

基于非圆对称特性的阵列扩展算法

Extension Array Algorithm Based on Noncircularly Symmetric

刘帅 韩勇 / 哈尔滨工业大学

摘要: 根据入射信号的非圆对称性, 提出了一种基于均匀线阵的阵列扩展算法。该方法以ESPRIT算法实现DOA估计, 计算量较传统的MUSIC算法小, 同时虚拟阵列有效地增加了阵列孔径, 提高了算法的分辨力, 并且能对更多的信号进行DOA估计。计算机仿真验证了该方法的可靠性和有效性。

关键词: DOA; ESPRIT; 非圆对称性; 阵列扩展

Keywords: DOA; ESPRIT; noncircularly symmetric; extension array

0 引言

高性能的信号参数估计技术是近年来在雷达、声纳、移动通信、地震科学和生物学领域中极为重要的课题, 其中波达方向(DOA)估计技术^[1-5]是该项研究和应用的一个最主要的方面。MUSIC算法和ESPRIT算法作为具有代表性的高分辨测向算法, 得到了广泛的关注。

在实际应用中, 由于受阵列孔径的限制, 现有DOA估计算法所能分辨的信号源数以及测角分辨力均不理想。本文根据入射信号的非圆特性^[6-8], 对阵列孔径进行虚拟扩展, 结合ESPRIT算法进行测角, 阵列扩展形式简单, 计算量小, 提高了算法的分辨力及DOA估计精度; 并且在此基础上阵列能够对多于实际阵元数的信源进行DOA估计。仿真结果表明, 本文的方法可靠、有效。

1 阵列结构和数学模型

图1所示由 N 个阵元构成的均匀线阵模型, 假设共有 M 个空间窄带信号入射, 信号与噪声间统计独立, 并且它们

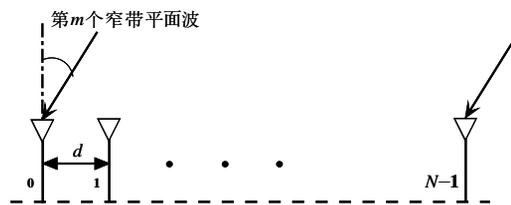


图1 均匀线阵示意图

都是非圆对称的信号^[7-8](如BPSK信号和MASK信号)。各阵元均为全向天线, 则

$$X = [x_0(t) \quad x_1(t) \quad \cdots \quad x_{N-1}(t)]^T \\ = A \cdot S(t) + N(t) \quad (1)$$

式(1)中 $A = [a_1 \quad a_2 \quad \cdots \quad a_M]$ 为阵列流型; $a_m = [1 \quad e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}d\sin\theta_m} \quad \cdots \quad e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}d(N-1)\sin\theta_m}]^T$ 为第 m ($1 \leq m \leq M$)个信源的导向矢量; $S(t) = [s_1(t) \quad s_2(t) \quad \cdots \quad s_M(t)]^T$ 为入射信号矢量; $N(t) = [n_0(t) \quad n_1(t) \quad \cdots \quad n_{N-1}(t)]^T$ 为各阵元上接收噪声构成的矢量; θ_m 为第 m 个平面波波前与阵列法线方向的夹角; λ 为中心波长; d 为阵元间距(要求 $d \leq \lambda/2$)。

由以上讨论可知

$$R_{xx} = E[XX^H] = A\Gamma_S A^H + \sigma^2 I_N, \text{ 其中} \\ \Gamma_S = E[SS^H] = \text{diag}\{P_1, P_2, \cdots, P_M\}, P_m \text{为}$$

第 m 个信号的功率; σ^2 为噪声功率; I_N 为 N 阶单位阵。

2 基于阵列扩展的ESPRIT算法

利用 N 元均匀线阵, 经典的MUSIC、ESPRIT算法最多

只能对 $N-1$ 个独立信源进行测角, 并且在信噪比、快拍数等参数一定的情况下, 其测角分辨力主要取决于阵面孔径。而在空间谱估计的实际应用中, 阵面孔径往往是受限的。为了解决这一问题, 本文根据入射信号的非圆特性, 提出了一种新的基于阵列扩展的ESPRIT算法。本文方法阵列扩展形式简单, 与经典MUSIC、ESPRIT算法相比具有测角分辨力、精度较高, 最多可对 $M < 2N-2$ 个独立信源进行DOA估计, 突破了经典空间谱估计算法对 $M < N$ 的限制。

构造 $2N-1$ 维列矢量 Y 为:

$$Y = \begin{bmatrix} X' \\ X \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中 $X' = [x_{N-1}^*(t) \quad x_{N-2}^*(t) \quad \cdots \quad x_1^*(t)]^T$ (*表示共轭), 由于 $s_m(t)$ ($1 \leq m \leq M$)是一

维的非圆对称信号即 $s_m^*(t) = s_m(t)$ 。

所以 Y 可以表达为:

$$Y = \tilde{A}S(t) + \tilde{N}(t) \quad (3)$$

式中 $\tilde{A} = [\tilde{a}_1 \quad \tilde{a}_2 \quad \dots \quad \tilde{a}_M]$, 其中

$$\tilde{a}_m = [e^{j\frac{2\pi}{\lambda}d(N-1)\sin\theta_m} \quad \dots \quad e^{j\frac{2\pi}{\lambda}d\sin\theta_m} \quad \dots \quad 1 \quad e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}d\sin\theta_m} \quad \dots \quad e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}d(N-1)\sin\theta_m}]^T$$

为 $2N-1$ 维列矢量; $N(t) = \begin{bmatrix} N'(t) \\ N(t) \end{bmatrix}$, 其中

$N'(t) = [n_{N-1}^*(t) \quad n_{N-2}^*(t) \quad \dots \quad n_1^*(t)]^T$ 。由 \tilde{A} 的构成可以观察到重构矢量 Y 相当于将 N 个阵元扩展为 $2N-1$ 个阵元。

由于信号与噪声间独立, 可以利用 Y 重构阵列协方差矩阵:

$$R_{YY} = E[YY^H] = \tilde{A}\tilde{\Gamma}_s\tilde{A}^H + E[\tilde{N}(t)\tilde{N}^H(t)] \quad (4)$$

因为阵列噪声 $n_m(t) (0 \leq m \leq N-1)$ 具有圆对称特性^[6], 即 $E[n_m^2(t)] = 0$, 所以 (4) 式可写为:

$$R_{YY} = \tilde{A}\tilde{\Gamma}_s\tilde{A}^H + \sigma_n^2 I_{2N-1} \quad (5)$$

设 $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq L \quad \lambda_M \geq \lambda_{M+1} = L = \lambda_{2N+1} = \sigma^2$ 是协方差矩阵 R_{YY} 的特征值, $v_1, v_2, \dots, v_M, v_{M+1}, \dots, v_{2N-1}$ 是与之对应的特征向量。其中 M 个最大的特征值对应的特征矢量构成信号子空间 $U_s = span\{v_1, v_2, \dots, v_M\}$, 其余的特征矢量构成噪声子空间。可以证明, 信号子空间与噪声子空间是正交的, 且 U_s 与 \tilde{A} 具有相同的列空间。

由以上讨论可知, 构造的列矢量 Y 相当于将阵列扩展为图2形式, 并取子阵形式如图2所示:

则有子阵1的输出为:

$$X_1 = [a(\theta_1) \dots a(\theta_M)]S + N_1 = A S_1 + N_1 \quad (6)$$

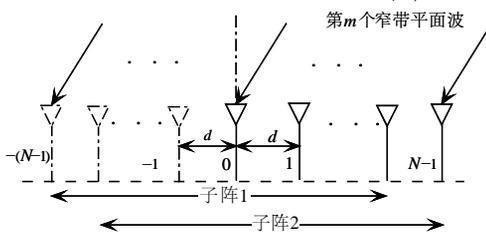


图2 扩展阵列示意图

子阵2的输出为:

$$X_2 = [a(\theta_1)e^{j\phi_1} \dots a(\theta_M)e^{j\phi_M}]S + N_2 = A_1\Phi S + N_2 = A_2S + N_2 \quad (7)$$

式(7)中 $A_2 = A_1\Phi$, 且

$\Phi = diag[e^{j\phi_1} \dots e^{j\phi_M}]$ 。由以上的数学模型可知, 需要求解的是信号的方向, 而信号的方向信息包含在 A_1 和 Φ 中, 由于 Φ 是对角阵, 有:

$$\phi_m = (2\pi |d| \sin\theta_m) / \lambda \quad (1 \leq m \leq M) \quad (8)$$

由两个子阵的阵列流形关系可知:

$$span\{U_{S1}\} = span\{A_1\} = span\{U_{S2}\} \quad (9)$$

其中 U_{S1} 为子阵1信号空间, U_{S2} 为子阵2信号空间, A_1 为阵列流形矩阵。由式(7)及式(9)可知, 存在一个唯一的非奇异矩阵 T , 使得:

$$U_{S2} = U_{S1}T^{-1}\Phi T = U_{S1}\Psi \quad (10)$$

对于独立窄带信号入射, 有 $\Phi = T\Psi T^{-1}$, 即 Ψ 的特征值组成的对角阵一定等于 Φ , 而矩阵 T 的各列为矩阵 Ψ 的特征向量。

根据上述分析, 可归纳出本文方法如下:

1) 对于均匀线阵, 由(2)式构造 Y ;

2) 协方差矩阵估计,

$$\hat{R}_{YY} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K Y(k)Y(k)^H,$$

式中 K 代表快拍数;

3) 计算 R_{YY} 的特征值分解, 并根据信源个数构造信号空间;

4) 抽取 U_s 的前 $2N-2$ 行组成矩阵 U_{S1} , 后 $2N-2$ 行组成矩阵 U_{S2} ;

5) 计算 $\Psi = (U_{S1}^H U_{S1})^{-1} U_{S1}^H U_{S2}$ 。

的特征值分解, 其特征值与 Φ 的特征值相同, 为 $e^{j\phi_m}, 1 \leq m \leq M$;

6) 由公式(8)求得波达方向的估计 θ_m 。

3 计算机仿真

为了验证本文方法的性能, 将本文方法与传统 ESPRIT 算法进行比较。仿真中使用阵元数 $N=4$ 的均匀线阵, 阵元间距 $d=\lambda/2$, 背景噪声为高斯白噪声。

3.1 算法精度与信噪比的关系

假设有 2 个等功率信号入射, 入射角分别为 $\theta_1=10^\circ, \theta_2=25^\circ$, 信噪比从 0dB 到 20dB。取快拍数为 500, 100 次蒙特卡洛实验结果如图 3 所示。图中为对信号 2 的估计结果, 信号 1 亦有相似结果, 为节省篇幅, 在此略去。

3.2 算法精度与快拍数的关系

信噪比为 10dB。快拍数取 100 到 1000 次,

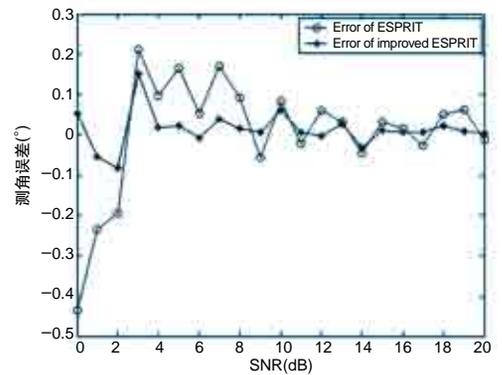


图3(a) 角度估计误差

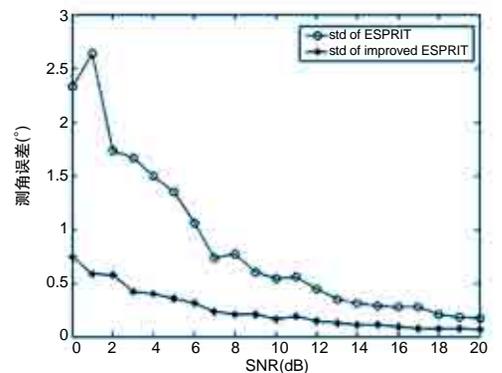


图3(b) 角度估计方差

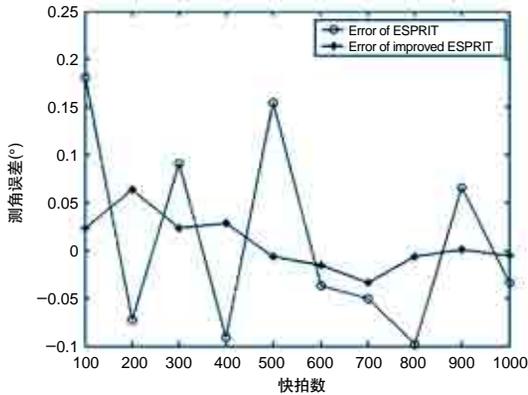


图4(a) 角度估计误差

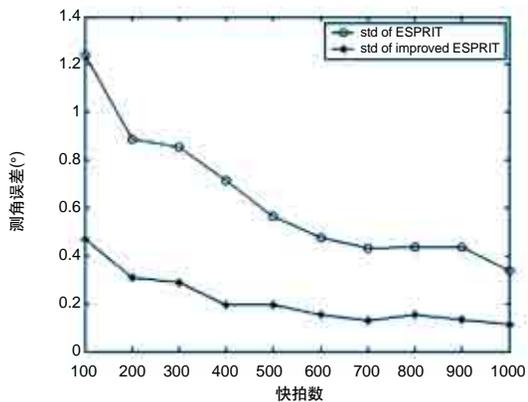


图4(b) 角度估计方差

100次蒙特卡洛实验,对信号2的估计结果示于图4。

3.3 算法对多信号源DOA估计

对于 N 元均匀阵列,经典的ESPRIT及MUSIC算法只能对 $M(M < N)$ 个信号源进行DOA估计,由于本文方法的阵列扩展性,所以最多可对 $(2N-2)$ 个信号源进行DOA估计。

表1 多信号源DOA估计蒙特卡洛仿真试验结果

DOA估计		Snapshot=2000		Snapshot=3000		Snapshot=5000	
		Mean(°)	Std(°)	Mean(°)	Std(°)	Mean(°)	Std(°)
阵列扩展 ESPRIT	目标1	-29.998	0.016424	-29.999	0.014834	-30.002	0.0154
	目标2	-9.9918	0.036959	-9.9977	0.029031	-9.99876	0.02481
	目标3	4.9987	0.040499	5.0048	0.030592	4.9966	0.025908
	目标4	25.006	0.090826	24.998	0.036657	24.997	0.031168
	目标5	39.991	0.089219	39.995	0.035174	39.999	0.028558
经典ESPRIT		失效		失效		失效	

假设有5个等功率信号入射,入射角分别为 -30° 、 -10° 、 5° 、 25° 、 40° ,信噪比为20dB,快拍数分别为2000、3000、5000次,100次蒙特卡洛实验,DOA估计结果示于表1。

从以上仿真试验可以看出,在信噪比或快拍数相同的情况下,本文方法与经典ESPRIT算法相比,具有更高的测角精度以及更小的测角方差;对于多信号源($M > N$)的DOA估计,经典的ESPRIT算法失效,而本文方法仍然可以准确地估计出DOA。

4 结论

实际应用中,受阵列孔径的限制,现有DOA估计算法所能分辨的信号源数以及测角分辨力均不理想。本文根据信号的非圆特性,对阵列孔径进行虚拟扩展,结合经典ESPRIT算法,提出一种基于阵列扩展的ESPRIT算法,阵列扩展形式简单,计算量小,提高了算法的分辨力及DOA估计精度;并且在此基础上阵列能够对多于实际

阵元数的信号进行DOA估计。仿真结果验证了本文方法的有效性。

AST

参考文献

- [1] Schmidt R. Multiple emitter location and signal parameter estimation [J]. IEEE Trans on Antennas and Propagation, 1986,34(3): 276-280.
- [2] Roy R, Kailath T. ESPRIT—a subspace rotation approach to estimation of parameters of cisoids in noise [J]. IEEE Trans on ASSP, 1986,34(10): 1340-1342.
- [3] 冯大政,郑春弟,周祎. 一种利用信号特点的实值MUSIC算法[J]. 电波科学学报,2007,22(2): 331-335.
- [4] Shan Z, Yum T-SP. A conjugate augmented approach to direction of arrival estimation [J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2005,53(11): 4104-4109.
- [5] 刘志刚,汪晋宽,薛延波. 基于实值分解技术的Unitary Cyclic ESPRIT算法[J]. 电波科学学报,2007,22(2): 219-223.
- [6] Picinbono B. On circularity [J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1994,42: 3473-3482.
- [7] Nizar T, Hyuck M K. Conjugate ESPRIT(C-SPRIT) [J]. IEEE Trans on Antennas and Propagation, 2004,52(10): 2618-2624.
- [8] 黄蕾,张曙. 一种DOA估计新算法及其求根形式[J]. 系统工程与电子技术,2007,29(12): 2026-2028.

作者简介

刘帅, 博士, 讲师, 主要研究方向为阵列信号处理。