omega_x}{\sqrt{(\omega_y^2 - \omega_x^2)^2 + (\omega_x \omega_y / Q_y)^2}} \quad (4)$$

由式(4)可知,驱动与检测模态间的频差越小,机械灵敏度越大。因此,为了提高陀螺的性能,通常通过对陀螺的模态刚度的电调谐,令其工作在模态匹配模式($\omega_x = \omega_y$)下,此时,机械灵敏度可以简化为

$$S_m = \frac{A_y}{\Omega_z} = \frac{2nA_g A_x Q_y}{\omega_y} \quad (5)$$

通常,位移的变化将转化为检测电极的电容变化,通过CV转换电路读出。电容灵敏度即单位等效位移下的电容变化量,表示为

$$S_c = \frac{\varepsilon A}{d^2} = \frac{4\varepsilon h R_{in} \phi}{d^2} \quad (6)$$

式中, ε 为真空介电常数, A 为检测电容面积, d 为环与检测电极之间的间距, ϕ 为检测电极的弧度, h 为环的高度。

结合式(5)和式(6),可以得到环陀螺的检测灵敏度的表达式

$$S = S_m \cdot S_c = \frac{8\varepsilon h R_{in} \phi n A_g A_x Q_y}{d^2 \omega_y} \quad (7)$$

1.2 结构参数仿真

环陀螺的工作模态谐振频率、品质因数、模态隔离程度与结构参数密切相关。本节以环的宽度、半径、弹簧的长度、半径为例,探究其对环陀螺性能的具体影响。设定了一组初始的结构参数: $R_{in}=3000 \mu\text{m}$, $R_{out}=4000 \mu\text{m}$, $b_{ring}=50 \mu\text{m}$, $b_{spring}=20 \mu\text{m}$, $b_{spoke}=20 \mu\text{m}$, $\phi_{gap}=5^\circ$, $w_{anchor}=350 \mu\text{m}$ 。为了精准分析这些几何参数变化下环陀螺的结构特性,本文采用了有限元分析与优化算法相结合的方法,在热力学耦合场中进行模态分析。通过精确提取各模态的角增益系数,能够有效辨识出工作模态,并进一步提取和计算出环陀螺的各项关键性能参数。

图4绘制了环主体宽度 b_{ring} 对环陀螺相关性能参数的

影响。从图4(a)中可知,陀螺工作模态的谐振频率随环宽度的变化趋势,且这一趋势在不同的支撑弹簧宽度条件下呈现出显著差异。值得注意的是,部分曲线存在不连续现象,这主要是因为在此宽度区间内,环陀螺的 $n=2$ 模态与相邻模态过于接近,导致模态间耦合效应显著,产生了混合形变。在进行模态辨识过程中,不符合对工作模态的要求。图4(b)则展示了工作模态与相邻模态之间的频差变化趋势。发现 $n=2$ 模态不存在的区间恰好对应于频差较小的区域,这进一步强调了在进行环陀螺结构设计时,确保模态隔离水平的重要性。此外,频差的变化趋势异常复杂且缺乏规律性,这无疑增加了环陀螺结构设计的挑战性和难度。

为追求高灵敏度与低噪声水平,环陀螺通常被封装在真空环境中,以最大程度地抑制气体阻尼。同时,其对称结构和振型设计也显著降低了锚点损耗。因此,在结构内部,热弹性损耗成为决定环陀螺品质因数的关键因素。图4(c)揭示了环陀螺的热弹性品质因数随环宽度的变化规律。对于具有较宽辐条的环陀螺而言,热弹性品质因数呈现出先增后减的趋势;而对于辐条较窄的环陀螺,则随着环宽度的增加,热弹性品质因数单调下降。此外,品质因数的变化幅度相较于谐振频率更为显著,这表明品质因数对几何尺寸的变化更加敏感。

综合上述参数,将其代入式(7),可以得到环陀螺的检测灵敏度随宽度 b_{ring} 的变化曲线,如图4(d)所示。检测灵敏度的变化趋势与品质因数的类似。总体而言,环宽度较小的环陀螺具有更高的检测灵敏度,但并非宽度越小越好。

综上所述,环陀螺的结构参数与其动力学特性之间存在着复杂而紧密的联系。此外,受加工水平的限制,结构参数的设计存在多处不可行域,使得直观找到同时满足高灵敏度、高模态隔离水平和足够抗冲击水平的最优方案变得异常困难。因此,本文将差分进化算法与有限元分析方法相结合,为环陀螺的设计优化问题提供了一种新思路。

2 基于差分进化算法的结构优化

2.1 问题描述

基于前文分析,认识到环陀螺的检测灵敏度深受其几何尺寸、振型特征、谐振频率、品质因数、科氏质量以及模态频差等多重因素的共同影响,其内在机制错综复杂。在力求提升检测灵敏度的同时,必须兼顾陀螺的模态隔离度与

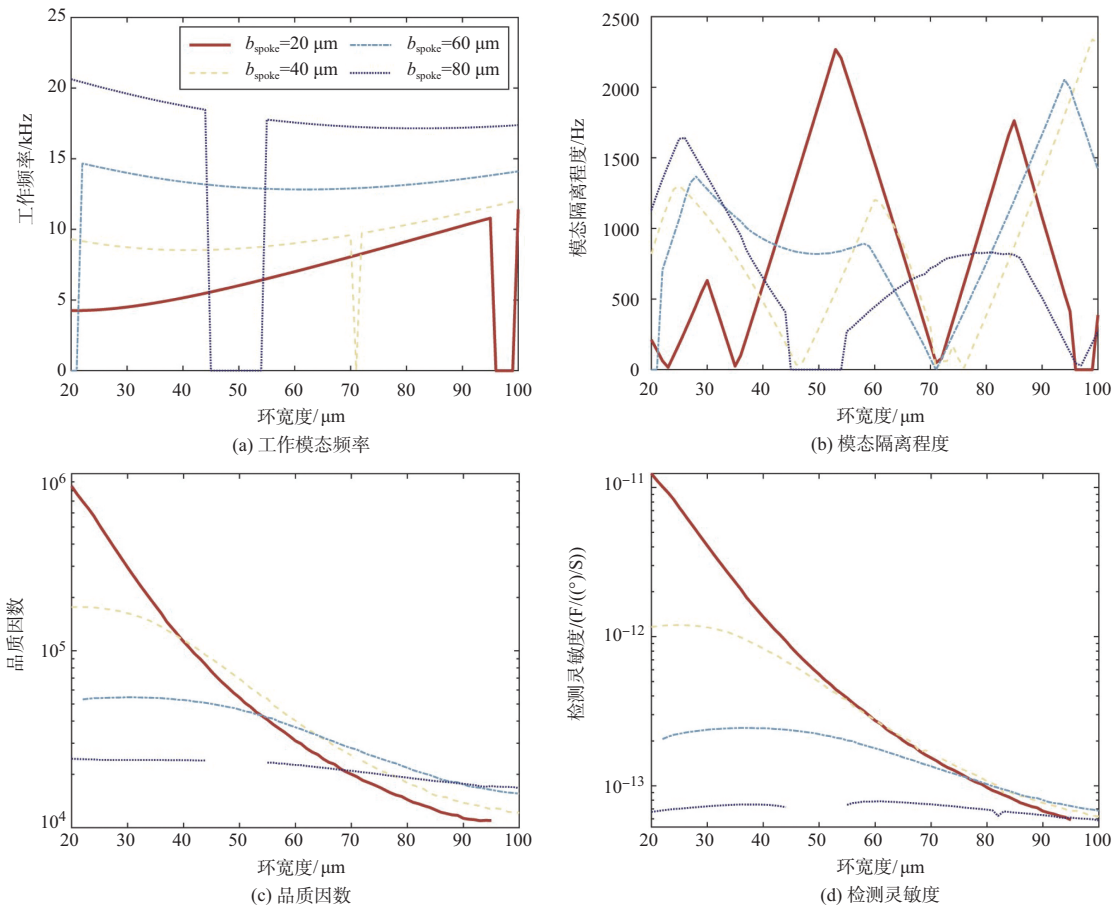


图4 不同辐条宽度下环陀螺的工作模式频率、模式隔离程度、品质因数和检测灵敏度相对于环宽度的变化曲线
Fig.4 Variation of operating frequency, mode separation, quality factor, and sensitivity with respect to ring width for ring gyroscopes with different spoke widths

平动($n=1$)模态的固有频率,这无疑增加了结构设计的复杂性。因此,仅凭对几何参数的孤立分析,难以提炼出简明直观的设计原则。

本节旨在运用改进的差分进化算法,在遵循微机械加工技术限制的前提下,探索并求解出能够显著提升检测灵敏度的环形陀螺结构方案。在此过程中,可自由调整的几何变量涵盖了环的宽度与半径、辐条的长度与宽度、支撑弹簧的长度与宽度、辐条间的夹角以及锚点的宽度。根据所采用的微机械加工工艺水平,将环结构的高度固定为 $h=100\text{ }\mu\text{m}$,并确保整体尺寸不超过 $8\text{ mm}\times 8\text{ mm}$ 的范围。除了上述几何参数的约束外,为了确保环陀螺在力学环境中的稳定性与适应性,还需将陀螺的平动模态固有频率 $f_{n=1}$ 设定在 10000 Hz 以上。此外,为了防止工作模态与相邻模态间发生耦合,要求工作模态与相邻模态的频差 Δf 必须大于 1500 Hz 。由于差分进化算法默认以目标函数最小化为优化方向,故通过构造 $\min f(x)=-S$ 实现灵敏度最

大化目标。综上所述,本文所面临的带约束优化问题可具体表述为

$$\begin{aligned}
 \min f(x) &= -S \\
 \text{s.t. } f_{n=1} &> 10000\text{ Hz} \\
 \Delta f &> 1500\text{ Hz} \\
 100 &\leq L_{\text{spoke}} \leq 1000 \\
 3500 &\leq R_{\text{out}} \leq 4000 \\
 20 &\leq b_{\text{ring}} \leq 100 \\
 10 &\leq b_{\text{spoke}} \leq 50 \\
 10 &\leq b_{\text{spring}} \leq 50 \\
 2^\circ &\leq \varphi_{\text{gap}} \leq 10^\circ \\
 300 &\leq w_{\text{anchor}} \leq 800
 \end{aligned} \tag{8}$$

2.2 差分进化算法简介

差分进化(DE)算法是一类基于群体差异的启发式搜索算法。它最早由Storn等^[12]提出,用于解决Chebyshev多项式拟合问题的一种优化方法。该算法具有原理简单、控制参数少、易于实现的优点,且兼顾了较强的搜索能力与鲁棒性。

标准差分进化算法包含了初始化、变异、交叉和选择4个步骤。

(1) 初始化

对于包含了 D 个变量的优化问题,初始化指的是生成 N_p 个由 D 维矢量表示的种群^[13],第 g 代种群中的第 i 个目标矢量可以表示为

$$\mathbf{x}_i^g = (x_{i,1}^g, x_{i,2}^g, \dots, x_{i,j}^g, \dots, x_{i,D}^g), \quad i=1, 2, \dots, N_p \quad (9)$$

式中, $g=0$ 意味着算法处于初始化阶段。在实际应用中,每个参数将受到边界约束,其初始值在其上下界内随机选取。第 i 个目标矢量的第 j 个参数可以写作

$$x_{i,j}^0 = L_j + \text{rand}_j(0, 1) \cdot (U_j - L_j) \quad (10)$$

式中, L_j 与 U_j 表示第 j 个参数的上界与下界。

(2) 变异

种群初始化后,对其进行变异产生变异矢量 $\mathbf{v}_i^g$,变异矢量的生成策略较多,其中最常用且有效的方法为

$$\mathbf{v}_i^g = \mathbf{x}_{r_1}^g + F(\mathbf{x}_{r_2}^g - \mathbf{x}_{r_3}^g) \quad (11)$$

式中, r_1, r_2 和 r_3 是从范围 $[1, N_p]$ 中随机选取的三个互异且不等于 i 的整数,比例因子 F 是正实数,用于控制差分矢量的放大系数。当变异矢量的某些参数在变异后超过其约束边界,则需要重新初始化该参数。

(3) 交叉

交叉操作是指从目标矢量 $\mathbf{x}_i^g$ 和变异矢量 $\mathbf{v}_i^g$ 中生成试验矢量 $\mathbf{u}_i^g$,具体的交叉方式如下

$$u_{i,j}^g = \begin{cases} v_{i,j}^g, & \text{rand}_j(0, 1) \leq C_r \text{ 或 } j = j_{\text{rand}} \\ x_{i,j}^g, & \text{其他} \end{cases} \quad (12)$$

式中, $C_r \in [0, 1]$ 是交叉常数,它表征了试验矢量从变异矢量中继承参数的概率, j_{rand} 是 $1 \sim D$ 之间的随机整数,表示可能发生交叉继承的参数坐标。

(4) 选择

在选择操作中,首先应评估试验矢量的目标函数值。如果其目标函数值小于或等于目标矢量的目标函数值,则用试验矢量替换目标矢量,否则目标矢量在下一代种群中保持不变

$$\mathbf{x}_i^{g+1} = \begin{cases} \mathbf{u}_i^g, & f(\mathbf{u}_i^g) \leq f(\mathbf{x}_i^g) \\ \mathbf{x}_i^g, & \text{其他} \end{cases} \quad (13)$$

重复执行上述4个基本步骤,直到算法满足终止条件,即迭代次数达到预设最大次数 G_{max} 或目标函数值达到收敛标准。

2.3 算法的改进

针对本文所研究的陀螺检测灵敏度优化问题,可以将目标矢量的约束违反程度 $\phi(\mathbf{x})$ 定义为

$$\phi(\mathbf{x}) = \max \left\{ 0, 1 - \frac{\Delta f}{1500} \right\} + \max \left\{ 0, 1 - \frac{f_{n=1}}{10000} \right\} \quad (14)$$

在由陀螺 D 维决策变量的上下界所构成的搜索空间中,能够满足式(8)中两个频率条件的结构参数组成的决策变量(即 $\phi(\mathbf{x})=0$)称为可行解,反之则为不可行解。因此,可以将搜索空间划分为由可行解组成的可行域和不可行解组成的不可行域,其中,搜索空间中可能存在多个不连续的可行域。为了利用DE算法解决环陀螺的约束优化问题,需要将基本DE算法与 ε 约束处理法相结合。

ε 约束处理法基于 ε 水平实现两组目标函数值和约束违反程度 $f(\mathbf{x}), \phi(\mathbf{x})$ 的优劣比较^[14]。由于矢量空间下的决策变量 $\mathbf{x}$ 的可行性比目标函数值 $f(\mathbf{x})$ 更加重要,因此 ε 水平比较是由 $\phi(\mathbf{x})$ 先于 $f(\mathbf{x})$ 的字典序定义的^[15]。对于个体 $\mathbf{x}_1$ 和 $\mathbf{x}_2$ 而言,其 ε 水平比较数学表达式为

$$(f(\mathbf{x}_1), \phi(\mathbf{x}_1)) <_\varepsilon (f(\mathbf{x}_2), \phi(\mathbf{x}_2)) \Leftrightarrow \begin{cases} f(\mathbf{x}_1) < f(\mathbf{x}_2), & \text{if } \phi(\mathbf{x}_1), \phi(\mathbf{x}_2) \leq \varepsilon \\ f(\mathbf{x}_1) < f(\mathbf{x}_2), & \text{if } \phi(\mathbf{x}_1) = \phi(\mathbf{x}_2) \\ \phi(\mathbf{x}_1) < \phi(\mathbf{x}_2), & \text{其他} \end{cases} \quad (15)$$

式(15)表明,当个体 $\mathbf{x}_1$ 和 $\mathbf{x}_2$ 的约束违反程度都小于 ε ,即两个个体都 ε 可行时或约束违反程度相等时,比较两个个体的目标函数值;否则,约束违反度更小的个体视为更优个体。当 $\varepsilon=0$ 时,根据个体的约束违反程度判断优劣;当 $\varepsilon=1$ 时,根据目标函数值的大小进行比较。

通过 ε 水平的比较,将约束优化问题转化为无约束优化问题,从而使得DE算法可直接应用于约束优化问题。此外, ε 水平比较拓宽了可行域的大小,通过令 ε 在迭代运算过程中逐渐减小到0,可以引导种群逐步完全进入可行域,有助于求解可行域很小或者是有等式约束的优化问题。

根据 ε 约束处理方法原理可知,参数 ε 的设置对 ε DE算法的表现有着至关重要的影响。如果在算法运行过程中 ε 长期保持较高水平,只能保证种群中多数个体的约束违反程度小于 ε ,却无法真正满足约束条件;如果 ε 一开始便取值偏低,则会使得种群中没有足够的 ε 可行个体,导致种群难以被引导进入目标函数值更好的可行域。因此,本文中 ε 的值由动态控制法来定义^[16],该方法确保了优化搜索的顺利执行,并保持较高的计算效率,具体如下

$$\varepsilon(g) = \begin{cases} \varepsilon(0) = \phi(\mathbf{x}_i) \\ \varepsilon(0) \left(1 - \frac{g'}{T_c} \right)^{cp}, & 0 < g' < T_c \\ 0, & g' \geq T_c \end{cases} \quad (16)$$

式中, g' 为改进的迭代次数, cp 定义了 ε 的收敛速度, T_c 为迭代次数临界值。如果在 ε DE算法的运行过程中, ε 会随着改

进迭代次数 g' 的增大而下降, 而 g' 的增量取决于当前种群的约束违反程度。动态控制法中迭代次数 g' 会比 g 增加得更快, 同时 ε 也会下降得更快。 g' 的定义为

$$g' = \begin{cases} 0, & g = 0 \\ g' + 1, & \phi(\mathbf{x}_\eta) \geq \varepsilon(g) \\ g' + 2, & \phi(\mathbf{x}_\eta) < \varepsilon(g), g' + 2 \geq \varepsilon_s^{-1}(\phi(\mathbf{x}_\eta)) \\ \frac{1}{2}(g' + 2) + \frac{1}{2}\varepsilon_s^{-1}(\phi(\mathbf{x}_\eta)), & \text{其他} \end{cases} \quad (17)$$

式中, 矢量 $\mathbf{x}_\eta$ 为约束违反程度排名第 η 的个体, $\varepsilon_s^{-1}(\phi)$ 为

$$\varepsilon_s^{-1}(\phi) = \left(1 - \sqrt[p]{\frac{\phi}{\varepsilon(0)}}\right) T_c \quad (18)$$

2.4 优化结果

图5详细描绘了改进型差分进化算法的操作流程。该优化问题将基于某算法实现与有限元分析联合仿真平台完成, 其中, 算法模块负责构建几何模型及执行优化算法, 有限元模块承担热弹性动力学有限元分析。有关优化算法的初始参数定义如下: 种群数 $N_p=11$, 最大迭代次数 $g_{\max}=100$, 求解模态阶数达11阶, 迭代次数临界值 $T_c=80$, $\eta=6$ 。其余相关参数已在式(8)中定义。

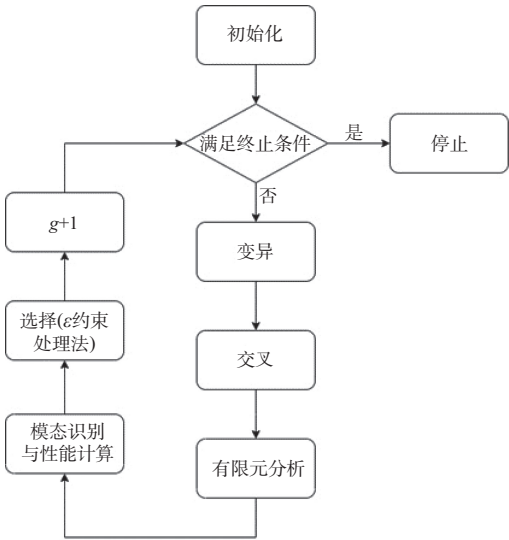


图5 改进的差分进化算法的工作流程

Fig.5 Workflow of the improved differential evolution algorithm

基于上述设定, 对该优化问题进行了求解, 图6直观展示了三次独立运行的目标函数值优化历程, 每个过程在约100次循环后呈现出收敛趋势。三次优化所得的环陀螺结构参数见表1, 其相关性能参数可见表2。

从图6和表2的数据中不难发现, 三个优化过程所得的检测灵敏度数值相近, 均略高于 $1.33 \times 10^{-12} \text{ F}/((^\circ)/\text{s})$ 。同时, 三组优化结构参数满足平动模态频率与模态隔离的约束条

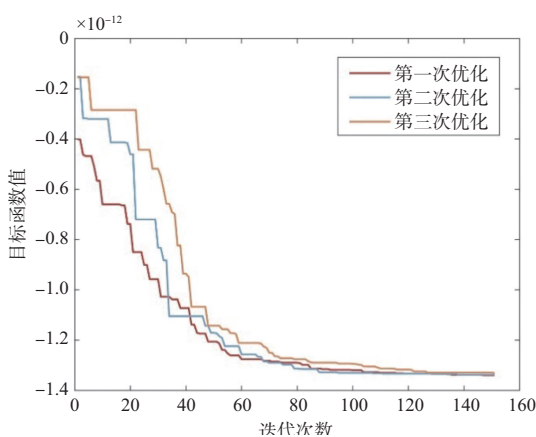


图6 目标函数的优化过程

Fig. 6 Optimization process of objective function

表1 优化后得到的环陀螺结构参数

Table 1 Structural parameters of ring gyroscope after optimization

序号	1	2	3
$R_{in}/\mu\text{m}$	3065.8	3063.3	3145.2
$R_{out}/\mu\text{m}$	3999.8	3998.9	3999.5
$b_{ring}/\mu\text{m}$	23.8	25.4	26.9
$b_{spoke}/\mu\text{m}$	20	20.5	20
$b_{spring}/\mu\text{m}$	20	20	20
$\phi_{gap}/(^{\circ})$	2	2	2
$w_{anchor}/\mu\text{m}$	300.1	302	300.1

表2 优化后得到的环陀螺相关性能参数

Table 2 Key performance parameters of ring gyroscope after optimization

序号	1	2	3
$S/(F/((^\circ)/\text{s}))$	1.339×10^{-12}	1.337×10^{-12}	1.331×10^{-12}
$S_m/(m/((^\circ)/\text{s}))$	5.388×10^{-6}	5.383×10^{-6}	5.219×10^{-6}
$S_c/(F/m)$	2.486×10^{-7}	2.484×10^{-7}	2.551×10^{-7}
$f_{n=2}/\text{Hz}$	8044.7	8014.0	8076.5
$f_{n=1}/\text{Hz}$	10 019.8	10 004.3	10 618.0
Q_{TED}	17 0842	16 9866	16 6026
$\Delta f/\text{Hz}$	1975.1	1990.3	2541.5

件。值得注意的是, 多数优化参数均处于可行区域的边界位置, 其中, $n=1$ 模态的频率极其接近频率约束值 10 000 Hz, 环半径、辐条与弹簧的宽度、锚点的弧长均逼近其下界, 而弹簧的半径则接近其上界。与初始目标函数相比, 优化后的目标函数符合约束要求, 同时检测灵敏度提升了 3~9 倍, 优化效果十分显著。

除了检测性能的提升, 为了保证陀螺的实用性, 其环境适应性同样至关重要。因此, 进一步验证了优化后的环陀螺结构(见表1)在水平与竖直方向的抗冲击能力。图7展

示了优化结构在水平冲击作用下的时域响应情况与云图。由于三种优化结构的几何参数差异较小,其位移/应力分布云图形态高度相似,故此处以优化结构1的云图为例展示典型响应特征,同时通过时域曲线对比三者的数值差异。

假设外界冲击载荷的形式为一个半正弦波形,其幅值

高达1000 g,持续时间则为2 ms。图7(a)所示为环陀螺在水平冲击下的最大位移随时间的变化情况。可以看出,三条冲击响应曲线趋势相近,在0.85 ms附近最大位移达到峰值,该峰值低于 $3.5\text{ }\mu\text{m}$ 。图7(b)则呈现了优化结构1在位移峰值时刻的位移云图,最大位移集中于环主体区域,即便如

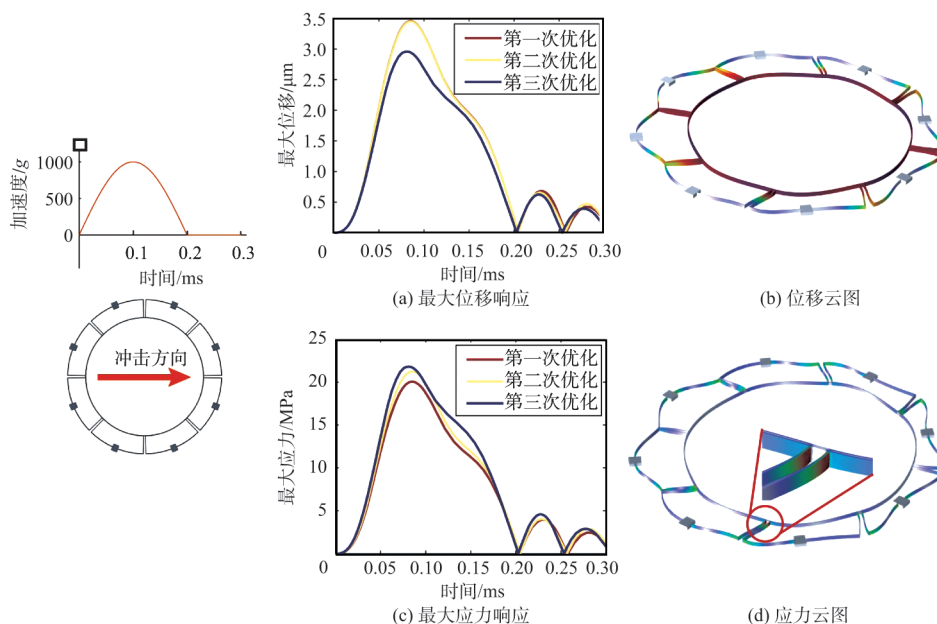


图7 优化环陀螺结构在水平冲击下的最大位移响应、位移云图、最大应力响应和应力云图

Fig.7 Maximum displacement response, displacement cloud map, maximum stress response, and stress cloud map of the optimized ring gyroscope structure under horizontal shock

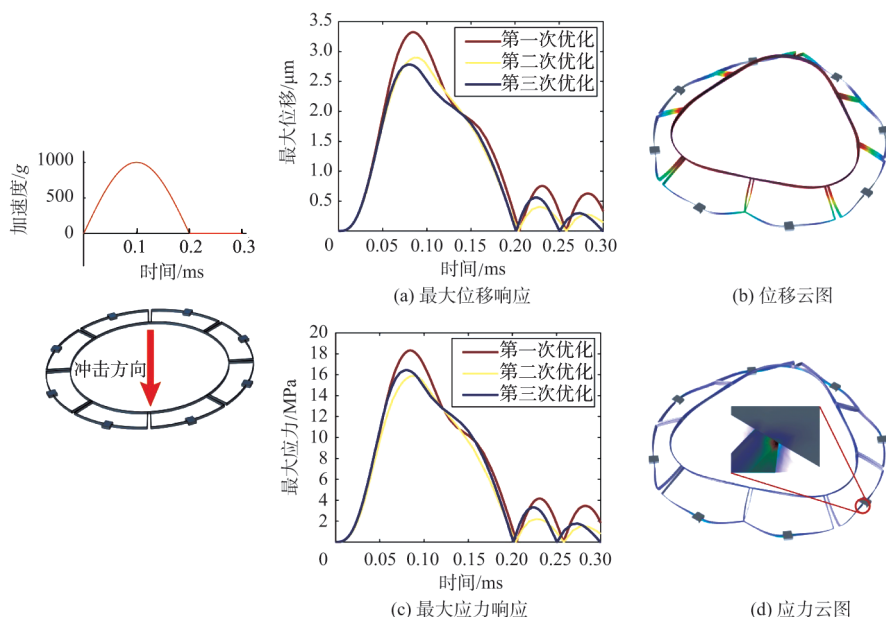


图8 三种优化环陀螺结构在竖直冲击下的最大位移响应、位移云图、最大应力响应和应力云图

Fig.8 Maximum displacement response, displacement cloud map, maximum stress response, and stress cloud map of the optimized ring gyroscope structure under vertical shock

此,也仍然小于与固定电极之间的间距,从而确保了可动结构与固定电极之间不会发生碰撞。除关注过大的冲击响应位移外,还要防止由冲击引起的最大应力可能超过材料的断裂强度,进而导致结构断裂的风险^[17]。图7(c)对比了三种优化结构的最大应力时域响应,结果表明,每个结构在0.85 ms附近达到应力最大值,依次为20.1 MPa、21.2 MPa和21.8 MPa,这些值都远低于硅的断裂强度(790 MPa)。图7(d)为优化结构1的应力分布云图,由局部放大图可见应力集中区域位于辐条与环主体连接处(图中红色区域)。

图8对环陀螺在经受竖直方向冲击时的结构可靠性进行了深入分析。图8(a)为环陀螺在竖直方向下的最大位移时域响应,其峰值低于3.5 μm 。图8(b)展示了优化结构1的峰值位移响应云图,主要呈现出面外桶形模态的响应特征,因此,在设计结构上下方的空腔时,需要预留足够的高度以应对这种响应。图8(c)对比了三种方案的应力时域响应,其峰值均低于20 MPa,处于可靠范围内。图8(d)所示为优化结构1的应力云图,从局部放大图中可见,应力集中区域位于支撑弹簧与锚点连接处。

综上所述,改进的差分进化(DE)算法和冲击模拟的结果证明了该算法的有效性与实用性,该算法能够精准地搜索并确定符合各种严格约束条件的优化结构参数,从而在确保陀螺对环境变化具有良好适应性的前提下,最大限度地提升振动式陀螺仪(VRG)的机械性能。

3 结论

本文聚焦于一类外支撑式环陀螺结构,通过将有限元分析方法与改进的差分进化算法相结合,提出了一种旨在提升陀螺检测灵敏度的结构优化设计策略。该策略充分考虑了当前的微机械加工技术水平和基本的力学适应性需求,旨在在此基础上实现检测灵敏度的最大化提升。优化结果显示,算法在经过100次迭代后逐步趋于收敛,相较于初始模型,其检测灵敏度实现了3~9倍的增长。此外,本文还对陀螺的抗冲击性能进行了验证,确保了其在各种应用环境中的稳定性。该算法成功地克服了结构参数与性能之间复杂关系的挑战,能够精确地找到满足各种约束条件的优化结构参数,从而最大限度地提升了环形陀螺的整体性能,充分发掘了其性能潜力。后续工作将更深入地考虑加工误差对陀螺性能的具体影响,并将微机械加工鲁棒性设计纳入优化框架,优化所得的环陀螺结构参数将被应用于实际陀螺的加工与测试。

AST

参考文献

- [1] 刘鑫,张依依,陈卓,等. MEMS加速度计硅摆微区感应加热键合技术研究[J]. 航空科学技术, 2025, 36(1): 95-102.
Liu Xin, Zhang Yiyi, Chen Zhuo, et al. Research on MEMS accelerometer silicon pendulum micro-zone induction heating bonding technology [J]. Aeronautical Science & Technology, 2025, 36(1): 95-102. (in Chinese)
- [2] Jia Jia, Ding Xukai, Qin Zhengcheng, et al. Overview and analysis of MEMS Coriolis vibratory ring gyroscope[J]. Measurement, 2021, 182: 109704.
- [3] 汤浩江,姜波,朱欣华,等. 环形科氏力振动陀螺发展情况概述[J]. 飞控与探测, 2022, 5(3): 20-27.
Tang haojiang, Jiang Bo, Zhu Xinhua, et al. Development of ring Coriolis force vibrating gyroscope[J]. Flight Control & Detection, 2022, 5(3): 20-27. (in Chinese)
- [4] Zhou Xin, Xiao Dingbang, Hou Zhanqiang, et al. Influences of the structure parameters on sensitivity and brownian noise of the disk resonator gyroscope[J]. Journal of Microelectromechanical Systems, 2017, 26(3): 519-527.
- [5] Wang Pan, Lu Qibing, Fan Zhun. Evolutionary design optimization of MEMS: a review of its history and state-of-the-art[J]. Cluster Computing, 2019, 22(4): 9105-9111.
- [6] 李燕斌. 静电梳齿结构的MEMS分析和优化设计[D]. 武汉: 华中科技大学, 2008.
Li Yanbin. Analysis and optimization design of micro-electromechanical systems with electrostatic comb [D]. Wuhan: Huazhong University of Science & Technology, 2008. (in Chinese)
- [7] Fan Zhun, Liu Jinchao, Sorensen T, et al. Improved differential evolution based on stochastic ranking for robust layout synthesis of MEMS components[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2009, 56(4): 937-948.
- [8] Ketabi A, Navardi M J. Optimization shape of variable-capacitance micromotor using seeker optimization algorithm [J]. Journal of Electrical Engineering and Technology, 2012, 7 (2): 212-220.
- [9] Ding Xiaofeng, Liu Guanliang, Zuo Zongyu, et al. Improved differential-evolution based optimization design of an axial flux MEMS micromotor[J]. International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics, 2017, 53(4): 645-661.

- [10] Akingsolu M O, Liu Bo, Lazaridis P I, et al. Efficient design optimization of high-performance MEMS based on a surrogate-assisted self-adaptive differential evolution[J]. IEEE Access, 2020, 8: 80256-80268.
- [11] van Schijndel A W M. Integrated Modeling using MatLab, Simulink and COMSOL: with heat, air and moisture applications for building physics and systems[M]. Saarbrücken: VDM Verlag Dr. Müller, 2009.
- [12] Storn R, Price K. Differential Evolution: A simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces[J]. Journal of Global Optimization, 1997, 11(4): 341-359.
- [13] Das S, Suganthan P N. Differential evolution: a survey of the state-of-the-art[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2011, 15(1): 4-31.
- [14] Takahama T, Sakai S, Iwane N. Solving nonlinear constrained optimization problems by the ε constrained differential evolution[C]. IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics, 2006: 2322-2327.
- [15] Takahama T, Sakai S. Constrained optimization by the ε constrained differential evolution with gradient-based mutation and feasible elites[C]. IEEE International Conference on Evolutionary Computation, 2006: 1-8.
- [16] Takahama T, Sakai S. Efficient constrained optimization by the ε constrained rank-based differential evolution[C]. IEEE Congress on Evolutionary Computation, 2012: 1-8.
- [17] Tanner D M, Walraven J A, Helgesen K, et al. MEMS reliability in shock environments[C]. IEEE International Reliability Physics Symposium Proceedings(38th Annual), 2000: 129-138.

Design and Optimization of a Ring Gyroscope with High Sensitivity Using Differential Evolution Algorithm

Ge Xiao¹, Chen Xuhui², Ding Xukai¹, Li Hongsheng¹

1. Southeast University, Nanjing 210089, China

2. AVIC Xi'an Flight Automatic Control Research Institute, Xi'an 710062, China

Abstract: The Micro-electro-mechanical-system ring gyroscope, as an angular velocity sensor with navigation-grade application potential, exhibits a close correlation between its performance and its structure and geometric parameters. However, due to the high complexity of the dynamic model of ring resonators, systematic design guidelines remain absent. Additionally, under constraints of limited device area and fabrication precision, significantly enhancing detection sensitivity poses a critical technical bottleneck. In this study, a micro ring gyroscope with high sensitivity and environmental adaptability is proposed, and the sensitivity expression of the gyroscope is derived based on its geometric model. To further optimize the structural parameters of the ring gyroscope, an improved differential evolution algorithm is employed on a co-simulation platform. The goal is to maximize the detection sensitivity of the ring gyroscope, while incorporating a mechanism for handling infeasible solutions to ensure that the gyroscope meets both environmental adaptability and process feasibility requirements. The results indicate that the optimized ring gyroscope structure not only satisfies the process requirements but also demonstrates good shock resistance. More importantly, compared to the initial design, its detection sensitivity is enhanced by a factor of 3~9. This method fully exploits the mechanical performance potential of the ring gyroscope.

Key Words: MEMS; ring gyroscope; structure optimization; differential evolution; finite element method

Received: 2024-11-17; Revised: 2025-03-07; Accepted: 2025-05-08

Foundation item: Aeronautical Science Foundation of China (20220008069002)