

多机会合下的机载防撞三维避撞策略研究

张帅*, 刘峰, 马辉

中航工业第一飞机设计研究院, 陕西 西安 710089

摘要: 通过获取本机周围所有目标飞机的飞行数据, 计算飞机两两之间的碰撞概率, 由碰撞概率构造出碰撞矩阵, 用碰撞矩阵描述当前所有飞机的碰撞态势值, 并提出与碰撞矩阵相匹配的三维避撞策略, 进而对飞机的机动策略进行分配, 达到协作避撞的目的。仿真验证表明, 飞机两两之间的碰撞概率经过动态调整最终收敛到 0, 碰撞矩阵行列式值随着避撞过程中策略执行而逐渐增大, 经过 4 个阶段的动态调整, 最终收敛到稳态, 实现所有飞机安全避撞。

关键词: ADS-B; 避撞策略; 三维; 碰撞概率; 碰撞矩阵; 态势值

中图分类号: V244.1+1 文献标识码: A 文章编号: 1007-5453 (2016) 09-0026-05

随着国际航空产业的井喷式发展, 飞机对更加智能化的机载防撞产品的需求日益增强。尤其是近几年无人机产业的发展, 更加促进了机载防撞系统的研发进度。目前, 投入航线使用的产品为 TCASII^[1]。随着空域飞机数量的增多和空域密度的增大, 传统的 TCASII 系列产品已经凸显出性能不足的弊端。为此, 提出基于广播式自动相关监视 (ADS-B) 技术, 构造碰撞矩阵, 提出态势值, 且将其转化为求解行列式值最大化数学问题的方法进行策略分配, 最终实现协作型智能避让。

1 双机会合避撞

1.1 坐标系

选取公共基准点, 将经纬度转化为直角坐标之后, 给定的飞机 A 和飞机 B 的坐标表达为 $(S_{Ax0}, S_{Ay0}, S_{Az0})$, $(S_{Bx0}, S_{By0}, S_{Bz0})$ 。同时将本机的速度表达以极坐标的形式给出, 据此飞机的速度表达为:

$$\begin{cases} V_{Ax} = V_A |\cos \lambda \cos \chi| \\ V_{Ay} = V_A |\cos \lambda \sin \chi| \\ V_{Az} = V_A |\sin \lambda| \end{cases}$$

式中: λ 为纵向航迹角; χ 为水平航迹角; V_A 为速度绝对值大小; V_{Ax} 为北向速度; V_{Ay} 为东向速度; V_{Az} 为天向速度。

根据飞机之间的安全距离 R 要求:

$$(S_{Ax} - S_{Bx})^2 + (S_{Ay} - S_{By})^2 + (S_{Az} - S_{Bz})^2 = D^2_0 \geq R^2$$

则从当前时刻为时间起点, 在任意时刻两机之间的距离表达式为:

$$\begin{aligned} D^2(t) = & (S_{Ax0} + |V_A| \cos \lambda \cos \chi t - S_{Bx0} - V_{Bx}t)^2 + \\ & (S_{Ay0} + |V_A| \cos \lambda \sin \chi t - S_{By0} - V_{By}t)^2 + \\ & (S_{Az0} + |V_A| \sin \lambda t - S_{Bz0} - V_{Bz}t)^2 \end{aligned}$$

经过简化之后, 得到如下表达式:

$$D^2(t) = at^2 + bt + c \quad (1)$$

其中:

$$\begin{cases} a = (|V_A| \cos \lambda \cos \chi - V_{Bx})^2 + (|V_A| \cos \lambda \sin \chi - V_{By})^2 + (|V_A| \sin \lambda - V_{Bz})^2 \\ b = 2((S_{Ax0} - S_{Bx0})(|V_A| \cos \lambda \cos \chi - V_{Bx}) + (S_{Ay0} - S_{By0})(|V_A| \cos \lambda \sin \chi - V_{By}) + (S_{Az0} - S_{Bz0})(|V_A| \sin \lambda - V_{Bz})) \\ c = (S_{Ax0} - S_{Bx0})^2 + (S_{Ay0} - S_{By0})^2 + (S_{Az0} - S_{Bz0})^2 \end{cases}$$

根据式 (1), 绘制出的函数图像如图 1 和图 2 所示。

函数只有两种情况, 即对称轴在 Y 轴左侧 (图 1) 或者对称轴在 Y 轴右侧 (图 2)。图 1、图 2 中 $t=0$ 代表当前时刻, $t=T$ 时刻代表从当前时刻开始的任意时刻两机之间距离的平方, 两机碰撞的可能性分析如下:

(1) 当函数对称轴在纵轴左侧, 代表当前两机的距离会随着时间的推移不断增大, 两机不会碰撞;

收稿日期: 2016-03-11; 退修日期: 2016-04-13; 录用日期: 2016-04-15

* 通讯作者. Tel.: 029-86832034 E-mail: 348732178@qq.com

引用格式: ZHANG Shuai, LIU Feng, MA Hui. Research on the collision avoidance strategies in three dimensional space when multiple aircrafts meeting [J]. Aeronautical Science & Technology, 2016, 27 (09): 26-30. 张帅, 刘峰, 马辉. 多机会合下的机载防撞三维避撞策略研究 [J]. 航空科学技术, 2016, 27 (09): 26-30.

(2) 当函数对称轴在纵轴右侧时,代表两机的距离先减少再增大。当函数最小值点大于 R^2 时,代表未来两机距离最小时刻,两机之间的距离大于安全距离,不会碰撞;

(3) 当函数对称轴在纵轴右侧时,代表两机的距离先减少后增大。当最小值小于 R^2 时,代表未来时刻两机之间距离最小值不满足安全阈值要求,需要做出机动避让。

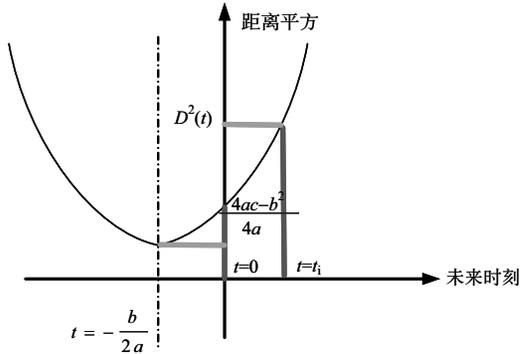


图1 距离函数 a
Fig.1 Distance function a

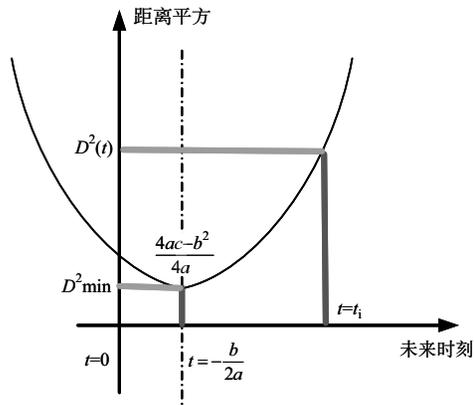


图2 距离函数 b
Fig.2 Distance function b

1.2 避撞策略

根据上述分析可以看出,影响两机安全的因素分别为速度绝对值、纵向航迹角、水平航迹角。从当前飞机的状态开始,根据飞机的性能边界来选取策略,即飞机的速度边界、纵向航迹角边界等。经过验证,可将行之有效的策略归纳如图3所示。图中令 $x = x_n - x_c$, 其中 x_n 为目标状态, x_c 为当前状态,则速度策略表示为 $V = V_n - V_c$, 水平航迹角策略表示为 $HA = HA_n - HA_c$, 纵向航迹角策略表示为 $VA = VA_n - VA_c$ 。图3中策略1表示下一时刻,飞机速度绝对值应该保持不变,纵向航迹角保持不变,调整机头向左,其他策略以此类推。

	$v < 0$	$v = 0$	$v > 0$	$HA < 0$	$HA = 0$	$HA > 0$	$VA < 0$	$VA = 0$	$VA > 0$
策略0									
策略1									
策略2									
策略3									
策略4									
策略5									
策略6									
策略7									
策略8									
策略9									
策略10									
策略11									
策略12									
策略13									
策略14									
策略15									

图3 策略选择
Fig.3 Strategy selection

2 多机会合下的避撞

2.1 碰撞矩阵及其性质

在描述碰撞矩阵之前,先引出碰撞概率的概念。在初始状态下,假设飞机都满足安全阈值要求,即是安全的。针对 $i \neq j$ 的情况下,碰撞概率的计算如下:

$$\begin{cases}
 p(i, j) = p(j, i) = 0 & \left\{ \left\{ -\frac{b}{2a} \leq 0 \right\} \cup \left\{ -\frac{b}{2a} \geq 0, \text{且未来时刻最小值大于安全阈值} \right\} \right\} \\
 p(i, j) = p(j, i) = 1 - \frac{b}{\tau} & \left\{ \text{当 } \tau \leq -\frac{b}{2a}, \text{时,碰撞概率为0} \right\}
 \end{cases}$$

式中: τ 为机载防撞(TCAS)中的决断告警(RA)或交通告警(TA)时间。针对 $i=j$ 的情况,在实际过程中,取 $P(i, j) > n-1$, 在具有5架飞机避撞的场景下,碰撞概率描述如图4所示:

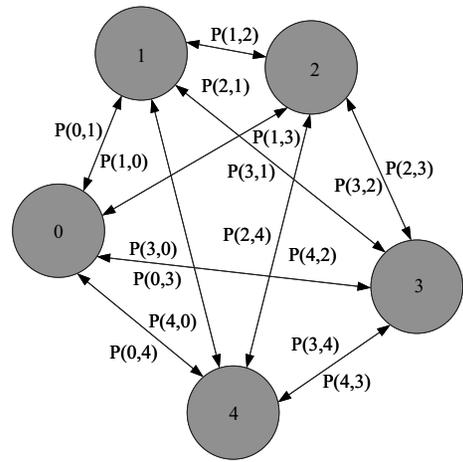


图4 碰撞概率
Fig.4 Collision probability

碰撞矩阵 C 为:

$$C = \begin{bmatrix} S & p(0,1) & p(0,2) & p(0,3) & p(0,4) \\ p(1,0) & S & p(1,2) & p(1,3) & p(1,4) \\ p(2,0) & p(2,1) & S & p(2,3) & p(2,4) \\ p(3,0) & p(3,1) & p(3,2) & S & p(3,4) \\ p(4,0) & p(4,1) & p(4,2) & p(4,3) & S \end{bmatrix},$$

式中, $p(i, j) = p(j, i)$ 。

根据上面的描述, 可以看到碰撞矩阵具有如下的性质:

- (1) 是一个对称矩阵, 所有元素都为正或 0;
- (2) 主对角线元素严格占优矩阵;
- (3) 是一个正定矩阵;
- (4) 矩阵满秩, 且所有特征值为正实数;
- (5) 飞机编号的调整不影响矩阵的行列式值;

(6) 隐含了描述飞机周围态势的所有信息, 即飞机数量信息、飞机位置信息、飞机速度信息以及碰撞概率信息。使用点 $S_i(X_i, Y_i, Z_i)$, 向量 $V_i(V_{Ni}, V_{Ei}, V_{Di})$, 则碰撞概率 $P(i, j) = F(S_i, V_i, S_j, V_j)$;

(7) 可以将此矩阵分解为一个对角阵与一个主对角元素为 0 的扰动矩阵之和, 即 $C = D + P$, D 代表对角阵, P 代表扰动矩阵, 即

$$\begin{bmatrix} S & p(0,1) & p(0,2) & p(0,3) & p(0,4) \\ p(1,0) & S & p(1,2) & p(1,3) & p(1,4) \\ p(2,0) & p(2,1) & S & p(2,3) & p(2,4) \\ p(3,0) & p(3,1) & p(3,2) & S & p(3,4) \\ p(4,0) & p(4,1) & p(4,2) & p(4,3) & S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & p(0,1) & p(0,2) & p(0,3) & p(0,4) \\ p(1,0) & 0 & p(1,2) & p(1,3) & p(1,4) \\ p(2,0) & p(2,1) & 0 & p(2,3) & p(2,4) \\ p(3,0) & p(3,1) & p(3,2) & 0 & p(3,4) \\ p(4,0) & p(4,1) & p(4,2) & p(4,3) & 0 \end{bmatrix}$$

经过分析可知, 当飞机处于安全态势时, P 矩阵 (扰动矩阵) 所有元素 $P(i, j) = 0$, 碰撞矩阵 C 退化为一个对角阵 D 。其特征值全为 S , 行列式的值为 S^n 。当飞机处于非安全态势时, 扰动矩阵 P 元素不全为 0, C 矩阵相当于是 P 矩阵对 D 矩阵有一个扰动, 其特征值也将发生扰动, 某一特征值增大, 同时某一特征值减小。

下面证明当 P 为 0 矩阵时, 即扰动消失时, 对应碰撞矩阵 C 行列式值最大。根据矩阵性质, 碰撞矩阵 C 的主对角元素在整个扰动过程中不变, 即所有的主对角元素之和为一个常数 Sn , 即:

$$\text{在 } \sum_{i=0}^{i=n-1} \lambda_i = Sn = \text{const} \text{ 的情况下, 求取碰撞矩阵 } C \text{ 的行列式值}$$

$$F = \prod_{i=0}^{i=n-1} \lambda_i, \text{ 使 } F \text{ 最大。}$$

为此, 构造朗格朗日乘法 J :

$$J(\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_{n-1}, g) = F + g \left(Sn - \sum_{i=0}^{i=n-1} \lambda_i \right)$$

当 J 取极值时, 满足约束 $\frac{\partial J}{\partial \lambda} = 0$ 。

经过求解, 可得: $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_{n-1} = S$, 即矩阵具有 n 重实特征值, 极值点唯一, 且为最大值。

从上述推导可知, 当矩阵行列式值最大的时候, 此矩阵的具有 n 重实特征根 S 。此时, 根据矩阵特征向量的性质, 设 α 为矩阵 $A_{n \times n}$ 对应于 n 重特征值 λ 的特征向量, 则:

$$A\alpha = \lambda\alpha$$

$$\text{即 } (A - \lambda E)\alpha = 0$$

由于 λ 为 n 重特征向量, 则 $R(A - \lambda E) = n - n = 0$, 即 $A - \lambda E$ 为 0 矩阵, A 为对角阵。

根据以上推导可知, 碰撞矩阵 C 转化为对角阵 D , 对应的物理意义为, 飞机都处于安全态势, 扰动矩阵 P 所有元素都为 0, C 矩阵退化为对角阵。

同时, 对于矩阵 $A_{n \times n}$, 当 $A_{ij(i \neq j)} \in [0, 1]$, $|A_{n \times n}|$ 取最小值时, $A_{ij(i \neq j)} = 1$, 即 $A_{n \times n}$ 具有如下形式:

$$A_{n \times n} = \begin{bmatrix} S & 1 & \dots & \dots & 1 \\ 1 & S & & & 1 \\ \dots & & S & & \dots \\ 1 & & & S & \dots \\ 1 & \dots & \dots & \dots & S \end{bmatrix}$$

证明如下:

将矩阵 $A_{n \times n}$ 进行分块, 形式如下:

$$A_{n \times n} = \begin{bmatrix} A_{(n-1) \times (n-1)} & E \\ E^T & S \end{bmatrix}$$

使用归纳法, 假设 $A_{(n-1) \times (n-1)}$ 取最小值, 则:

$$|A_{n \times n}| = |A_{(n-1) \times (n-1)}| \times (S - E^T A_{(n-1) \times (n-1)}^{-1} E)$$

对于 $A_{(n-1) \times (n-1)}$, 其特征值为:

$$\begin{cases} \lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_{n-2} = S - 1 \\ \lambda_{n-1} = S \times (n-1) - (n-2) \times (S-1) = S + n - 2 \end{cases}$$

$$\text{令 } K = E^T (A_{(n-1) \times (n-1)}^{-1}) E$$

$$\frac{\|E\|}{S + n - 2} \leq K \leq \frac{\|E\|}{S - 1}$$

即 $\|E\|$ 值越大, K 值越大, 当 $\|E\|$ 取最大值时, $S - K$ 取最小值, 此时 $|A_{n \times n}|$ 取最小值, 符合归纳假设, 证毕。

根据上述可知, 当碰撞矩阵的行列式值最大的时候, 所有飞机都处于安全态势, 当碰撞矩阵的行列式值最小的时

候,所有飞机都处于不安全态势。所以,在多机避让过程中,只要保证飞机所作的机动策略朝着碰撞矩阵行列式值增大的趋势,就可以逐步收敛到最终的安全态势中去。

2.2 基于碰撞矩阵的多机避撞算法

飞机按照先后顺序分别执行以下流程,即首先利用ADS-B来获取周围所有飞机的飞行信息,计算当前态势,然后从策略集中遍历每一策略,计算未来态势,选取最大的态势值所对应的策略作为最优机动策略,将此策略转化为飞行指令,送入自动飞行控制系统完成指令的最终跟踪,避撞处理流程如图5所示。

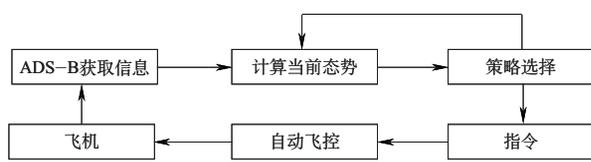


图5 避撞处理流程
Fig.5 Collision process order

3 仿真分析

为了验证上述算法,选取F18为仿真对象,进行了飞行动力学建模,同时建立了飞控以及自动飞控系统模型,进行了实时数值解算。本算法对自动飞控系统有要求,即飞机应该具有自动油门系统,用于速度选择,具有纵向航迹角控制系统,用于纵向航迹角的选择,具有水平航迹角控制系统,用于水平航迹角的选择。这三项功能分别用于跟踪算法给出的速度指令、纵向航迹角指令、水平航迹角指令。分别选取了5架飞机的避撞场景。初始位置及速度矢量信息如下:AC0(0km,0km,5km,350km/h,0°,0°),AC1(10km,-11km,6km,500km/h,135°,-5°),AC2(12km,9km,6km,500km/h,216°,-5°),AC3(9km,11km,4km,450km/h,222°,5°),AC4(7km,-13km,4km,550km/h,135°,5°)。选取的仿真步长为0.05s即50ms。仿真出的态势收敛如图6所示。

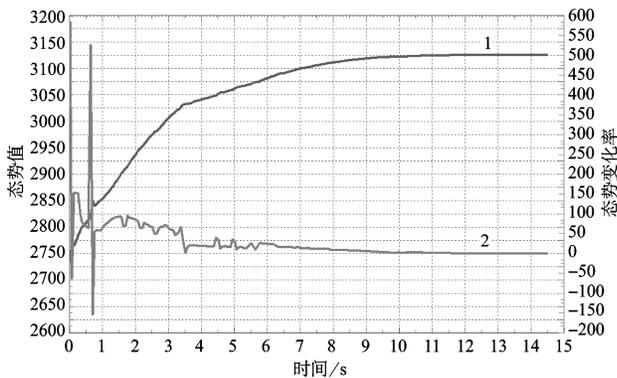


图6 态势收敛图
Fig.6 Situation convergence

由图6可知,经过12s的策略调整,5架飞机最终收敛到安全态势中去。其中,曲线2代表态势变化率过程,其动态调整过程经历了4个阶段,分别为剧烈调整阶段(0~0.7s)、次剧烈段(0.7~6s)、缓慢调整段(6~12s)以及稳态段(12s之后)。

5架飞机在任意时刻的策略选择索引如图7所示。纵轴0~15之间的数字代表一种策略编号索引,不同相对位置的飞机对策略的选择不同。经过12s的策略调整,每架飞机保持最终状态,完成策略计算选择。

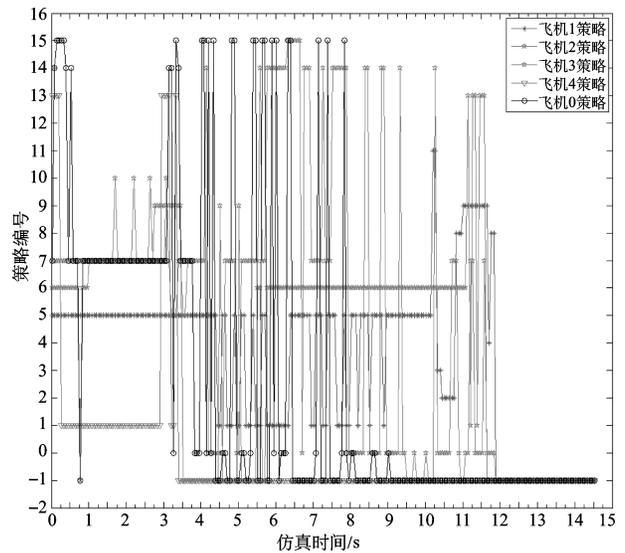


图7 机动策略
Fig.7 Maneuver strategy

图8为5架飞机两两之间随时间的碰撞概率。可以看出,概率值变化不是单调的,而是根据态势动态调整,呈现出整体收敛的态势,经过12s的时间,所有飞机的碰撞概率都收敛到0,所有飞机的碰撞威胁消除。

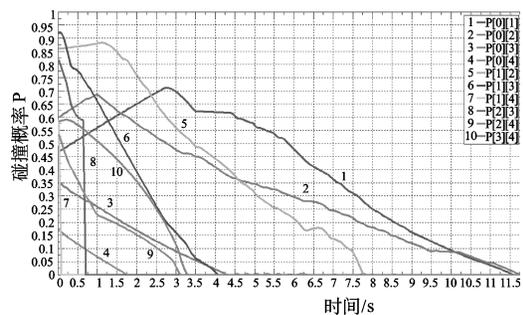


图8 碰撞概率矩阵
Fig.8 Collision probability matrix

图9为5架飞机的三维飞行避让轨迹,飞机经过各自决策,改变了原始的危险路径,而转移到安全路径中去,最终实现碰撞威胁的消除,达到安全态势。

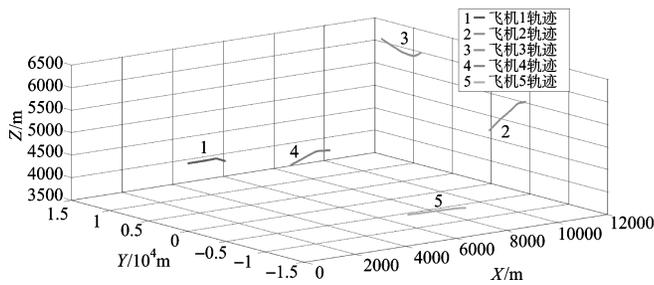


图9 飞机机动轨迹
Fig.9 Aircraft maneuver trajectory

4 结束语

以5架飞机的避撞场景仿真为例,采用三维避撞策略进行指令生成及跟踪。结果表明,飞机两两之间的碰撞概率经过动态调整,最终收敛到零。不同相对位置的飞机对策略的选择不同。碰撞矩阵行列式值随着避撞过程中策略执行而逐渐增大,经过4个阶段的动态调整,最终收敛到稳态,实

现所有飞机实现安全避撞。

AST

参考文献

- [1] Cesar M, Anthony N, James C. A TCAS-II resolution advisory detection algorithm[J]. AIAA, 2013.

作者简介

张帅(1988-)男,硕士,工程师。主要研究方向:系统设计验证。

Tel: 029-86832034

Email: 348732178@qq.com

刘峰(1987-)男,硕士,工程师。主要研究方向:系统设计验证。

马辉(1972-)男,学士,高级工程师。主要研究方向:系统设计验证。

Research on the Collision Avoidance Strategies in Three Dimensional Space when Multiple Aircrafts Meeting

ZHANG Shuai*, LIU Feng, MA Hui

AVIC The First Aircraft Institute, Xi'an 710089, China

Abstract: Calculate the collision probability between each of the aircraft through obtaining the surrounding aircrafts' fly data. The collision matrix was constructed and the situation value was described through determinant of the matrix. Then, the collision avoidance strategies in three dimensional space were put forward. Used the situation value to allot the strategy of each aircraft to obtain the aim of collision avoidance. Finally, the result of simulation indicated that the collision probability between each of the aircraft converged at zero, the determinant of the matrix increased to a fix value. All the aircrafts can obtain safe avoidance finally.

Key Words: ADS-B; avoidance strategies; three dimensional space; collision probability; collision matrix; situation value

Received: 2016-03-11; Revised: 2016-04-13; Accepted: 2016-04-15

*Corresponding author. Tel. : 029-86832034 E-mail: 348732178@qq.com