基于概率假设密度滤波器的多目标跟踪方法*

The Algorithm of Multiple Targets Tracking Based on Probability Hypothesis Density Filter

胡士强　王洋　张洪建／上海交通大学航空航天学院

摘　要：在总结分析现有多目标跟踪方法的基础上，重点阐述了一种新的基于概率假设密度的多目标滤波跟踪方法，利用带有新生目标检测功能的概率假设密度滤波方法，通过仿真算例，与传统的MHT方法和GM–PHD方法进行了跟踪性能对比，说明了概率假设密度滤波器在强杂波和新生目标未知情况下的优越性。

Abstract: Based on summarizing the methods of multiple targets tracking, a novel probability hypothesis density filter algorithm is proposed. Simulation results demonstrate that the proposed tracker can adaptively and efficiently track multiple targets especially in scenarios with birth targets of unknown position, which the MHT and GM-PHD filter are unable to do on their own

关键词：多目标跟踪；数据关联；概率假设密度

Keywords: multiple targets tracking；data association；probability hypothesis density

0 引言

多目标跟踪(MTT)技术在军事和民用领域都有着十分广泛的应用[1−3]。机载雷达作为航空器获取环境信息、目标信息、保证飞行所需信息的耳目与神经系统，正在逐步趋于综合化并与航空器融为一体，成为战场信息网的一个节点。而机载MTT则是其获取多目标状态信息的关键技术之一。多目标跟踪算法是MTT系统的核心和难点。传统的多目标跟踪算法基于“量测－航迹”数据关联技术，把多目标跟踪问题“解耦”成多个单目标跟踪问题加以解决[1]，其中典型的方法有全局最近邻(GNN)方法[4,5]、联合概率数据关联(Joint Probability Density Association, JPDA)方法[6,7]、多假设跟踪(Multiple Hypothesis Tracking, MHT)[8,9]方法和多维分配方法(S–D)[10]等。在检测与跟踪弱小目标时，MTT系统常用检测前跟踪(Tracking Before Detection, TBD)[11]方法避免恒虚警检测带来的信噪比损失。这些方法在较为简单的跟踪场景中，可以取得较好的跟踪效果。但随着现代武器隐身技术的发展和电子干扰的增强，MTT系统面对的是越来越复杂的跟踪环境。例如，场景中含有密集杂波，目标数目不确定，目标交叉、新生、分裂、合并等；此时量测集的精确划分必然异常复杂甚至于难以解决，数据关联过程可能难以进行下去。因此迫切需要研究新的理论和方法解决这种问题。

1 多目标跟踪方法评述

MTT技术是一个非常复杂的问题。它包括多方面的内容，如点迹录取(完成对目标回波的测量和预处理)、航迹起始(如何从点迹建立航迹)、数据关联(完成点迹与航迹的配对)、跟踪维持或跟踪算法(完成对被跟踪目标的滤波和预测)、航迹消除(终止不需要或不能继续跟踪的航迹)、性能评估等，其中数据关联是MTT技术中最重要的问题。下面就MTT技术中的数据关联问题进行简要的分析与论述。

1.1 全局最近邻方法 (GNN)

全局最近邻 (GNN) 数据关联算法是最简单的一种多目标数据关联算法。该方法基于以下约束条件寻求唯一的量测—航迹配对：

1）每个航迹至多由一个量测来

* 基金项目：航空科学基金(20009ZC57003)资助。

更新。

2）每一个量测能够用于更新至多一个航迹。GNN分配通常由最小化代价函数(全局统计距离)或最大化似然函数得到。该方法具有计算量小和不依赖杂波模型的优点，在实际跟踪系统中获得广泛的应用，但GNN算法仅适用于简单航迹、稀疏杂波的场景。

GNN与最近邻 (NN)方法不同，GNN考虑的是全部量测与航迹间在上述约束下的配对；而NN方法仅是寻找与某一航迹距离最近的量测并与之配对。因此，一个量测有可能与多于一个航迹最近，并与其配对，从而会引起航迹的合并。这也被称为二维分配算法。

1.2 多假设跟踪方法 (MHT)

多假设跟踪算法是一种延迟决策逻辑算法[8]，它本质上是一个最大后验估计器。在MHT中，当量测和航迹关联存在冲突时会形成不同的关联假设。MHT依赖于生成假设的不同，形成了两种实现形式：面向假设的MHT方法和面向航迹的MHT方法。所谓假设是指一组相容 (即不冲突) 的航迹集合。

MHT方法主要包括跟踪门、假设生成、假设管理、航迹更新和航迹输出等部分，其中假设形成和假设管理是两个重要环节。MHT方法在高杂波密度环境下有较好的数据关联效果，但该算法的计算量随着问题的规模呈指数增加；另外，MHT方法过多地依赖于目标和杂波的先验知识，如已进入跟踪门的目标数、虚警数、新目标数、虚假目标密度以及被检测目标密度等。这些缺点都限制了该方法在实际跟踪系统中的运用。

1.3 联合概率数据关联(JPDA) 方法

联合概率数据关联 (JPDA) [6–7]算法是处理多目标数据关联问题的有效方法。该算法不同于最近邻以及多假设滤波算法，而是一种面向航迹的全邻数据关联方法，即使用全部有效量测更新目标状态。在实现上，JPDA没有航迹起始机制，仅能关联给定数目和起始航迹的目标；另外，当跟踪的目标相距很近且与航迹交叉时，JPDA可能会出现航迹“合并”的问题；JPDA方法主要包括确认矩阵的拆分、计算联合事件和关联事件的概率，由关联概率作为加权系数计算等价量测，由等价量测进行目标航迹的状态更新。

1.4 概率多假设跟踪方法 (PMHT)

概率多假设跟踪 (Probabilistic Multiple Hypothesis Tracker，PMHT) [12]方法是一种批处理模式的贝叶斯数据关联与跟踪算法。它与MHT处理方式不同，PHMT是一种软关联的方法，它放弃了硬关联中一个目标只能产生一个观测的假设，而是从概率的角度考虑这种数据关联问题。在PMHT算法中，一个量测并不被分配给一个特定的目标，而是分配给所有的目标。它定义了一个分配向量以表征这种分配，其中每个元素表示一个分配假设。其主要缺点是对初始化参数敏感，其估计方差的形状不可变化，这使算法在估计时缺乏自适应的能力，容易丢失目标。在大多数情况下，PMHT算法跟踪杂波中单个目标的丢失率仍高于PDA滤波器。但在一些特殊情况下，修正PMHT的跟踪效果要好于JPDA。

1.5 多维分配 (S–D) 方法

Poore和Deb[10]指出多目标多帧间的数据关联问题可以表示为多维分配问题，即把不同帧量测数据中的源于同一目标的量测关联起来，从而得到对目标的状态估计。该方法适用于航迹起始与航迹保持。多维分配问题的解即为量测组合的集合，每一条量测组合可以形成一条航迹。当N>3时上述最优化问题是NP—难问题。目前常用的解法是拉格朗日松弛算法。该算法通过拉格朗日算子把S–D问题的约束条件“松弛”，使其被包括到另一个低维 (S–1维)问题进行求解，即把S维问题变化为S–1维问题求解；如此进行下去，直至变为二维问题。而二维整数规划问题即是线性规划问题，可以在多项式时间步骤内求解。

1.6 多目标跟踪与数据关联评述

对于多目标跟踪问题的认识，一些学者开始考虑数据关联和多目标跟踪问题间的关系，数据关联问题是在多目标跟踪过程中不可缺少，或是由于人们直观处理问题所引进的一个复杂的问题。近些年来，随着序贯蒙特–卡洛Monte Carlo方法的应用和概率假设密度函数滤波器(Probability Hypothesis Density，PHD)的出现，基于高斯混合PHD(GM–PHD)滤波器能够有效处理多目标跟踪方法上存在的计算问题，使得更多的PHD多目标跟踪方法研究者更容易接受和实现这项技术。基于有限集统计学(Finite–Set Statistics，FISST)的多目标跟踪方法代表着目标跟踪发展的方向。这种方法成功地规避了数据关联所带来的困难和麻烦。多方面研究表明，这种方法将很快运用到工程实际中，被用于处理传统目标跟踪方法所不能有效处理的问题[13]。

从已经发表的文献看，国内从事这方面研究的学者较少。而这项技术必将在复杂环境下的多目标跟踪问题上取得重要进展。

2 概率假设密度滤波器

基于有限随机集的多目标跟踪算法是一种由量测直接估计多目标状态的方法。在多目标的随机集描述中，各个目标的状态被看作是一个集值状态，

各量测被看作是一个集值量测。多目标估计问题可以描述为如下递推形式的贝叶斯滤波器

$$p_{k|k-1}(X_k \mid Z_{1:k-1}) = \int f_{k|k-1}(X_k \mid X) p_{k-1}(X \mid Z_{1:k-1}) \mu_s(dX) \tag{1}$$

$$p_k(X_k \mid Z_{1:k}) = \frac{g_k(Z_k \mid X_k) p_{k|k-1}(X_k \mid Z_{1:k-1})}{\int g_k(Z_k \mid X) p_{k|k-1}(X_k \mid Z_{1:k-1}) \mu_s(dX)} \tag{2}$$

上面两式中的X_k和Z_k等均是随机集合，而不是随机变量，因此与传统的单目标贝叶斯滤波器是不同的。由以上两式可以看出，多目标贝叶斯滤波器避免了量测与目标间的数据关联计算。

多目标贝叶斯滤波器的目的是要得到多目标状态集合的后验分布。但是这种最优多目标贝叶斯递推滤波器传播的多目标后验分布，包含了在空间$F(X)$上的无穷维积分，因此在计算上难以实现。为了解决这一问题，Mahler 提出了只传播多目标后验分布一阶矩的概率假设密度（PHD）滤波器[14]。PHD递推滤波器传播的是状态随机集基数的均值，它可以有效估计泊松分布的状态随机集基数分布。因为泊松分布的均值与方差是相等的。因此当目标数目多时，PHD估计的目标基数有很大的方差。为了解决这一问题，Mahler提出了带有基数分布的PHD滤波器，即CPHD滤波器[15]。CPHD滤波器同时传播随机集的强度函数 (即PHD) 和基数分布。CPHD滤波器的递推公式如下

预测

$$p_{k|k-1}(n) = \sum_{j=0}^{n} p_{\Gamma,k}(n-j) \prod\nolimits_{k|k-1}[v_{k-1}, p_{k-1}](j) \tag{3}$$

$$v_{k|k-1}(x) = \int p_{S,k}(\zeta) f_{k|k-1}(x \mid \zeta) v_{k-1}(\zeta) d\zeta + \gamma_k(x) \tag{4}$$

其中

$$\prod\nolimits_{k|k-1}[v,p](j) = \sum_{\ell=j}^{\infty} C_j^{\ell} \frac{\langle p_{S,k}, v\rangle^j \langle 1-p_{S,k}, v\rangle^{\ell-j}}{\langle 1,v\rangle \ell} p(\ell) \tag{5}$$

更新

$$p_k(n) = \frac{\Upsilon_k^0[v_{k|k-1}, Z_k](n) p_{k|k-1}(n)}{\left\langle \Upsilon_k^0[v_{k|k-1}, Z_k](n), p_{k|k-1}(n) \right\rangle} \tag{6}$$

$$\begin{aligned} v_k(n) = {} & \frac{\left\langle \Upsilon_k^1[v_{k|k-1}, Z_k], p_{k|k-1} \right\rangle}{\left\langle \Upsilon_k^0[v_{k|k-1}, Z_k], p_{k|k-1} \right\rangle} \left[1 - p_{D,k}(x)\right] v_{k|k-1}(x) \\ & + \sum_{z \in Z_k} \frac{\left\langle \Upsilon_k^1[v_{k|k-1}, Z_k \setminus \{z\}], p_{k|k-1} \right\rangle}{\left\langle \Upsilon_k^0[v_{k|k-1}, Z_k], p_{k|k-1} \right\rangle} \times \psi_{k,z}(x) v_{k|k-1}(x) \end{aligned} \tag{7}$$

其中

$$\begin{aligned} \Upsilon_k^u[v,Z](n) = {} & \sum_{j=0}^{\min(|Z|,n)} (|Z|-j) p_{K,k}(|Z|-j) P_{j+u}^n \\ & \times \frac{\langle 1-p_{D,k}, v\rangle^{n-(j+u)}}{\langle 1,v\rangle^n} e_j\left(\Xi_k(v,Z)\right) \end{aligned} \tag{8}$$

$$\Xi_k(v,Z) = \left\{ \langle v, \psi_{k,z} \rangle : z \in Z \right\} \tag{9}$$

$$\psi_{k,z}(x) = \frac{\langle 1, \kappa_k \rangle}{\kappa_k(z)} g_k(z \mid x) p_{D,k}(x) \tag{10}$$

可以看出，在CPHD递推过程中，强度函数和基数分布是交互作用的，因此CPHD递推滤波远比PHD递推滤波复杂。但由此CPHD可以得到更准确的多目标基数和状态估计。

3 基于新生目标检测的概率假设滤波器的多目标跟踪方法

3.1 方法流程图

采用航迹起始技术进行新生目标的检测，对于每一时刻接收到的每一个新量测，均作为新的假设目标看待，由其产生一个新的假设航迹。然后由序列似然比测试方法进行航迹的起始与确认。在多目标跟踪中一旦有新生目标被检测出来，则由其位置信息构建新生目标的随机集强度函数，然后由此改进的强度函数作为PHD和CPHD滤波器的起始条件，以起始该滤波器。该方法的流程图如图1所示。

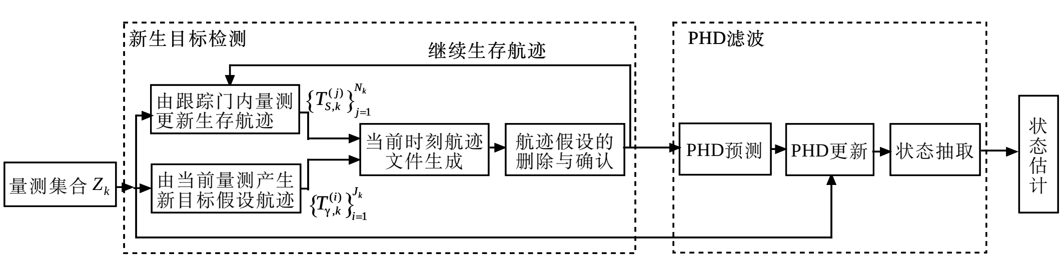

图1 带有新目标检测的PHD滤波器流程图

3.2 算法步骤

假设已知k时刻的量测为$Z_k=\{z_{k,i}\}_{i=1}^{M_k}$，$k-1$ ，时刻生存下来的航迹假设为$\{T_{k-1,j}\}_{j=1}^{N_{k-1}}$。则该方法的实现步骤详述如下。

步骤1：更新生存航迹。

a 选取有效量测。跟踪门是跟踪空间中的一个子空间，其中心位于被跟踪目标的一步预测位置。选取与该预测位置距离范数小于跟踪门限的量测作为有效量测。跟踪门限大小是根据量测落入跟踪门的概率大小来进行预先计算的。

假设对于任一生存航迹$T_{S,k-1}^{(j)}$，其状态是$\hat{x}_j(k-1|k-1)$。则其有效量测由下式选取

$$\{z_{k,i}:\nu_i{}'(k)S_i^{-1}(k)\nu_i(k)\leqslant\gamma\}\qquad i=1,\cdots,M_k \tag{11}$$

其中$z_{k,i}$是第k时刻的量测，$_i(k|k-1)$ 是第k时刻的预测量测，$\nu_i(k)=z_{k,i}-\hat{z}_i(k|k-1)$ 是新息，$S(k)$是新息方差，γ是跟踪门限。

b 生存航迹假设更新。由卡尔曼滤波器根据有效量测对前一时刻的生存航迹假设进行更新，从而形成当前时刻的生存航迹假设。

假设落入生存航迹假设$T_{S,k-1}^{(j)}$的跟踪门限内的量测为$\{z_{k,j}^i\}_{i=1}^{n_j}$，则由航迹假设$T_{S,k-1}^{(j)}$扩展出的当前时刻生存航迹假设$\{T_{S,k}^{(j)_i}\}_{i=1}^{n_j}$ 可以由卡尔曼滤波器得到：

$$\hat{x}_j^i(k|k)=x_j^i(k|k-1)+W_j^i(k)\nu_j^i(k),\quad i=1,\cdots,n_j \tag{12}$$

其中$_j^i(k|k-1)+$'是航迹假设$T_{S,k-1}^{(j)}$的状态预测，$W_j^i(k)$是第i个滤波器的增益。

于是可以得到当前时刻生存航迹假设为

$$\{T_{S,k}^{(j)}\}_{j=1}^{N_k}=\bigcup_{j=1}^{N_{k-1}}\{T_{S,k}^{(j)_i}\}_{i=1}^{n_j} \tag{13}$$

步骤2：生成当前时刻新生假设航迹

设$k-1$时刻的量测为 $\{z_{k-1,i}\}_{i=1}^{M_{k-1}}$，时刻接收的量测为$\{z_{k,i}\}_{i=1}^{M_k}$，则当前时刻新生航迹$\{T_{\gamma,k}^{(i)}\}_{i=1}^{J_k}$由两点差分法得到：

$$\begin{bmatrix}x_i\\ y_i\end{bmatrix}_k=\begin{bmatrix}z_{k,i}(1)\\ z_{k,i}(2)\end{bmatrix} \tag{14}$$

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_{i,j}\\ \dot{y}_{i,j}\end{bmatrix}_k=\begin{bmatrix}(z_{k,i}(1)-z_{k-1,j}(1))/T\\ (z_{k,i}(2)-z_{k-1,j}(2))/T\end{bmatrix} \tag{15}$$

$i=1,\cdots,M_k$，$j=1,\cdots,M_{k-1}$

$$P=\begin{bmatrix}\Delta & 0\\ 0 & \Delta\end{bmatrix},\ \Delta=\begin{bmatrix}R & R/T\\ R/T & 2R/T^2\end{bmatrix} \tag{16}$$

其中，T是量测采样周期，是量测噪声方差。

步骤3：生成当前时刻假设航迹文件。当前时刻假设航迹由下式生成

$$\{T_k^{(i)}\}_{i=1}^{n_k}=\{T_{S,k}^{(j)}\}_{j=1}^{N_k}\bigcup\{T_{\gamma,k}^{(i)}\}_{i=1}^{J_k} \tag{17}$$

其中$\{T_{S,k}^{(j)}\}_{j=1}^{N_k}$是当前时刻的生存航迹假设，$\{T_{\gamma,k}^{(i)}\}_{i=1}^{J_k}$是当前时刻新生航迹，$n_k=N_k+J_k$是当前时刻全部航迹假设数目。

步骤4：假设航迹的删除与合并

1) 由SPRT进行航迹的删除

a. 计算当前时刻航迹j的价值$L_j(k)$

航迹价值是航迹的量测序列似然比的对数值，量测序列似然比是指航迹存在条件下得到量测的概率与全部量测为杂波的概率比。

$$L_j(k)=L_j(k-1)+\Delta L_j(k)\qquad j=1,\cdots,n_k \tag{18}$$

其中

$$\Delta L_j(k)=\begin{cases}\ln[1-p_D]; & k\text{时刻没有航迹修正}\\ \Delta L^{K_j}+\Delta L^S; & k\text{时刻有航迹修正}\end{cases} \tag{19}$$

$$\Delta L^{K_j}=\ln\left(\frac{V_c}{\sqrt{|S_j|}}\right)-\frac{M\ln(2\pi)+d_j^2}{2},\ \Delta L^S=\ln\left(\frac{p_D}{p_{FA}}\right)+\ln\left[\frac{p(y_s|H_1)}{p(y_s|H_0)}\right];$$

这里M是量测的维数，$|S_j|$是新息方差S_j的行列式值。在量测数据仅为信号幅值的情况下有$\Delta L^s=\ln\left(\frac{p_D}{p_{FA}}\right)$。

b. 航迹j的似然比测试进行航迹删除

$$\begin{array}{ll}L_j(k)\geqslant T_2; & \text{初步确认航迹 } j\\ T_1<L_j(k)<T_2; & \text{继续测试}\\ L_j(k)\leqslant T_1; & \text{删除航迹 } j\end{array} \tag{20}$$

门限 T_2与T_1由下式确定

$$T_2=\ln\left[\frac{1-\beta}{\alpha}\right],\quad T_1=\ln\left[\frac{\beta}{1-\alpha}\right] \tag{21}$$

其中α和β是预先指定的允许错误决策概率。

2) 对相似假设航迹进行合并

a． 计算航迹T_i和T_j的相似性。设两个航迹的状态分别为$X_{k|k}^i$和$X_{k|k}^j$，则可以用以下统计量进行检验，若其小于某一给定门限值则判定航迹T_i和T_j相似：

$$R^2=(\hat{X}_{k|k}^i-\hat{X}_{k|k}^j)'(P_{k|k}^i+P_{k|k}^j-P_{k|k}^{ij}-P_{k|k}^{ji})^{-1}(\hat{X}_{k|k}^i-\hat{X}_{k|k}^j) \tag{22}$$

其中，$P_{k|k}^{ij}\triangleq E\{(X_{k|k}^i-X_k)(X_{k|k}^j-X_k)'\}=E\{\tilde{X}_{k|k}^i\tilde{X}_{k|k}^{j\prime}\}=P_{k|k}^{ji\prime}$是两个估计误差的互协方差。估计误差的互协方差可由下式计算：

$$P_{k|k}^{ij}=(I-K_k^iH_k^i)F_{k-1}P_{k-1|k-1}^{ij}F_{k-1}{}'(I-K_k^jH_k^j)'+(I-K_k^iH_k^i)Q_{k-1}(I-K_k^jH_k^j)' \tag{23}$$

上式中的参量可以由卡尔曼滤波公式计算得到。

b. 航迹合并。若航迹T_i和T_j相似，则删除其中价值小的一个航迹。

步骤5：判断是否有新目标，即是否有航迹被确认。

如果一条初步确认的假设航迹包含连续5帧量测数据，则该航迹假设即被确认为一条新生航迹，于是宣布检测到一个新生目标。此时由确认航迹的第一个点的量测数据构建新生目标的起始强度函数。

步骤6：构造新生目标的强度函数。

由k时刻检测得到的新生目标的状态信息构造高斯混合形式的强度函数$\sum_{j=1}^{\hat{J}_{\gamma,k}}\hat{w}_{\gamma,k}^jN(x;m_{\gamma,k}^j,\hat{P}_{\gamma,k}^j)$，然后与已知起始位置的新生目标强度函数一起构成新生目标强度函数$\gamma_k(x)$：

$$\gamma_k(x)=\sum_{i=1}^{J_{\gamma,k}}w_{\gamma,k}^iN(x;m_{\gamma,k}^i,P_{\gamma,k}^i)+\sum_{j=1}^{\hat{J}_{\gamma,k}}\hat{w}_{\gamma,k}^jN(x;\hat{m}_{\gamma,k}^j,\hat{P}_{\gamma,k}^j) \tag{24}$$

其中，$m_{\gamma,k}^i$、$P_{\gamma,k}^i$、$w_{\gamma,k}^i$分别是事先给定起始位置新生目标的位置中心向量、方差阵和每个目标的加权系数；$\hat{m}_{\gamma,k}^j$，$\hat{P}_{\gamma,k}^j$，$\hat{w}_{\gamma,k}^j$分别是检测到的新生目标的位置中心向量、方差阵和每个目标的加权系数。

步骤7：运行GM−CPHD滤波器，以下是GM−CPHD滤波器的实现步骤。

设$k-1$时刻状态后验强度函数由J_{k-1}个高斯元组成，则k时刻的高斯混合强度函数和基数分布的递推过程为：

1) 预测

a. 对新产生目标进行预测，包括对已知起始位置的新生目标与检测得到的未知位置新生目标进行预测。

设k时刻位置给定的新产生目标个数为$J_{\gamma,k}$，则对于$J=1,\cdots,J_{\gamma,k}$，有$\omega_{k|k-1}^{(j)}=\omega_{\gamma,k}^{(j)}$，$m_{k|k-1}^{(j)}=m_{\gamma,k}^{(j)}$，$P_{k|k-1}^{(j)}=P_{\gamma,k}^{(j)}$，其中，$\omega_{\gamma,k}^{(j)}$，$m_{\gamma,k}^{(j)}$，$P_{\gamma,k}^{(j)}$分别为$k$时刻新生目标高斯元的权值、状态期望及协方差；

设k时刻检测得到的位置未知的新目标个数为$\hat{J}_{\gamma,k}$，则对于$j=J_{\gamma,k}+1,\cdots,J_{\gamma,k}+\hat{J}_{\gamma,k}$有$\omega_{k|k-1}^{(j)}=\hat{\omega}_{\gamma,k}^{(j-J_{\gamma,k})}$，$m_{k|k-1}^{(j)}=\hat{m}_{\gamma,k}^{(j-J_{\gamma,k})}$，$P_{k|k-1}^{(j)}=\hat{P}_{\gamma,k}^{(j-J_{\gamma,k})}$，其中$\hat{\omega}_{\gamma,k}^{(j)}$，$\hat{m}_{\gamma,k}^{(j)}$，$\hat{P}_{\gamma,k}^{(j)}$分别为检测得到的位置未知的新生目标高斯元的权值、状态期望及协方差。

b. 对继续存在目标进行预测计算

设目标生存概率为p_s，则对$j=1,\cdots,J_{\gamma,k}$，按照以下公式更新权值、均值及协方差：

$$\omega_{k|k-1}^{(j)}=p_S\omega_{k-1}^{(j)},\quad m_{k|k-1}^{(j)}=F_{k-1}m_{k-1}^{(j)},\quad P_{k|k-1}^{(j)}=Q_{k-1}^{(j)}+F_{k-1}P_{k-1}^{(j)}(F_{k-1})^T。$$

最后得到的预测高斯元是上面得到的新生高斯元和继续生存高斯元的和。设该高斯元数目为$J_{k|k-1}$。

c. 对基数分布进行预测

取$N_{\max}$个单元值近似预测基数分布，按下式计算每一个单元的预测基数密度值$p_{k|k-1}(n)$。

$$p_{k|k-1}(n)=\sum_{j=0}^{n}p_{\Gamma,k-1}(n-j)\sum_{l=j}^{N_{\max}}C_j^lp_{k-1}(l)p_{S,k-1}^j(1-p_{S,k-1})^{l-j},\quad n=1,\dots,N_{\max}$$

其中，$C_j^l=\dfrac{l!}{j!(l-j)!}$是组合系数，$P_{k-1}(l)$是$k-1$时刻$l$单元的基数密度值，$P_{\Gamma,k-1}$是已知的杂波基数分布，$P_{S,k-1}$是目标生存概率。

2) 更新

a. 对基数分布进行更新。按下式计算k时刻每一个单元的后验基数$p_k(n)$

$$p_k(n)=\frac{\Psi_k^0[w_{k|k-1},Z_k](n)p_{k|k-1}(n)}{\left\langle\Psi_k^0[w_{k|k-1},Z_k](n),p_{k|k-1}(n)\right\rangle},\quad n=1,\dots,N_{\max}$$

其中，$p_{k|k-1}(n)$是上一步得到的预测基数密度值。

b. 对代表强度函数的高斯元进行更新，更新包括两项：一是当量测失检时对预测高斯元的更新，二是由得到的量测Z_k更新预测高斯元。

量测失检时的高斯元更新：对$j=1,\cdots,J_{k|k-1}$，有

$$w_{k|}^{(j)}=\frac{\Psi_k^1[w_{k|k-1},Z_k](n)p_{k|k-1}(n)}{\left\langle\Psi_k^0[w_{k|k-1},Z_k](n),p_{k|k-1}(n)\right\rangle}(1-p_D)w_{k|k-1}^{(j)},$$

$$m_k^{(j)}=m_{k|k-1}^{(j)},\quad P_k^{(j)}=P_{k|k-1}^{(j)}$$

量测Z_k对高斯元的更新，对每一个$z\in Z_k$

$$w_k^{(j)}(z)=p_{D,k}w_{k|k-1}^{(j)}q_k^{(j)}(z)\times\frac{\left\langle\Psi_k^1[w_{k|k-1},Z_k\setminus\{z\}](n),p_{k|k-1}(n)\right\rangle}{\left\langle\Psi_k^0[w_{k|k-1},Z_k](n),p_{k|k-1}(n)\right\rangle}\frac{\langle 1,\kappa_k\rangle}{\kappa_k(z)},$$

$$m_k^{(j)}(z)=m_{k|k-1}^{(j)}+K_k^{(j)}(z-\eta_{k|k-1}^{(j)}),\quad P_k^{(j)}=\left[I-K_k^{(j)}H_k\right]P_{k|k-1}^{(j)}。$$

目标数目的估计$\hat{N}_k$由后验基数分布$p_k(n)$的极大后验估计(MAP)得到；根据估计出的目标数目$\hat{N}_k$，从后验强度函数v_k的高斯元中，抽取权值最大的$\hat{N}_k$个高斯元作为目标估计的状态随机集。

3.3 实验结果与分析

1) 多目标模型

a. 状态模型

目标的状态取为 $x_k=[p_x,p_y,\dot{p}_x,\dot{p}_y,\omega]'$，其中，$p_x$、$p_y$表示目标在$x$和$y$方向上的位置坐标，$\dot{p}_x$、$\dot{p}_y$表示目标在$x$和$y$方向上的速度，$\omega$是转弯速率。目标的状态模型选取非线性渐近转弯模型：

$$x_k=F(\omega_{k-1})x_{k-1}+Gv_{k-1} \tag{25}$$

其中，

$$F(\omega)=\begin{bmatrix} 1 & 0 & \dfrac{\sin\omega T}{\omega} & -\dfrac{1-\cos\omega T}{\omega} & 0 \\ 0 & 1 & \dfrac{1-\cos\omega T}{\omega} & \dfrac{\sin\omega T}{\omega} & 0 \\ 0 & 0 & \cos\omega T & -\sin\omega T & 0 \\ 0 & 0 & \sin\omega T & \cos\omega T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{26}$$

$$G=\begin{bmatrix} \dfrac{T^2}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{T^2}{2} & 0 \\ T & 0 & 0 \\ 0 & T & 0 \\ 0 & 0 & T \end{bmatrix} \tag{27}$$

T为采样周期，$T=1\mathrm{s}$，$v_k:N(\cdot;0,\sigma_v^2 I_2)$标准差$\sigma_v$=15m/s^2。

b. 量测模型

$$z_k=Hx_k+w_k \tag{28}$$

其中，$H=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$，量测噪声方差是$R=\sigma_v^2 I_2$，这里标准差$\sigma_v$=30m。

2）多目标跟踪初始条件

本试验为二维多目标跟踪场景，监视区域内有七个目标。新产生目标服从泊松分布。为了与原始PHD滤波器进行比较，设置三个目标起始位置已知，其出现服从泊松分布，强度为

$\gamma_k(x)=\sum_{i=1}^{3}w_\gamma N(x;m_\gamma^i,P_\gamma)$，其中$w_\gamma=0.03$，

$m_\gamma^1=[1000\quad 0\quad 2000\quad 0\quad 0]'$，$m_\gamma^2=[8000\quad 0\quad 8500\quad 0\quad 0]'$，

$m_\gamma^3=[3500\quad 0\quad 2500\quad 0\quad 0]'$，$P$=diag([50 10 50 10 0.1]')。

其余四个目标起始位置未知。雷达位于坐标原点。目标的生存概率为0.99。假设目标飞行过程中没有目标的分裂。杂波服从泊松过程模型，强度为$K_k(z)=\lambda_c Vu(z)$，其中$u(\cdot)$是在区域内服从均匀分布的密度函数，$V=1\times10^8\mathrm{m}^2$是监视区域体积，$\lambda_c=3\times10^{-7}\mathrm{m}^{-2}$是单位体积内的平均杂波数目（即区域内平均每帧有30个杂波）。

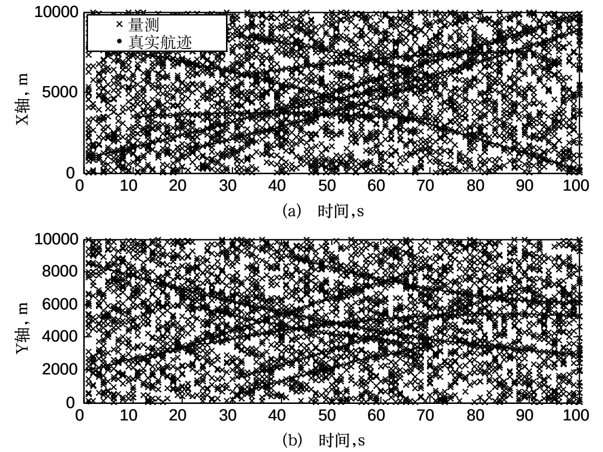

图2 含有杂波的量测

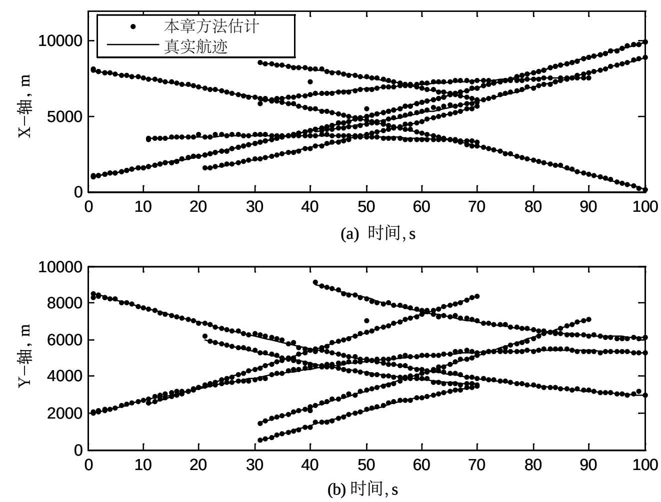

图3 本文提出算法在x方向和y方向上对时间的位置估计

3）实验结果与分析

在本例实验中，GM-CPHD 滤波器的参数设置为每一步的删除门限为$T=10^{-5}$，合并门限为U=4m，最多使用$J_{\max}$=100个高斯元，取近似表示基数分布的最大单元数为$N_{\max}$=150。

图2显示的是x和y方向上含有杂波的真实量测。图3是本文方法在x和y方向上对时间的位置估计结果。从图3可以看出，本文方法不仅可以准确估计出三个已知起始位置的新生目标，而且可以准确估计出四个未知起始位置的新生目标。图4给出的是由 GM-CPHD滤波器估计同一多目标场景的结果。可以看出，GM-CPHD滤波器仅能准确估计出三个已

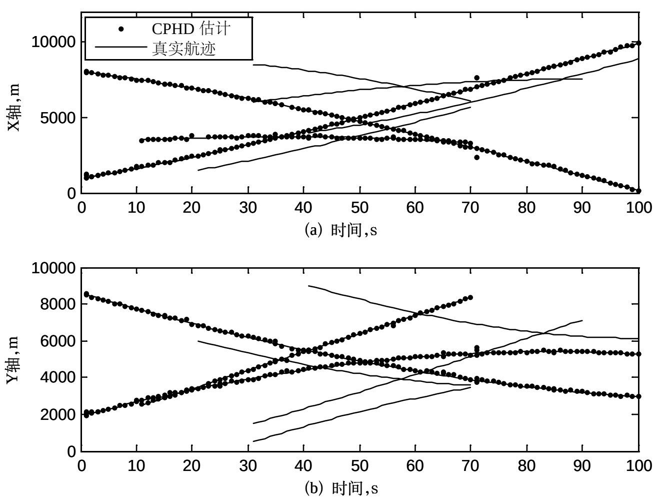

图4　GM-CPHD滤波器在*x*方向和*y*方向上对时间的位置估计

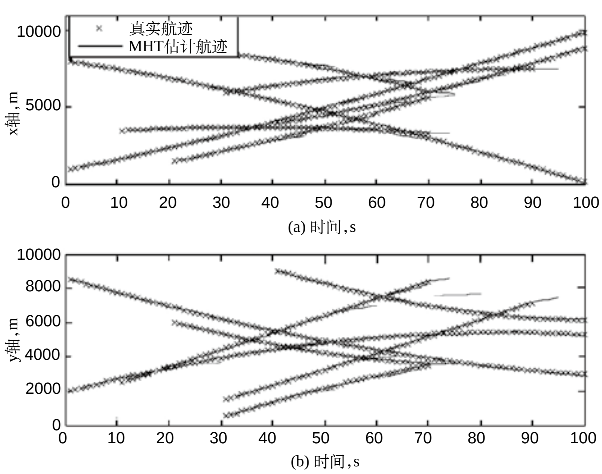

图5　MHT滤波器在*x*-和*y*-方向上对时间的位置估计

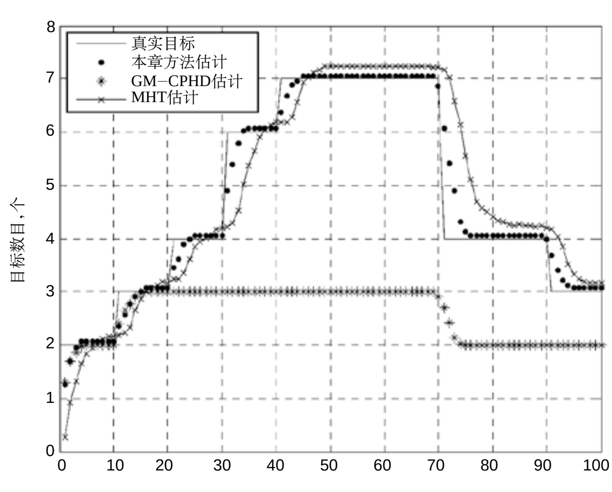

图6　本文方法、GM-CPHD滤波器和MHT滤波器的100次蒙特卡罗目标数目估计图

知起始位置的新生目标，而不能估计出四个未知起始位置的新生目标。这是由于GM-CPHD滤波器不具有起始位置未知新目标能力决定的。图5是MHT方法的跟踪结果。由于MHT方法具有起始新目标机制，可以看出MHT方法也可以跟踪未知起始位置的新生目标。但从图5可以看出，MHT方法的跟踪结果比本文方法出现了较多的虚假航迹。这是由于MHT滤波器性能非常依赖于其实施过程中的门限、假设形成和删除等特殊技巧，如要提高其跟踪性能必须增加很多的存储。图6给出了真实目标数目，本文方法、GM-CPHD滤波器和MHT方法估计的目标数目100次Monte　Carlo(MC)平均比较图。可以看出，本文方法给出了最好的目标数目估计结果，GM-CPHD滤波器仅能给出三个已知起始位置目标的数目估计，本文方法和MHT方法均可给出准确的目标数目估计，但从图6可以看出，MHT方法对于目标消失时的响应较慢，这是由于MHT方法缺少目标死亡机制的原因，只有当消失目标的似然函数低于航迹删除门限时，MHT才会从其航迹文件中删除该死亡航迹。

本文采用评估各多目标算法的性能。图7给出了本文方法、GM-CPHD　滤波器和MHT方法的100次MonteCarlo平均Wasserstein距离的比较图。从图7可以看出，从20到100时间步内，GM-CPHD滤波器的Wasserstein距离远大于本文方法，这是由于GM-CPHD　滤波器在这段时间内给出了错误的目标数目估计。此外可以看出，在整个跟踪过程内MHT方法的平均Wasserstein距离均大于本文方法，这说明了本文方法比MHT方法具有更准确的目标状态与目标数目估计。

4 结论

因此，本文具有自动检测位置未知新生目标的功能，能够准确估计出含有未知位置的多目标复杂场景中的多目标状态与数目，且运算复杂度适中，远小于MHT方法。本文方法可以有效应用于各种复杂多目标跟踪场景，具有较强的鲁棒性和实时性。

本文在总结分析多目标跟踪算法基础上，针对基于随机集中的PHD和CPHD滤波器不能跟踪未知位置的新生目标的问题，提出了带有新目标检测的PHD滤波算法。算法的思想是通过检测技术得到PHD和CPHD滤波器所需要给定的前提条件。其实现过程采用航迹起始技术进行新生目标的检测，一旦有新生目标被检测出来，则由其位置信息构建新生目标的随机集强度函数，然后由此改进的强度函数作为PHD和CPHD滤波器的起始条件起始滤波器。仿真实例表明，该算

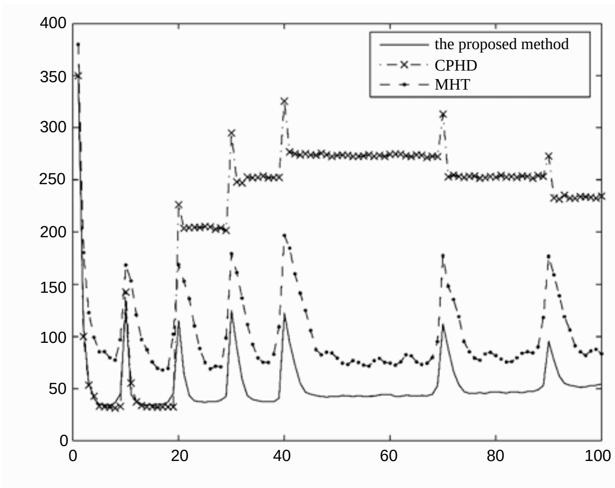

图7 本文方法、GM-CPHD滤波器和MHT方法的100次蒙特卡罗Wasserstein距离图

法能够很好地找到起始位置未知的新生目标，提高了PHD和CPHD滤波器的鲁棒性，是一种在强杂波条件下有效的多目标跟踪方法。

AST

参考文献

[1] Bar−Shalom Y, Fortmann T E. Tracking and data association[M]. London: Academic Press, 1988.

[2] Blackman S S. Multiple target tacking with radar applications[M]. Dedham: Artech House, 1986.

[3] Bar−Shalom Y. Multitarget−multisensor tracking: advanced applications[M]. Dedham: Artech House, 1990.

[4] Blackman S, Popoli R.Design and analysis of modern tracking systems[D].Artech House, 1999.

[5] Li X R ,Bar−Shalom Y.Tracking in clutter with nearest neighbor filters: analysis and performance[J]. IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems, 1996, 32(3): 995−1010.

[6] Bar−Shalom Y. Extension of the probabilistic data association filter to multi−target tracking[C]. Proc. Fifth, Symp. Nonlinear Estimation:San Diego, 1974,9: 16−21.

[7] Fortmann T E. Sonar tracking of multiple targets using joint probabilistic data association[J]. IEEE Trans. on Oceanic Engineering, 1983, 8(7): 173−184.

[8] Reid D B.An algorithm for tracking multiple targets[J]. IEEE Trans. on Automatic Control, 1979, 24(6): 843−854.

[9] Blackman S S. Multiple hypothesis tracking for multiple target tracking[J]. IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems, 2004, 19(1): 5−18.

[10]Deb S. A generalized S−Dimensional algorithm for multisensor multitarget state estimation[C]. Proc. 3rd IEEE Conf. on Decision and Control, Lake Buena Vista, FL, 1994,12:3293−3298.

[11] Gish H, Mucci R. Target state estimation in a multitargrt environment using multiple sensors[J]. IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems, 1987(23):60−71.

[12] Streit R L,Luginbuhl T E. Maximum likelihood method for probabilistic multi−hypothesis tracking[C]. Proceedings of SPIE International Symposium, Signal and Data Processing of Small Targets. Bellingham, WA, USA, 1995: 394−405.

[13] B.−N. Vo, W.−K. Ma.The Gaussian mixture probability hypothesis density filter[J]. IEEE Trans. on Signal Processing, 2006,54(11): 4091−4104.

[14] Mahler R. Multi−target Bayes filtering via first−order multi−target moments[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronics Systems. 2003, 39(3), 1152−1178.

[15] Mahler R. A Theory of PHD filters of higher order in target number[J].Proc. SPIE Signal Processing, Sensor Fusion, and Target Recognition XV, 2006, 6235.

作者简介

胡士强，教授，博士，博士生导师，主要从事非线性滤波、信息融合和图像理解与分析研究工作。