

带有加权基线长约束的GPS/BDS单历元姿态解算算法研究

陈万通^{1,*}, 李小强²

1. 中国民航大学 电子信息工程学院, 天津 300300

2. 北京航空航天大学 电子信息工程学院, 北京 100191

摘要: 研究基于GNSS信号的实时载体动态姿态测量算法具有重要意义, 多频多模姿态测量算法是目前的研究热点和难点。本文提出一种基于GPS L1/L2和BDS B1三频点观测数据进行联合定姿的新算法, 可实现单历元整周模糊度解算, 且该算法对周跳不敏感, 克服了单频点定姿可靠性差、精度低的缺点。针对多频多模观测时天线相位中心的差异性问题, 采用基于加权基线长度约束和上下边界函数的方法实现整周模糊度搜索空间的压缩, 提高了整周模糊度解算的效率。最后基于实际测试数据评估定姿精度, 实验表明, 采用L1/L2/B1三频点联合估计, 航向角和俯仰角的精度可达 $0.1^\circ/\text{m}$ 和 $0.2^\circ/\text{m}$, 比单频观测的精度高约2倍。

关键词: 全球定位系统; 北斗导航系统; 姿态测量; 最小二乘降相关平差; 整周模糊度

中图分类号: V249.3

文献标识码: A

文章编号: 1007-5453 (2016) 02-0011-05

姿态测量系统是卫星、飞机、船舶、导弹等高动态载体的必备系统, 这些载体要求姿态测量系统具有实时性强、可靠性高、精度高、安装方便、连续性好等特点。全球导航卫星系统(GNSS)具有全球性、全天候和连续的精密三维定位能力, 特别是其利用载波相位相对定位技术可以达到亚厘米级的测量精度^[1]。近十余年, 应用GNSS载波相位测量技术来确定载体姿态, 因具有精度高、长期稳定的准确性、低成本和低能量耗损等优点而日益成为导航领域研究的热点。目前, 单频点姿态解算的可靠性仍然面临挑战, 多频多模定姿技术成为研究热点和难点, 相比于单频测量, 多频多模不仅保证了测量的连续性, 提高了整周模糊度解算的成功率, 同时也进一步提高了姿态角的测量精度^[2]。本文针对GPS和BDS两大主流卫星导航系统, 以最常见的L1/L2/B1双模三频观测为例, 给出了一种基于加权基线长度的短基线模型, 该模型对双差载波相位观测值进行去相关处理, 同时考虑不同频点之间天线相位中心的偏差, 以对基线长度的测量赋予权重的方

式, 采用上下边界函数对解空间进行“夹逼”压缩和处理。以实际采集的多频数据为例, 给出了多频定姿的精度评估, 并与单频定姿的精度进行了对比。

1 单星座短基线数学模型

对于GNSS单星座观测下的任意短基线, 假定第 k 个频点的卫星可见数 m_k 大于4颗并且实现接收机到卫星LOS矢量的计算, 则其双差载波/码联合观测方程可以统一成如下形式的标准数学模型^[3]:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_k &= \mathbf{K}\mathbf{a}_k + \frac{1}{\lambda_k}\mathbf{G}\mathbf{b} + \mathbf{v}_k, \mathbf{v}_k \sim N(0, \mathbf{Q}_{y_k}) \\ \mathbf{a}_k &\in \mathbf{Z}^{m_k-1}, \mathbf{b} \in \mathbf{R}^3 \end{aligned} \quad (1)$$

$\mathbf{y}_k$ 表示双差载波和双差码的联合观测矢量, 维度为 $2m_k-2$; $\mathbf{a}_k$ 为整周模糊度矢量, 其维度为 m_k-1 ; $\mathbf{b}$ 为当地地理坐标系下的基线矢量, 包含东北天三个分量; $\mathbf{K}$ 和 $\mathbf{G}$ 分别为 $\mathbf{a}$ 和 $\mathbf{b}$ 的系数矩阵, 维度分别为 $(2m_k-2) \times (m_k-1)$ 和 $(2m_k-2) \times 3$, 均与频率

收稿日期: 2015-09-19; 退修日期: 2015-11-10; 录用日期: 2015-11-17

基金项目: 国家自然科学基金(61401468); 中央高校基本科研业务费(3122014D004); 中国民航大学科研启动基金(2013QD27X)

*通讯作者. Tel.: 15002273255 E-mail: chenbnu@126.com

引用格式: CHEN Wantong, LI Xiaoqiang. Research on the single epoch GPS/BDS attitude determination with weighted baseline length constraint [J]. Aeronautical Science & Technology, 2016, 27(02): 11-15. 陈万通, 李小强. 带有加权基线长约束的GPS/BDS单历元姿态解算算法研究[J]. 航空科学技术, 2016, 27(02): 11-15.

无关, $\mathbf{G}$ 中包含了接收机到卫星的单位LOS矢量, $\mathbf{K}$ 则与卫星数目有关, $\mathbf{v}$ 为 $\mathbf{y}$ 的观测噪声矢量, $\mathbf{Q}_y$ 为其方差协方差矩阵。下标 k 表示观测向量和矩阵为第 k 个频点所特有。由于观测向量 $\mathbf{y}$ 通过双差方法得到, 故各分量存在较强的互相关, 即 $\mathbf{Q}_y$ 为非对角阵, 为了实现观测量的去相关, 对 $\mathbf{Q}_y$ 采用Cholesky分解, 即:

$$\mathbf{Q}_{y_k} = \mathbf{L}_k (\mathbf{L}_k)^\top \quad (2)$$

构造矩阵 $\mathbf{X}_k = (\mathbf{L}_k)^{-1}$, 式(1)两边同时乘以 $\mathbf{X}_k$, 则得到:

$$\mathbf{X}_k \mathbf{y}_k = \mathbf{X}_k \mathbf{K} \mathbf{a}_k + \frac{1}{\lambda_k} \mathbf{X}_k \mathbf{G} \mathbf{b} + \mathbf{X}_k \mathbf{v}_k \quad (3)$$

采用如下新的标记:

$$\begin{cases} \bar{\mathbf{y}}_k \equiv \mathbf{X}_k \mathbf{y}_k, \bar{\mathbf{K}} \equiv \mathbf{X}_k \mathbf{K} \\ \bar{\mathbf{G}} \equiv \mathbf{X}_k \mathbf{G}, \bar{\mathbf{v}} \equiv \mathbf{X}_k \mathbf{v}_k \end{cases} \quad (4)$$

则式(3)可以表示为:

$$\bar{\mathbf{y}}_k = \bar{\mathbf{K}} \mathbf{a}_k + \frac{1}{\lambda_k} \bar{\mathbf{G}} \mathbf{b} + \bar{\mathbf{v}}, \bar{\mathbf{v}} \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{I}) \quad (5)$$

此时观测噪声 $\bar{\mathbf{v}}_k$ 标准正态分布, 即其观测噪声已经不相关。

2 GPS/BDS双星座三频点短基线数学模型

目前, 多频多模接收机在市场上的份额比例逐年提高, 多频点观测显著提升了GNSS应用的可靠性和连续性。对于一个星座的多个频点, 卫星的数目是相同的, 并且接收机到卫星的LOS矢量也是相同的, 只有载波波长不同; 而对于不同星座, 载波波长和LOS均不同^[4]。因此, 基于式(5), GPS L1/L2和BDS B1三频点的短基线模型可以构造为:

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{y}}_{L1}^{\text{GPS}} \\ \bar{\mathbf{y}}_{L2}^{\text{GPS}} \\ \bar{\mathbf{y}}_{B1}^{\text{BDS}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{K}}^{\text{GPS}} & & \\ & \bar{\mathbf{K}}^{\text{GPS}} & \\ & & \bar{\mathbf{K}}^{\text{BDS}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{L1}^{\text{GPS}} \\ \mathbf{a}_{L2}^{\text{GPS}} \\ \mathbf{a}_{B1}^{\text{BDS}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{\lambda_{L1}} \bar{\mathbf{G}}^{\text{GPS}} \\ \frac{1}{\lambda_{L2}} \bar{\mathbf{G}}^{\text{GPS}} \\ \frac{1}{\lambda_{B1}} \bar{\mathbf{G}}^{\text{BDS}} \end{bmatrix} \mathbf{b} + \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{v}}_{L1}^{\text{GPS}} \\ \bar{\mathbf{v}}_{L2}^{\text{GPS}} \\ \bar{\mathbf{v}}_{B1}^{\text{BDS}} \end{bmatrix} \quad (6)$$

注意到此时的噪声项依旧为标准正态分布:

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{v}}_{L1}^{\text{GPS}} \\ \bar{\mathbf{v}}_{L2}^{\text{GPS}} \\ \bar{\mathbf{v}}_{B1}^{\text{BDS}} \end{bmatrix} \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{I}) \quad (7)$$

该模型其本质是一种整数参数和实数参数的混合模型, 具体可以表述为^[5]:

$$\mathbf{E}(\mathbf{y}) = \mathbf{A} \mathbf{a} + \mathbf{B} \mathbf{b}, D(\mathbf{y}) = \mathbf{I}, \mathbf{a} \in \mathbb{Z}^n, \mathbf{b} \in \mathbb{R}^3 \quad (8)$$

式中:

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{y}}_{L1}^{\text{GPS}} \\ \bar{\mathbf{y}}_{L2}^{\text{GPS}} \\ \bar{\mathbf{y}}_{B1}^{\text{BDS}} \end{bmatrix}, \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{K}}^{\text{GPS}} & & \\ & \bar{\mathbf{K}}^{\text{GPS}} & \\ & & \bar{\mathbf{K}}^{\text{BDS}} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{L1}^{\text{GPS}} \\ \mathbf{a}_{L2}^{\text{GPS}} \\ \mathbf{a}_{B1}^{\text{BDS}} \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\lambda_{L1}} \bar{\mathbf{G}}^{\text{GPS}} \\ \frac{1}{\lambda_{L2}} \bar{\mathbf{G}}^{\text{GPS}} \\ \frac{1}{\lambda_{B1}} \bar{\mathbf{G}}^{\text{BDS}} \end{bmatrix} \quad (10)$$

该模型中, 整周模糊度是整数, 但传统的最小二乘只能估计出实数。因此, 整周模糊度的固定通常采用LAMBDA算法^[6]。对于定姿应用而言, 基线长度 l 是事先可以测量的, 因此, 上述模型还有一个非线性的约束条件^[7]:

$$\|\mathbf{b}\| = l \quad (11)$$

然而, 对于多频多模应用而言, 各频点的相位中心通常都不能与几何中心完全重合, 因此更符合实际的约束为:

$$E(\|\mathbf{b}\|) = l, D(\|\mathbf{b}\|) = \sigma_l^2 \quad (12)$$

因此, 多频多模短基线模型的数学模型更新为^[8]:

$$\begin{cases} E(\mathbf{y}) = \mathbf{A} \mathbf{a} + \mathbf{B} \mathbf{b}, D(\mathbf{y}) = \mathbf{I}, \mathbf{a} \in \mathbb{Z}^n, \mathbf{b} \in \mathbb{R}^3 \\ E(\|\mathbf{b}\|) = l, D(\|\mathbf{b}\|) = \sigma_l^2 \end{cases} \quad (13)$$

3 整周模糊度解算与姿态解算

3.1 浮点解估计

为了准确估计式(12)中整周模糊度和基线解, 首先估计整周模糊度的浮点解, 即将短基线模型中未知的整周模糊度和基线矢量视为统一的未知参数向量, 则标准的GNSS基线模型可以重新表述为^[9]:

$$\mathbf{E}(\mathbf{y}) = \mathbf{N} \mathbf{x}, D(\mathbf{y}) = \mathbf{I} \quad (14)$$

式中: $\mathbf{N} = [\mathbf{A} \ \mathbf{B}]$, $\mathbf{x} = [\mathbf{a}^\top \ \mathbf{b}^\top]^\top$ 。求解该模型可以采用正则化方程, 假设 $\hat{\mathbf{x}}$ 是对未知参量的估计, 则其最小二乘的估计结果为:

$$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{N}^\top \mathbf{N})^{-1} \mathbf{N}^\top \mathbf{y} \quad (15)$$

基于方差传播定律, 则该估计结果的方差协方差矩阵可以计算如下:

$$\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}} = (\mathbf{N}^\top \mathbf{N})^{-1} \quad (16)$$

将 $\mathbf{N} = [\mathbf{A} \ \mathbf{B}]$, $\mathbf{x} = [\mathbf{a}^\top \ \mathbf{b}^\top]^\top$ 代入式(15)和式(16), 则浮点解计算如下:

$$\begin{pmatrix} \hat{\mathbf{a}} \\ \hat{\mathbf{b}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}^\top \mathbf{A} & \mathbf{A}^\top \mathbf{B} \\ \mathbf{B}^\top \mathbf{A} & \mathbf{B}^\top \mathbf{B} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \mathbf{A}^\top \mathbf{y} \\ \mathbf{B}^\top \mathbf{y} \end{pmatrix} \quad (17)$$

浮点解的方差协方差矩阵为:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{a}}} & \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{a}}\hat{\mathbf{b}}} \\ \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{b}}\hat{\mathbf{a}}} & \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{b}}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}^\top \mathbf{A} & \mathbf{A}^\top \mathbf{B} \\ \mathbf{B}^\top \mathbf{A} & \mathbf{B}^\top \mathbf{B} \end{pmatrix}^{-1} \quad (18)$$

3.2 整周模糊度估计

基于计算得到整周模糊度浮点解及其方差协方差矩阵, 构造如下加权非线性约束的整数最小二乘的目标函数进行

整周模糊度估计^[10]:

$$\min_{a \in \mathbb{Z}^n} (\|\hat{a} - a\|_{Q_a}^2 + \min_{b \in \mathbb{R}^3} H(a, b)) \quad (19)$$

式中: $H(a, b) = \|\hat{b}(a) - b\|_{Q_{\hat{b}(a)}}^2 + \sigma_l^{-2} (l - \|b\|)^2$

$$\hat{b}(a) = (B^T B)^{-1} B^T (y - Aa)$$

$$Q_{\hat{b}(a)} = (B^T B)^{-1}$$

目标函数式(19)的最小化问题估计可以采用WCLAMBDA算法,即对于如下目标函数式:

$$F(a) = \|\hat{a} - a\|_{Q_a}^2 + \min_{b \in \mathbb{R}^3} H(a, b) \quad (20)$$

采用寻找其上边界函数和下边界函数的方法进行“夹逼”搜索。即构造上边界函数 $F_2(a)$ 和 $F_1(a)$ 下边界函数使得:

$$F_1(a) \leq F(a) \leq F_2(a) \quad (21)$$

上边界函数和下边界函数的具体形式分别为:

$$F_1(a) = \|\hat{a} - a\|_{Q_a}^2 + \frac{\lambda_{\min}}{1 + \sigma_l^2 \lambda_{\min}} (l - \|\hat{b}(a)\|)^2 \quad (22)$$

$$F_2(a) = \|\hat{a} - a\|_{Q_a}^2 + \frac{\lambda_{\max}}{1 + \sigma_l^2 \lambda_{\max}} (l - \|\hat{b}(a)\|)^2 \quad (23)$$

式(21)与式(22)中: $\lambda_{\min}$ 和 $\lambda_{\max}$ 是 $Q_{\hat{b}(a)}^{-1}$ 的最小特征值和最大特征值,下边界的解空间为:

$$\Omega_1(\chi^2) = \{a \in \mathbb{Z}^n \mid F_1(a) \leq \chi^2\} \quad (24)$$

其上边界的解空间为:

$$\Omega_2(\chi^2) = \{a \in \mathbb{Z}^n \mid F_2(a) \leq \chi^2\} \quad (25)$$

则目标函数 $F(a)$ 的解空间为:

$$\Omega_2(\chi^2) \subset \Omega_F(\chi^2) \subset \Omega_1(\chi^2) \quad (26)$$

三者关系如图1所示。

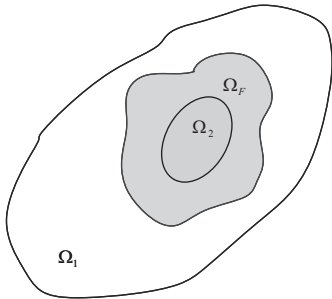


图1 解空间与上下边界函数空间的示意图

Fig.1 A sketch of solution space and upper and lower boundary function space

为了保证 $\Omega_F(\chi^2)$ 非空同时有没有多余的候选解,需要保证两点原则,由于 Ω_2 是 Ω_F 的子集:

$$\Omega_2(\chi^2) \subset \Omega_F(\chi^2) \quad (27)$$

首先必须使得 $\Omega_2(\chi^2)$ 空间有解,这样 $\Omega_F(\chi^2)$ 肯定有候选解。又由于:

$$\Omega_1(\chi^2) \subset \Omega_F(\chi^2) \quad (28)$$

所以必须使得 $\Omega_1(\chi^2)$ 空间足够小,以保证解的唯一性。实现上,首先选择一个合适大小的初始空间 χ_0^2 来保证 $\Omega_2(\chi^2)$ 的解空间非空,然后选择其内的一个解,重新计算搜索空间的大小,这样就能保证搜索空间是不断缩小的,直到空间内仅有一个解。注意到 χ^2 的缩小对这三个空间都有一致性,当 $\Omega_2(\chi^2)$ 的解空间中仅有一个解的时候, $\Omega_F(\chi^2)$ 的解可能会超过一个,通过适当收缩空间,使得需要枚举处理的候选值达到最少,最后在逐一计算其目标函数表达式,选择出使目标函数达到最小的解。

3.3 姿态解算

利用WCLAMBDA算法估计出正确的整周模糊度之后,即可以求得如下基线解:

$$\hat{b}(a) = (B^T B)^{-1} B^T (y - Aa) \quad (29)$$

将固定整周模糊度后得到的基线坐标在东北天坐标系下表示为:

$$\tilde{b} = (b_E \quad b_N \quad b_U)^T \quad (30)$$

航向角计算为:

$$\psi(b) = \arctan(b_E/b_N) \quad (31)$$

俯仰角计算为:

$$\theta(b) = \arctan\left(b_U / \sqrt{(b_N)^2 + (b_E)^2}\right) \quad (32)$$

4 实验测试

为了进一步验证GPS/BDS三频点定姿数学模型和精度,采用支持L1/L2/B1三频点的NovAtel OEM628板卡进行静态实验,天线采用Trimble公司研制的Trimble® Zephyr™ 2型全频点天线,构成的基线长度为0.993m,如图2所示。



图2 GPS/BDS三频静态试验的天线安装

Fig.2 Installation of GPS/BDS antenna for the triple frequency static test

此次观测时间持续800s, OEM628为1Hz数据输出, L1/L2/B1频点的载波相位测量精度分别为0.02/0.01/0.025周, 码测量噪声约为载波相位测量噪声的1000倍, 基线长度的标准差为5mm。整个过程中GPS的卫星分布轨迹如图3所示。BDS的卫星分布轨迹如图4所示。其中五角星代表GEO卫星, 其相对观测点的方位不随时间发生变化。

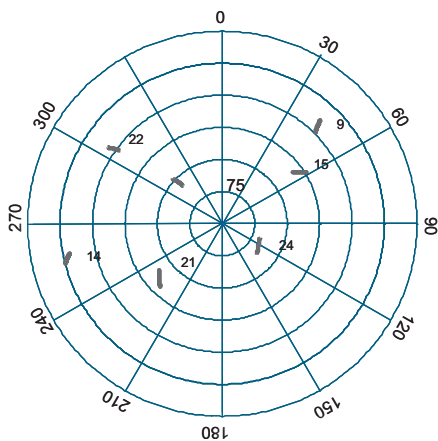


图3 三频静态试验的GPS卫星分布轨迹
Fig.3 The GPS satellite distribution track for the triple frequency static test

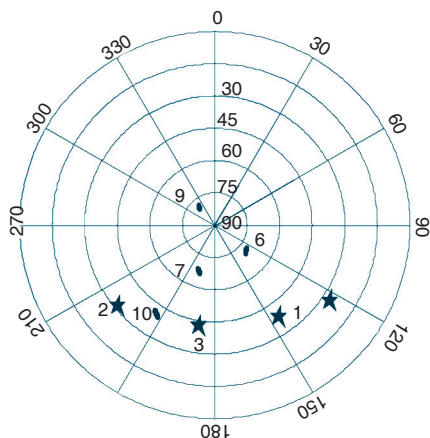


图4 三频静态试验的BDS卫星分布轨迹
Fig.4 The BDS satellite distribution track for the triple frequency static test

图5给出了B1单频观测的航向角解算结果以及其与L1/L2/B1三频解算结果的对比, 图6给出了B1单频观测的俯仰角解算结果以及其与L1/L2/B1三频解算结果的对比。通过对比分析, 可以发现三频观测的航向角和俯仰角均解算精度显著优于B1单频解算的结果, 统计表明, 其航向角精度可达 0.1° , 俯仰角精度可达 0.2° , 而B1观测的航向角精度和俯仰角精度分别为 0.36° 和 0.66° , 即L1/L2/B1三频观测可以将精度提高2倍左右。

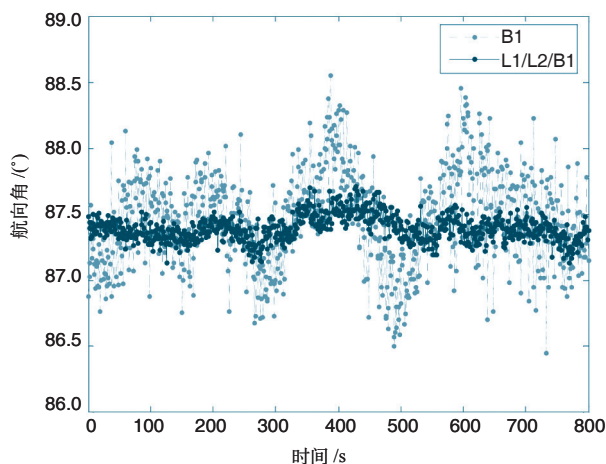


图5 L1/L2/B1三频静态试验的航向角解算结果
Fig.5 Heading angle solution for the L1/L2/B1 triple frequency static test

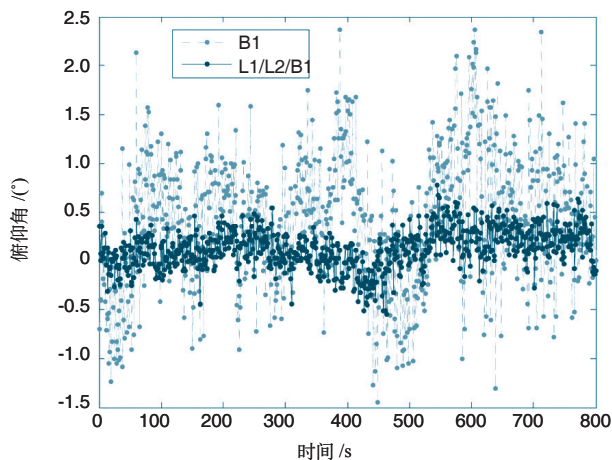


图6 L1/L2/B1三频静态试验的俯仰角解算结果
Fig.6 Elevation angle solution for the L1/L2/B1 triple frequency static test

5 结论

GNSS多频多模定姿具有高可靠性和高精度等显著优点, 本文研究了GPS/BDS双星座组合定姿的数学模型和整周模糊度估计方法, 并以L1/L2/B1三频联合解算为例, 给出了其基于加权基线长度的整周模糊度估计方法, 并通过OEM628实测数据验证了算法的有效性, 评估了三频定姿的精度。对比发现, L1/L2/B1三频联合定姿的航向角和俯仰角精度可达 0.1° , 比B1单频定姿要高2倍左右。

AST

参考文献

- [1] Buist P J. Multi-platform integrated positioning and attitude determination using GNSS [D]. Delft University of Technology, 2013.
- [2] Giorgi G, Teunissen P J G, Gourlay T P. Instantaneous global

- navigation satellite system (GNSS)-based attitude determination for maritime applications [J]. IEEE Journal of oceanic engineering, 2012, 37(3): 348-362.
- [3] Chang X W, Paige C C, Yin L. Code and carrier phase based short baseline GPS positioning: Computational aspects [J]. GPS Solutions, 2004, 7(4): 230 – 240.
- [4] Chen W, Qin H, Zhang Y, et al. Accuracy assessment of single and double difference models for the single epoch GPS compass[J]. Advances in Space Research, 2012, 49(4), 725-738.
- [5] Chen W, Li X. Success rate improvement of single epoch integer least-squares estimator for the GNSS attitude/short baseline applications with common clock scheme [J]. Acta Geodaetica et Geophysica, 2014, 49(3): 295-312.
- [6] Teunissen P J G. Integer least squares theory for the GNSS compass [J]. Journal of Geodesy, 2010, 84(7): 433-447.
- [7] Teunissen P J G. GNSS ambiguity resolution [J]. Journal of Geodesy, 2004, 78(1):235–244.
- [8] Park C, Teunissen P J G. Integer least squares with quadratic equality constraints and its application to GNSS attitude determination systems [J]. International Journal of Control, Automation, and Systems, 2009, 7(4):566-576.
- [9] Chen P, Shu L, Ding R, et al. Kinematic single-frequency relative positioning for LEO formation flying mission [J] GPS Solutions, 2015,19(3):525-535.
- [10] Chen W, Qin H. New method for single epoch, single frequency land vehicle attitude determination using low-end GPS receiver [J]. GPS Solutions, 2012, 16(3):329-338.

作者简介

陈万通(1986—) 男,博士,讲师。主要研究方向:GNSS定向定姿技术、GNSS相对定位技术、RTK技术。

Tel: 15002273255 E-mail: chenbnu@126.com

李小明(1986—) 男,硕士,高级工程师。主要研究方向:GNSS应用和RTK技术。 Tel: 13488685423

Research on the Single Epoch GPS/BDS Attitude Determination with Weighted Baseline Length Constraint

CHEN Wantong^{1,*}, LI Xiaoqiang²

1. School of Electronics and Information Engineering, Civil Aviation University of China, Tianjin 300300, China

2. School of Electronics and Information Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China

Abstract: Real-time dynamic attitude determination using GNSS signal is of great significance for the vehicles. The attitude determination algorithm utilizing multi-frequency multi-mode observation is the point for the current research. A new method combining GPS L1/L2 and BDS B1 was given in this paper and the integer ambiguity resolution can be achieved in single epoch, which is insensitive to cycle slips and has a higher reliability and accuracy than that of single frequency attitude determination. To deal with the difference of the antenna phase center for different frequency point, a scheme with weighted baseline length constraint was proposed, which shrinks the space of ambiguity search utilizing the upper and lower boundary functions. Thus, the efficiency of ambiguity resolution had been improved. At last, the assessment was achieved for the accuracy of attitude determination based on the actual data and the experiment demonstrates that the accuracy of heading can reach 0.1 degree/meter and the accuracy of elevation can reach 0.2 degree per meter for L1/L2/B1 triple-frequency observation and it is two times higher than that of the single frequency observation.

Key Words: GPS; BDS; attitude determination; LAMBDA; integer ambiguity

Received: 2015-09-19; **Revised:** 2015-11-10; **Accepted:** 2015-11-17

Foundation item: Natural Science Foundation of China (61401468) ; Fundamental Research Funds for Central Universities (3122014D004); Scientific Research Fund of Civil Aviation University of China(2013QD27X)

*Corresponding author. Tel. : 15002273255 E-mail: chenbnu@126.com