

单发空空导弹多次捕获追踪的 击中概率模型

Model of Hitting Probability for Air-to-Air Missile in Repeated Acquisition-Pursuing

郑江安/中国航空工业发展研究中心航空总体论证实验室

摘 要: 在分析空空导弹使用过程与击中事件的基础上, 提出了一种用于计算单发空空导弹多次捕获追踪目标的击中概率模型, 以空空导弹截击目标为例, 计算空空导弹的攻击次数与击中概率, 阐述了主要参数对有效攻击角度的影响规律, 结果表明该模型计算简便、合理有效。

关键词: 空空导弹; 击中概率; 捕获概率; 追踪概率; 航程

Keywords: air-to-air missile; hitting probability; acquisition probability; pursuing probability; flying range

0 引言

由于制导是一个较为复杂的过程,受很多随机因素的影响,通常用击中概率(也称命中概率、制导概率)表示空空导弹武器系统攻击目标的能力,它是空空导弹最重要的性能指标,对歼击机空战具有决定性的意义。

对于单发空空导弹的击中概率,较多地研究了其攻击区的解算问题^[1-2],或仅用综合制导误差的均方差和战斗部的杀伤半径给出击中概率模型^[3],并没有考虑单发空空导弹多次捕获追踪目标的情形。

本文采用概率分析法及概率论相关知识,研究主要制导参数为随机变量、单发空空导弹多次捕获追踪目标情况的击中概率模型。概率分析法是一种评价空空导弹作战能力的常用解析方法,它首先将一项任务划分为若干环节,对各个环节都进行衡量并定出标准,最后通过评价各个环节的完成概率才决定出空空导弹的完成任务概率^[4]。

1 空空导弹击中事件分析

空空导弹从发射到引爆,先后经历程控段、中制导段、末制导段与截击目标段^[5]。程控段由弹载计算机的程序控制,目的是保证载机的安全;中制导模式有数据链、惯性制导、雷达半主动,目的是使导弹进入导引头发现区;末制导模式一般为雷达主动与雷达半主动,目的是使导弹进入近炸引信的引爆区,或直接击中目标;截击目标段是引信给出引炸信号后的一段延迟时间。

由于实际空战中,程控段对制导过程影响不大,而截击目标段的时间极短,可认为进入引爆区后战斗部立即爆炸^[6]。因此,本文不考虑这两个阶段的影响,认为空空导弹能否击中目标,主要取决于是否发生了如下事件:(1)在中制导模式的导引下,导引头能够发现目标,用捕获概率表示;(2)在导引头的自导引下,导弹作适当的机动飞行进入战斗部的引爆区,且引信引爆后可以毁伤目标,用追踪概率表示;(3)如果由于导

引头丢失目标而未能击中目标,且战斗部未引爆,空空导弹将再次捕获追踪目标,直至击中目标。

2 多次捕获追踪的击中概率模型

当空空导弹一次攻击未击中目标时,要进行再捕获再追踪,当各次捕获追踪的概率相等时,击中概率公式为:

$$P_H = 1 - (1 - P_{Hi})^{1 + \text{floor}(\frac{L_M - L_Z - L_L}{L_R})} \quad (1)$$

式中 L_M 为空空导弹的总航程; L_Z 为中制导段航程; L_L 为末制导段航程; L_R 为再捕获再追踪段航程; $\text{floor}(x)$ 为取整函数; P_{hi} 为空空导弹一次攻击的击中概率。

2.1 各制导阶段航程模型

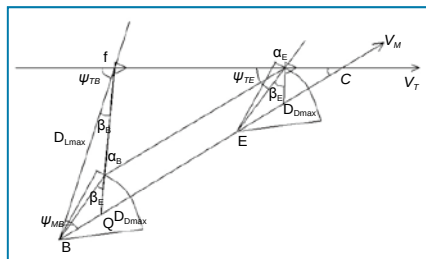


图1 空空导弹中制导段示意图

1) 中制导段航程模型

如图1, B点对应空空导弹发射时刻, $D_{Lmax}(x)$ 为最大发射距离, E点对应导弹导引头视场接触到目标时刻。由图1可知^[7]:

$$BC = \frac{D_{Lmax} \sin \psi_{TB}}{\sin(\psi_{TB} - \psi_{MB})} \quad (2)$$

$$EC = \frac{D_{Dmax} \sin \psi_{TE}}{\sin(\psi_{TB} - \psi_{MB})} \quad (3)$$

$$L_Z = \begin{cases} \frac{D_{Lmax} - D_{Dmax}}{1-m}, \psi_{TB} = 0 \\ \frac{D_{Lmax} - D_{Dmax}}{1+m}, \psi_{TB} = 180 \\ \frac{D_{Lmax} \sin \psi_{TB} - D_{Dmax} \sin \psi_{TE}}{\sin(\psi_{TB} - \psi_{MB})}, \text{其他} \end{cases} \quad (4)$$

式中: m 为目标与导弹的速度比, ψ_{TB} 为发射时刻空空导弹的前置角。在三角形 fa_Ba_E 中, 得到 $\psi_{MB} = \arcsin[m \sin(\psi_{TB} + \beta_B)] - \beta_B$, 又由于 $\psi_{TE} = \psi_{TB} + \beta_B - \arcsin(\frac{D_{Lmax}}{D_{Dmax}} \sin \beta_B)$,

因此式(4)可写为: $L_Z = L_Z(\psi_{TB}, \beta_B, D_{Lmax}, D_{Dmax}, m)$ 。

在一定射击条件下, 使空空导弹捕获概率最高的前置角称为有利前置角。当空空导弹以有利前置角射击时, 不是空空导弹与目标相遇, 而是搜索扇面中的Q点与目标相遇。假设 $BQ = kD_{Dmax}$, k 为遮盖系数(0~1之间), 则:

$$\frac{\sin \beta_B}{kD_{Dmax}} = \frac{\sin(\pi - \psi_{MB} - \beta_B)}{D_{Lmax}} \quad (5)$$

将 $\frac{\sin(\psi_{MB} + \beta_B)}{\sin(\pi - \psi_{TB} - \beta_B)} = m$ 代入上式得到:

$$\beta_B = \arctan \frac{kD_{Dmax} m \sin \psi_{TB}}{D_{Lmax} - kD_{Dmax} m \cos \psi_{TB}} \quad (6)$$

经过试验得到当导引头半视角 $\theta = 45^\circ$ 时, $k = 0.69$ 。这样当 m 给定时, 公式(4)可改写为:

$$L_Z = L_Z(D_{Dmax}, D_{Lmax}, \psi_{TB}) \quad (7)$$

可见, 中制导段的航程与最大发射距离 D_{Lmax} 和发射时刻目标的前置角 ψ_{TB} 密切相关。

2) 末制导段航程模型

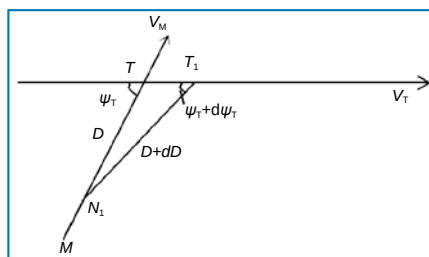


图2 空空导弹末制导段示意图

如图2, 当空空导弹在末制导段采用追踪法飞向目标时, 有如下关系式:

$$\frac{dD}{dt} = -(V_M - V_T \cos \psi_T) \quad (8)$$

$$\frac{d\psi_T}{dt} = -\frac{V_T \sin \psi_T}{D} \quad (9)$$

经过推导, 得到从导引头发现目标时刻到追踪过程任一时刻所经过的航程:

$$L_L = V_M \frac{D_E (\cos \psi_{TE} + \frac{1}{m}) - D (\cos \psi_T + \frac{1}{m})}{\frac{1}{m} V_M - V_T} \quad (10)$$

式中: ψ_{TE} 、 D_E 分别为导引头发现目标时刻目标的前置角和距离, 可作为末制导段的初始条件, 故有 $D_E = D_{Dmax}$; ψ_T 、 D 分别为任一时刻目标的前置角和距离。

当追上目标时, $D=0$, 此时有:

$$L_L = D_{Dmax} \frac{1 + m \cos \psi_{TE}}{1 - m^2} \quad (11)$$

当速度比 m 给定时, 末制导段的航程表示为:

$$L_L = L_L(D_{Dmax}, \psi_{TE}) \quad (12)$$

可见, 末制导段与最大发现距离 D_{Dmax} 和导引头发现目标时刻的目标前置角 ψ_{TE} 密切相关。

3) 再捕获再追踪段航程模型

当空空导弹在C点丢失目标后, 需进行旋回半径为 R_M 的环形搜索, 因此, 经过一个环形搜索周期的航程为:

$$L_{R1} = 2\pi R_M \quad (13)$$

$$R_M = \frac{V_M^2}{g \sqrt{n_M^2 - 1}} \quad (14)$$

在此时间段内目标运动距离为 $2\pi R_M m$,

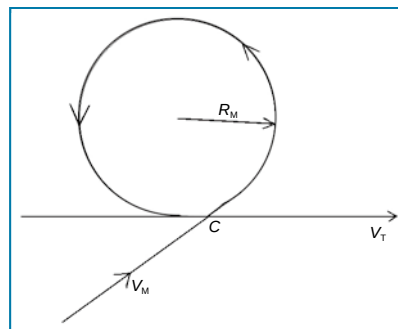


图3 再捕获再追踪段示意图

由 $\frac{L_{R2}}{V_M} = \frac{L_{R2} - 2\pi R_M m}{V_T}$ 得到:

$$L_{R2} = \frac{2\pi R_M m}{1 - m} \quad (15)$$

因此, 再捕获再追踪段的航程为:

$$L_R = L_{R1} + L_{R2} = \frac{2\pi}{1 - m} \frac{V_M^2}{g \sqrt{n_M^2 - 1}} \quad (16)$$

可见, 当速度比 m 给定时, 再捕获再追踪段的航程只与导弹的旋回半径 R_M 有关。

2.2 一次捕获追踪的击中概率模型

1) 捕获概率模型

假设空空导弹在垂直面内与水平面内的制导误差相互独立, 由于垂直面内的制导容易实现, 故本文不考虑高度(或俯仰角)的影响, 而只考虑方位角和距离的影响, 表示为:

$$P_{Hi} = \int_0^{D_{Dmax}} P_Z(D_D) P_L(D_D) f(D_D) dD_D \quad (17)$$

式中: P_Z 、 P_L 分别为空空导弹水平面内的捕获概率和水平面内的追踪概率; $f(D_D)$ 为导引头发现距离的分布密度函数; D_{Dmax} 为最大发现距离。

由于机载雷达的制导误差, 空空导弹将在一定区域内接近目标, 这个区域由最大线性误差确定, 而线性误差是一随机量, 分布律为 $y = \varphi(x)$ 。已知发现距离 D_D 、导引头半视角 θ 及目标绝对速度方向与空空导弹相对目标速度方向之

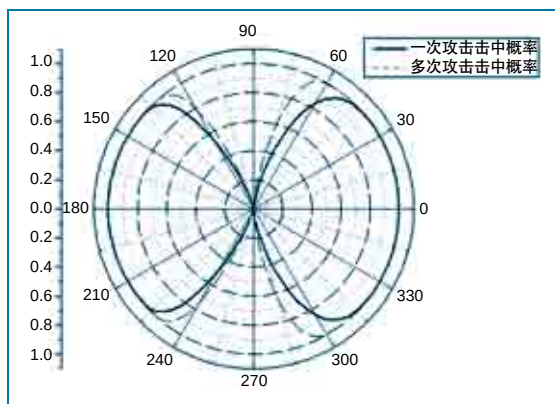
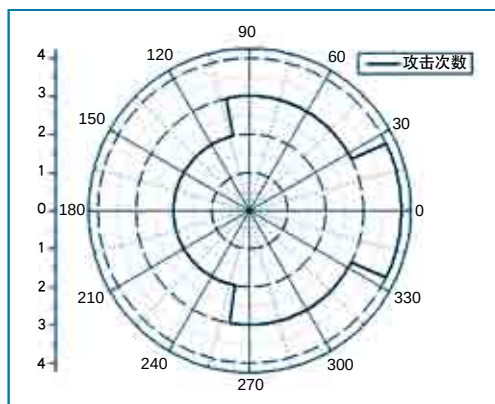


图5 攻击次数随发射时目标前置角的变化(左)

图6 攻击次数对击中概率的影响(右)

中概率，原始数据如下：空空导弹的最大马赫数为3.5，最大过载为30，20km高度下前半最大发射距离为50km，后半最大发射距离为20km；导引头体制为PD雷达，半视角为55°；具有充足机动能力的最大航程为50km。目标以200m/s的速度作匀速直线运动，目标的RCS为3m²。

3.1 攻击次数对击中概率的影响

计算得到发射导弹时刻（对应B点）目标前置角 ψ_{TE} 对攻击次数的影响，见图5，以及不同攻击次数下 ψ_{TB} 对导弹击中概率的影响，见图6。

由图5可知，后半球 $\pm 26^\circ$ 范围内空空导弹可进行4次攻击，两侧 $26^\circ \sim 102^\circ$ 或 $-26^\circ \sim -102^\circ$ 范围内可进行3次攻击，前半球 $102^\circ \sim 180^\circ$ 或 $-102^\circ \sim -180^\circ$ 范围内可进行2次攻击。

原因是前半球攻击时，虽然目标雷达散射截面较小，但导引头处于无杂波区，最大发现距离相对后半球攻击仍远很多，又由于最大发射距离也较远，因此导弹飞行在中制导段的航程较大；在 $\pm 102^\circ$ 范围内，导弹相对目标的速度已小于导弹的绝对速度，有益信号开始处于杂波区，缩短了导引头的发现距离；后半球 $\pm 26^\circ$ 范围内，信号同样处于杂波区，导弹的最大发射距离也较小，飞行在中制导段的航程小（中制导段相当于由载机代

替），使得导弹发射后不久即进入末制导段，甚至导引头可以在挂架上发现目标后再发射。

由图6可知，一次攻击时，击中概率为0.5的角度范围为后半球 69° ，前半球 60° ；考虑多次攻击时，击中概率为0.5的角度范围增加为后半球 77° ，前半球 65° 。有效攻击角度的提高，一定程度上弥补了两侧攻击时由于空空导弹的机动性而造成的“盲区”，提高了空空导弹的离轴发射能力。当一次攻击的击中概率小于1.0时，攻击次数的增加对于提高击中概率将更加显著。

3.2 主要参数对击中概率的影响

由公式(4)(11)(16)可知，影响攻击次数的主要因素有最大发射距离 D_{Lmax} ，最大发现距离 D_{Dmax} ，速度比 m ，过载 n_M ，而 D_{Lmax} 主要由 D_{Dmax} 、导

引头半视角 θ 、引战配合特性限制的最小 m 以及弹上能源工作时间确定。由于在实际空战中导弹可以改变的参数有 m 、 n_M 、 θ 。因此主要考察以上三个参数对击中概率的影响。

由图7可知，速度越大，有效攻击的角度范围越小，原因是导弹在两侧离轴发射时，受机动性的限制，导弹在高速状态下来不及转弯就已飞离目标。但导弹的飞行速度小于400m/s后，后半球攻击时的相对速度过小，不能追上目标。因此，导弹在两侧攻击目标的速度不应太大，在后半球攻击目标的速度不能过小，应控制在合理范围内。

由图8可知，过载越大，有效攻击目标的范围越大，多次攻击时由于增加过载可以减小转弯半径，还可以增

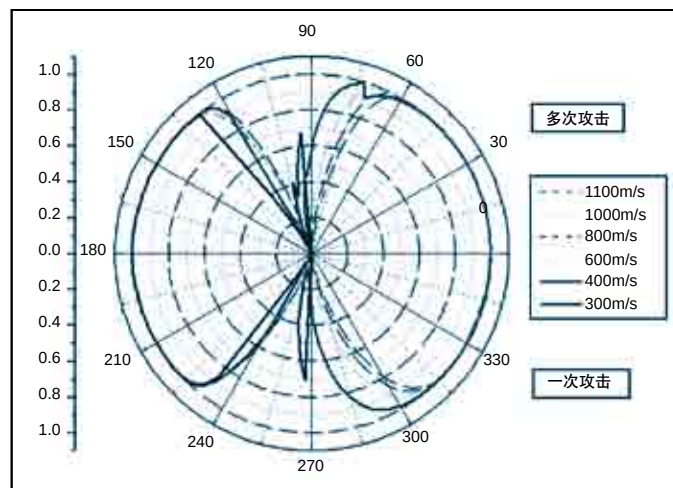


图7 速度对击中概率的影响

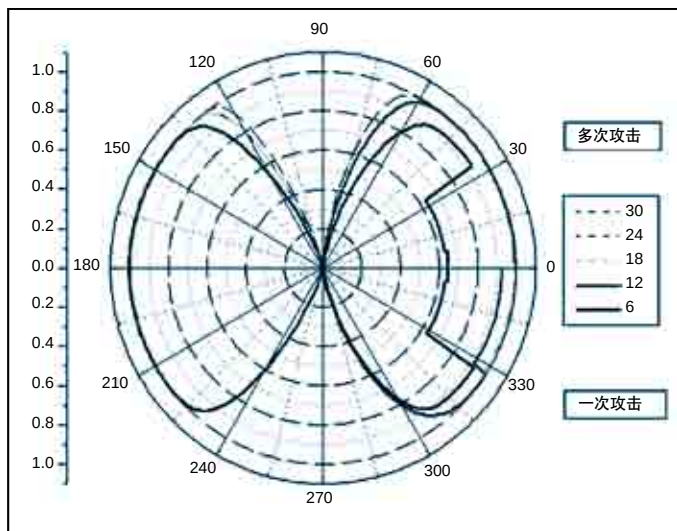


图8 过载对击中概率的影响

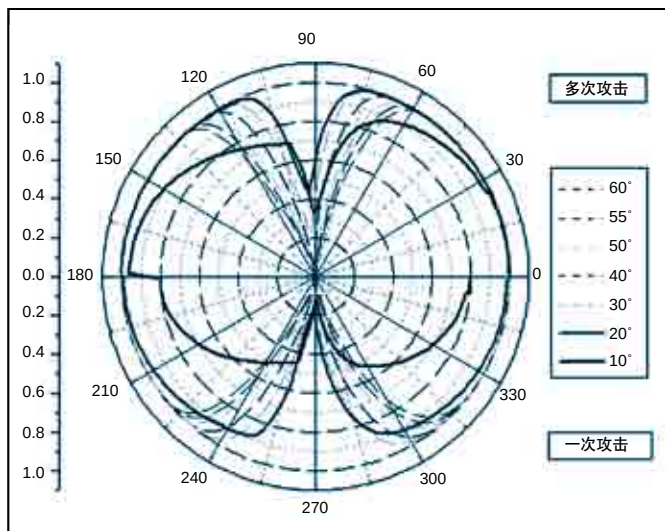


图9 导引头半视角对击中概率的影响

加捕获追踪的次数,进一步提高击中概率。过载较小将影响后半球攻击,由公式(26)可知此时导弹依靠自身的机动性消除的航向偏差减小,而后半球发现距离有限,导弹飞行的时间较短,致使导弹来不及转弯对准目标。

由图9可知,导引头半视角约在 20° 时有最大的有效攻击范围,半视角过大,由公式(24)、(25)可知,导弹消除的航向偏差角增大,拦截角 β 积分范围增加,追踪概率增大,但 β 增大的同时, α 相应变大,从而使 $\varphi(x)$ 减小,捕获概率减小;反之追踪概率减小,捕获概率增大。因此,导引头在搜索发现阶段应使用较小的半视角,便于集中能量尽早地发现目标,发现目标后应增加半视角,避免目标偏离导引头视场而造成脱靶。

4 结论

本文提出了一种考虑多次捕获追踪目标情况下,计算单发空空导弹击中概率的模型,模型中分别给出了空空导弹中制导段、末制导段以及再捕获再追踪段航程的计算方法,分析了

各段航程的主要因素。

将空空导弹的制导误差在水平面内与在垂直面内分开,同时将空空导弹在水平面内的制导按距离分为中制导与末制导,中制导段的捕获概率由导引头发现目标时刻导弹与目标的相对位置确定;末制导段的追踪概率由导弹进入引爆区时刻导弹与目标的相对位置确定。

通过计算,可得到空空导弹击中目标的有效攻击角度区间,给出飞行速度、过载、导引头半视角对击中概率的影响规律,计算结果较好地反应了空空导弹及导引头的作战性能,表明该模型计算简便、合理有效。AST

参考文献

- [1]王宏伦,张安,张海,等.空空导弹攻击区的高精度快速拟合[J].航空学报,1997,18(5):631-632.
- [2]汪运昌.一种适用于现代飞机火控系统的空空导弹发射火控计算数学模型[J].航空学报,1998,19(3):361-364.
- [3]李廷杰.导弹武器系统的效能

及其分析[M].北京:国防工业出版社,2000:121-130.

[4]朱宝鏊,朱荣昌,熊笑非.作战飞机效能评估[M].北京:航空工业出版社,2006:89-90.

[5]空空导弹系统概论编委会.空空导弹系统概论[M].北京:兵器工业出版社,1997:4-8.

[6]崔占忠,宋世和,徐立新.近炸引信原理[M].北京:北京理工大学出版社,2005.

[7]孟庆玉,张静远,宋保维.鱼雷作战效能分析[M].北京:国防工业出版社,2003:108-126.

[8]酆能敬.预警机系统导论[M].北京:国防工业出版社,1998.

作者简介

郑江安,博士,高级工程师,主要从事军机效能评估与作战仿真研究。