

# 民用飞机线性化仿真分析

张剑\*, 谢刚涛, 余圣晖, 杨峻峰

上海飞机设计研究院 总体气动设计研究部, 上海 200235

**摘要:** 线性分析是控制律设计和操纵性稳定性检查的重要手段。为了实现线性分析, 需要从飞机非线性模型中提取小扰动运动方程。本文介绍了小扰动理论, 提出小扰动假设, 根据假设得到一种线性化方法。将小扰动方程的时域响应与飞机运动学方程的时域响应进行对比, 结果表明, 线性化和非线性化的飞机迎角、速度和俯仰角曲线吻合很好, 该线性化方法简单有效, 并具有一定的工程设计指导作用。

**关键词:** 民用飞机; 线性化; 小扰动; 运动方程; 配平方法

**中图分类号:** V212.1 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-5453 (2014) 05-0063-04

飞行品质和飞行安全是当代飞机设计的两大主要标准。在设计初期阶段, 进行飞行品质分析时需要完成线性分析和非线性分析两大部分。非线性分析是指利用动力学方程组对飞机的飞行过程进行仿真, 通过对仿真结果分析, 得到飞机相应的部分气动力特性(如纵横向静稳定性)。虽然仿真计算能够反映相对真实的飞行情况, 但不能直接获得飞机其他部分气动特性(如长短周期模态特性), 这些只有通过线性分析获得, 而对于飞机线性分析首先必须获得飞机小扰动方程。本文基于小扰动方程的基本理论和小扰动假设, 给出一种线性化方法, 并通过与六自由度仿真模型进行模拟飞行对比, 验证了方法的有效性。

## 1 线性化理论与飞机线性方程

飞行器运动方程线性化即小扰动方程主要是为了研究飞行器的动态特性, 即它的稳定性、对控制的响应和对外界干扰的反应, 同时表明飞行器运动的特征量与设计参数(质量惯量参数、空气动力参数)的关系, 这对于飞行器设计具有重要的指导意义。通过小扰动方程, 可以得到飞行器的传递函数, 进而计算频率特性, 以便进行飞行自动控制系统的设计工作。

飞行扰动来自各个方面, 可能来自大气扰动、发动机的工作或驾驶员的误操纵等。与基准运动相差甚小的扰动运动称为小扰动运动。采用小扰动假定简化后的方程, 在大多数

飞行情况下, 即飞机的主要气动力系数的变化不大的区域, 小扰动方程可以得到足够满意的计算结果。

本文线性化理论的假设有<sup>[1]</sup>: 推力值固定不变; 飞行高度微小变化不对气动力的影响; 大气是平静的, 即无风状态; 基准运动是处于平衡状态的对称直线定常飞行; 飞行器受到的扰动是小量; 飞行器的纵向运动和横侧向运动互不影响。这种假设去除了动力学方程中不属于飞机本体特性的一些变量, 有利于模型的简化。

基于以上假设和线性化方法, 结合飞机运动时所受到的各项力和力矩, 得到飞机的纵向小扰动方程<sup>[2]</sup>, 如式(1)所示。

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Delta V \\ \Delta \alpha \\ \Delta q \\ \Delta \theta \end{bmatrix} = \mathbf{A} \begin{bmatrix} \Delta V \\ \Delta \alpha \\ \Delta q \\ \Delta \theta \end{bmatrix} + \mathbf{B} \begin{bmatrix} \Delta \delta_e \\ \Delta \delta_H \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \Delta V \\ \Delta \alpha \\ \Delta q \\ \Delta \theta \end{bmatrix} = \mathbf{C} \begin{bmatrix} \Delta V \\ \Delta \alpha \\ \Delta q \\ \Delta \theta \end{bmatrix} + \mathbf{D} \begin{bmatrix} \Delta \delta_e \\ \Delta \delta_H \end{bmatrix} \end{cases} \quad (1)$$

其中:  $V$ 为速度;  $\alpha$ 为迎角;  $q$ 为俯仰角速率;  $\theta$ 为俯仰角;  $\delta_e$ 为升降舵偏度;  $\delta_H$ 为平尾偏度;

$\mathbf{A}$ 矩阵是状态矩阵, 表现飞机的状态, 主要由力的各类导数、角度参数、力矩导数等表达式组成。 $\mathbf{B}$ 矩阵是控制矩阵。纵向周期运动模态主要与两种导数有关, 短周期模态主

收稿日期: 2014-03-07; 录用日期: 2014-04-11

\*通讯作者. Tel.: 021-20864716 E-mail: zhangjian9989@163.com

引用格式: Zhang Jian, Xie Gangtao, Yu Shenghui, Yang Junfeng. Civil aircraft linearized motion simulation analysis[J]. Aeronautical Science & Technology, 2014, 25(05): 63-66. 张剑, 谢刚涛, 余圣晖, 杨峻峰. 民用飞机线性化仿真分析[J]. 航空科学技术, 2014, 25(05): 63-66.

$$A = \begin{bmatrix} X_v & X + g \cos \gamma_* & 0 & -g \cos \gamma_* \\ -Z_v & -Z + g \sin \gamma_* / V_* & 1 & -g \sin \gamma_* / V_* \\ \bar{M}_v - \bar{M} \cdot Z_v & \bar{M} - \bar{M} \cdot (Z - g \sin \gamma_* / V_*) & \bar{M}_q + \bar{M} & -\bar{M}_a g \sin \gamma_* / V_* \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} X_{\delta_e} & \dot{X}_{\delta_H} \\ -Z_{\delta_e} & -Z_{\delta_H} \\ \bar{M}_e - \bar{M}_a \cdot Z_e & \bar{M}_H - \bar{M}_a \cdot Z_H \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

要与力矩导数有关,而长周期模态主要与力导数有关,故又称短周期运动为俯仰运动,而长周期运动又称沉浮运动。短周期运动是力矩的一个回复过程,而长周期则是力的一个回复过程。短周期主要研究迎角、俯仰角、法向加速度或过载的变化趋势,长周期模态主要研究速度、高度等的变化趋势<sup>[3]</sup>。

飞机六自由度模型经过线性化后简化为Matlab模型<sup>[4]</sup>,如图1所示。

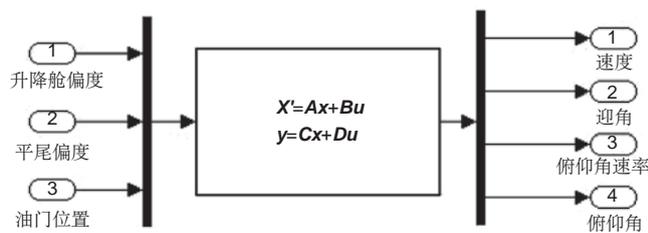


图1 线性化模型

Fig.1 The linear model

仿真分析中,首先要确定飞机初始运动状态,一般认为飞机的初始状态是定常飞行状态,如定直平飞。本文针对定常直线飞行状态来计算升降舵小扰动下俯仰角速率响应,运动方程是基于小扰动线性化原理建立的。

## 2 线性化实现方法

单个的线性化模型只能反映某个状态下的飞机气动力和模态特性,该状态为定常飞行状态,因此首先应该确认在确定速度、高度、航迹倾角下的飞机定常飞行的迎角、平尾偏度以及发动机推力的值,然后在此状态点处再进行线性化计

算。所以线性化的第一步是进行飞机配平,确定所需的迎角、平尾偏度以及发动机推力的值。

商用飞机的气动数据一般都要满足稳定性的要求以及基本的飞机气动数据的规律,如随迎角的增加升力增加,负的侧滑角产生正的偏航力矩等。这些规律是配平算法的基础。配平以飞机所受到的各方向的力和力矩均为零为准。飞机的状态参数中的每一个量,均会对各方向的力和力矩有作用,如迎角的增加,除了导致升力的增加外,还会对俯仰力矩、阻力等其他力和力矩产生影响。所以,求解飞机的配平状态,好比求解六个方程,方程的左边为飞机的状态(迎角、侧滑角、方向舵偏度、推力等)产生的三个方向的力和三个方向的力矩,右边为配平时三个

方向的力和力矩的值,即零。该方程的特殊性在于:如阻力方向的方程中,副翼变化必须经过一个差值曲线找到此时的阻力值,而不是由副翼偏度与一个数值的简单相乘,所以也不能以一般方程的数值解法进行计算。但是可以借鉴方程的数值计算方法的原理来编写配平算法<sup>[5-7]</sup>。

本文的飞机配平只需要考虑定高度定速度水平直线配平,采用最速下降法进行编程求解。与牛顿迭代法、拟牛顿迭代法等方法比较,最速下降法没有严格的初值限制,在进行批量计算处理时可以很好的使用。

计算流程图如图2所示。

计算结束时所得迎角、平尾偏度、发动机推力值即为飞机的配平状态(如果循环无法终止,则在该状态下飞机不能配平)。然后将迎角、平尾偏度、发动机推力输入气动力模型,在此基础上根据微分方程的近似解 $df(x)/dx = (f(x+\Delta x) - f(x-\Delta x))/(2*\Delta x)$ ,求出各个导数的值从而计算出所需的A, B, C, D矩阵。

## 3 仿真实例

根据以上线性化方法的描述,通过编程,计算得到飞机的小扰动方程。为了表明小扰动方程的正确性,即它是由运动学方程在基于某些假设的基础上线性化而来的,需要将它与运动学方程进行对比。通过对运动学方程和小扰动方程的时域上的响应是否一致来表明该线性化方法的正确。

选取某典型的民用飞机为例,飞机仿真条件如下:

飞行高度在平流层范围内飞行,几何高度为6000m,速

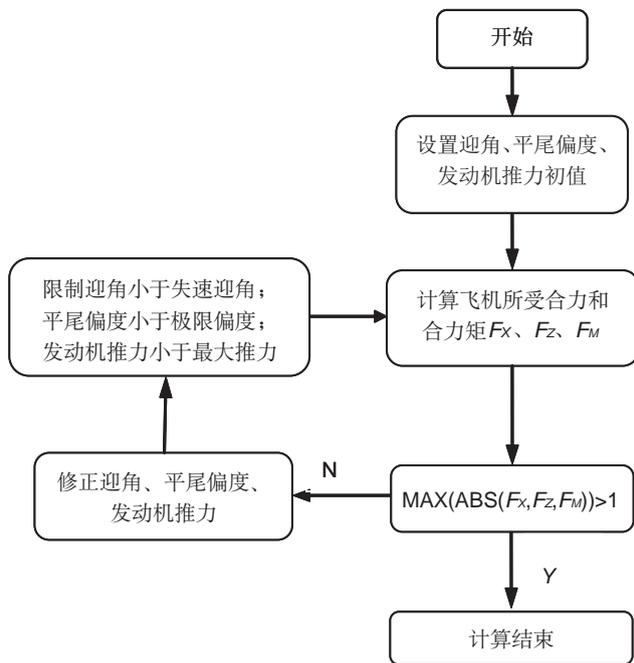


图2 计算流程图

Fig.2 Calculation flow chart

度为校正空速230kn, 飞机初始飞行状态选取配平后的状态。

信号形式: 阶跃式升降舵输入信号。

输出条件: 俯仰角速率响应信号。

图3~图5分别为线性仿真和非线性仿真下迎角、速度和俯仰角的对比, 线性仿真为小扰动方程的时域响应, 非线性仿真为飞机运动学方程的时域相应。由图可以看出, 线性仿真和非线性仿真结果在短时间内很好的吻合, 这验证了生成的小扰动方程的正确性。

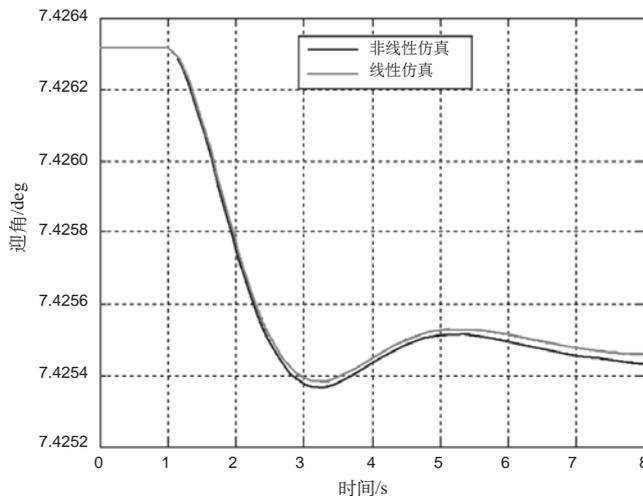


图3 迎角对比图

Fig.3 Comparison of angle of attack

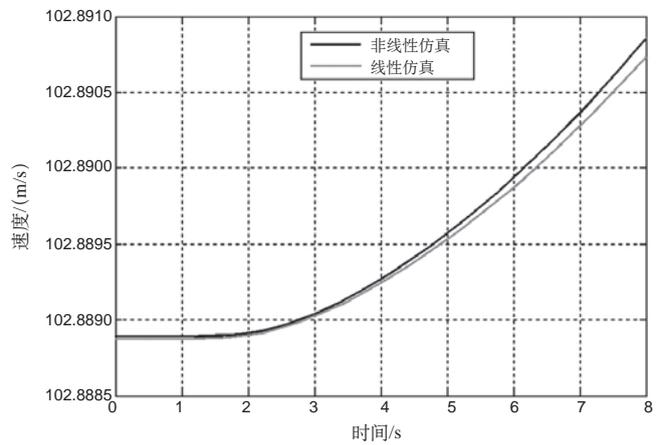


图4 速度对比图

Fig.4 Comparison of speed

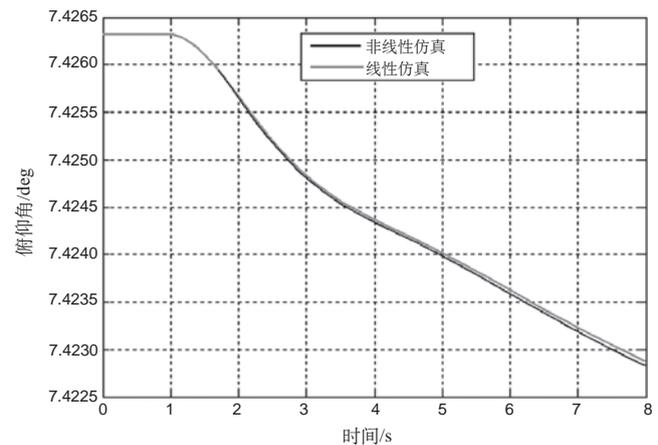


图5 俯仰角对比图

Fig.5 Comparison of pitch angle

#### 4 结束语

飞机动力学模型的线性化是飞机设计阶段的重要的设计手段, 它主要用于前期的飞行品质分析工作。本文通过对线性化原理的描述, 线性化方程的介绍, 以及通过MATLAB编程将六自由度模型以及线性化模型进行仿真计算, 通过计算表明该线性化方法与非线性仿真计算结果很吻合, 说明该线性化方法在飞机气动线性区域, 可以很好的用于飞机的飞行品质分析, 具有一定的工程设计指导作用。 AST

#### 参考文献

[1] 方振平, 陈万春, 张曙光. 航空飞行器飞行动力学[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2005.

FANG Zhenping, CHEN Wanchun, ZHANG Shuguang. Aviation Aircraft Flight Dynamics[M]. Beijing: Beijing University of

- Aeronautics & Astronautics Press,2005.(in Chinese)
- [2] 航空气动力手册编委会. 航空气动力工程计算手册[M]. 北京: 航空工业出版社, 1995.  
Editorial board of aircraft aerodynamic manual. Aircraft Aerodynamic Engineering Calculation Manual[M]. Beijing:Aviation Industry Press,1995. (in Chinese)
- [3] 蒲致祥. 理论力学[M]. 西安:西北工业大学出版社,2000.  
PU Zhixiang.Theoretical mechanics[M].Xi'an:Northwestern Polytechnical University Press,2000.(in Chinese)
- [4] 张志涌. 精通MATLAB6 [M]. 北京:北京航空航天大学出版社,2003.  
ZHANG Zhiyong.Master of MATLAB6[M].Beijing:Beijing University of Aeronautics & Astronautics Press,2003.(in Chinese)
- [5] 徐海亮, 李骏扬, 费树岷. 全数字飞行仿真平台的设计与实现[J]. 东南大学学报(自然科学版), 2011, 41(1): 113-117.  
XU Hailiang, LI Junyang, FEI Shumin. Design and implementation of digital flight simulation platform[J]. Journal of Southeast University( Natural Science Edition), 2011, 41(1): 113-117.(in Chinese)
- [6] 王辉, 张伟方. 计算机环境下的实时飞行仿真系统的构建[J]. 机械科学与技术,2011, 30(8): 1235-1238.
- WANG Hui, ZHANG Weifang. Construction of a real-time flight simulation system based on computer environment[J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2011, 30(8):1235-1238. (in Chinese)
- [7] 黄雄. 支线飞机综合飞行仿真平台设计[J]. 航空科学技术, 2011,23(06):44-46.  
HUANG Xiong. Integrated flight simulation platform design for regional aircraft. Aeronautical Science & Technology, 2011,23(06): 44-46.(in Chinese)

#### 作者简介

张剑(1981— ) 男, 硕士, 工程师。主要研究方向: 飞行器总体气动设计。

Tel: 021-20864716

E-mail: zhangjian9989@163.com

谢刚涛(1974— ) 男, 硕士, 工程师。主要研究方向: 飞行器总体气动设计。

余圣晖(1984— ) 男, 硕士, 工程师。主要研究方向: 飞行器总体气动设计。

杨俊峰(1986— ) 男, 硕士, 工程师。主要研究方向: 飞行器总体气动设计。

## Civil Aircraft Linearized Motion Simulation Analysis

ZHANG Jian\*, XIE Gangtao, YU Shenghui, YANG Junfeng

General Layout and Aerodynamic Department, Shanghai Aircraft Design and Research Institute, Shanghai 200235, China

**Abstract:** Linearization analysis is an important method of control law design and controllability and stability check. In order to achieve linearization analysis, need to deduce small perturbation motion equation from non-linear model of airplane. In this paper, the small perturbation theory was introduced and small perturbation hypothesis was proposed. According to the hypothesis, a linearization technique was given. The time-domain response of small perturbation motion and kinematics equation was compared. The results show that linearization's incidence, speed and pitch angle are good match with non-linearization, the linearization method is simple and effective, and has a certain guidance to engineering design.

**Key Words:** civil aircraft; linearization; small perturbation; motion equation; trimming method

Received: 2014-03-07; Accepted: 2014-04-11

\*Corresponding author. Tel.: 021-20864716 E-mail: zhangjian9989@163.com