

粉末冶金材料裂纹扩展数值分析

Numerical Analysis on Crack Propagation of the Powder Metallurgy Materials

余毅 李宏新 周柏卓 / 中航工业沈阳发动机设计研究所

摘要: 主要研究应力强度因子的计算方法, 首先对粉末冶金材料FGH95的标准紧凑拉伸试样进行数值模拟, 将虚拟裂纹闭合法的计算结果与试验结果进行比较, 验证了其计算精度满足工程要求; 然后针对拉伸载荷作用下的三维裂纹扩展问题进行模拟分析; 最后分析了利用Paris公式计算裂纹扩展寿命的方法。

关键词: 粉末冶金; 裂纹扩展; 应力强度因子

Keywords: powder metallurgy; crack propagation; stress intensity factor

0 引言

在工程实际结构和零部件中经常出现裂纹和存在缺陷, 这些裂纹和缺陷在主要承力件工作中往往会导致灾难性的后果, 因此开展对构件裂纹扩展的研究非常有必要。通常的研究方法是通过计算裂纹区域的断裂参数——应力强度因子来估算裂纹扩展的速率, 进而求出构件的裂纹扩展寿命。

因为应力强度因子的计算精度直接影响结构裂纹扩展寿命计算的准确性, 所以准确方便地求解结构裂纹尖端的应力强度因子就显得相当关键。求解结构裂纹尖端应力强度因子的方法有应力法、位移法、J积分法和能量法等。应力法是基于单元应力的计算应力强度因子的外推法, 通过裂纹尖端附近的应力场求出裂纹尖端的应力强度因子。而位移法则通过裂纹尖端附近的位移场求解裂纹尖端的应力强度因子。J积分法和能量法都是通过求解中间变量J积分或能量释放率G, 然后利用中间变量与应力强度因子的关系求解问题。

应力法和位移法等直接解法虽然计算简便, 但由于裂纹尖端的应力奇异性, 通常误差较大; J积分法和能量法等

间接解法可以避免裂纹尖端, 求解精度较高。本文选取基于能量法的虚拟裂纹闭合法进行裂纹尖端应力强度因子的计算, 此方法操作简单方便, 计算结果精度高, 工程应用前景相当广阔。

本文主要针对标准紧凑拉伸试样, 利用有限元模拟计算分析, 通过虚拟裂纹闭合法计算裂纹尖端应力强度因子, 通过比较分析模拟计算结果和试验结果, 得出利用虚拟裂纹闭合法计算应力强度因子相当有效的结论。并在此基础上模拟分析了三维裂纹受拉伸载荷作用下裂纹扩展的情况, 进一步验证了虚拟裂纹闭合法的计算精度。最后分析了裂纹扩展寿命的计算方法, 对工程实际应用具有指导性意义。

1 虚拟裂纹闭合法

Irwin^[1]提出了应变能释放率(Strain Energy Release Rate, SEER)的概念。考虑一个二维裂纹体, 裂纹长度为 a , 裂纹体厚度为 B , 那么应变能释放率 G 定义为产生面积为 ΔA 的新裂纹面所需要的能量, 则有,

$$G = -\frac{d\Pi}{dA} = -\lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta\Pi}{\Delta A} = -\lim_{\Delta a \rightarrow 0} \frac{\Delta\Pi}{B\Delta a} \approx -\frac{\Pi_2 - \Pi_1}{B\Delta a} \quad (\text{当}\Delta a \text{足够小时}) \quad (1)$$

式中, $\Pi = U - W$ 为势能, W 为外力功, U 为裂纹体应变能。

式(1)为全域的虚拟裂纹扩展法, 其有一个局限, 即只能得到总的应变能释放率, 无法分离断裂模式。Irwin发现, 势能的改变与将裂纹闭合一个扩展增量所需的功等效, 于是发展了局部虚拟裂纹扩展法, 计算公式^[1]如下:

$$G_I \cong \frac{F_{y1}^{(1)} \Delta v_{1,r}^{(2)}}{2B\Delta a} \quad (2)$$

其中, G_I 表示 I 型裂纹的能量释放率, F_{y1} 表示裂纹尖端沿外载荷方向的节点力, $\Delta v_{1,r}$ 表示当闭合裂纹张开时闭合裂纹面上沿外载荷方向的位移分量, B 为裂纹体厚度, Δa 表示裂纹扩展量, 上标(1)和(2)分别表示有限元分析的第一步和第二步。

使用式(2)的不便之处在于它要求两步分析过程, 这两步过程中的裂纹长度是不同的。这就增加了网格准备的工作量。同时, 在研究裂纹扩展问题时就显得更为不便, 需要基于上一步的计算结果, 不断准备新的网格。

为了避免式(2)的不便, Rybicki和Kanninen^[1]于1977年首先提出了用于二维问题的一步分析法, 叫做修正的裂纹

闭合积分,后来这种方法被重新命名为虚拟裂纹闭合法。虚拟裂纹闭合法是由裂纹扩展法发展而来的,基于能量释放率的计算裂纹尖端应力强度因子的二维断裂问题的一步分析法。其基本假设是虚拟裂纹尖端后面的张开位移与实际裂纹尖端后面的张开位移近似相等,计算公式^[1]为

$$G_I \cong \frac{F_{y1} \Delta v_{3,4}}{2B \Delta a} \quad (3)$$

$$K_I = \sqrt{G \times E} \quad (4)$$

其中, G_I 、 F_{y1} 、 B 和 Δa 表示的意义与式(2)相同, $\Delta v_{3,4}$ 表示虚拟裂纹尖端后面的张开位移, K_I 为 I 型裂纹的裂纹尖端应力强度因子, E 为材料弹性模量。

在对含裂纹的有限元模型进行一步应力分析后,记录下裂纹尖端的节点力和裂纹尖端前面的节点的张开位移,代入式(3)求出能量释放率 G_I ,进而可利用式(4)求出裂纹尖端应力强度因子 K_I 。

对于三维裂纹问题,虚拟裂纹闭合法计算能量释放率的公式为^[1]

$$G_I \cong \frac{\bar{F}_{z1} \bar{\omega}_{3,4}}{2 A} \quad (5)$$

式中, G_I 为 I 型断裂形式的应变能释放率; \bar{F}_{z1} 为局部坐标系下节点1上 Z 轴方向的节点力; $\bar{\omega}_{3,4}$ 为局部坐标系下节点3和节点4之间 Z 轴方向的相对位移; ΔA 为虚拟裂纹扩展面积。

式(5)在形式上和计算二维线状裂纹的应力强度因子的式(3)非常相似。

虚拟裂纹闭合法有以下几点优点。

1) 对能量释放率进行计算时只涉及到节点力和节点位移,而这些量都是有限元分析的基本变量,可以从有限元软件中直接输出。

2) 在有限元分析中,在裂纹尖端附近区域所得到的应力值是非常不精确的。虚拟裂纹闭合法避免了对应力的积

分,使得计算更加简单且容易与有限元分析相结合,无需额外的后处理工作。

3) 虚拟裂纹闭合法对有限元网格的大小不敏感,尽管需要合理的网格密度来保证一定精度,但在相对粗糙的网格下也能得到令人满意的结果。

4) 虚拟裂纹闭合法既适用于线性材料,又适用于非线性材料。

以上这些特征使得虚拟裂纹闭合法在计算应力强度因子方面,对于采用有限元软件进行断裂分析的工程师很有帮助,该方法必将引起工程界越来越多的关注和使用。

2 粉末冶金材料裂纹扩展的有限元模拟

裂纹扩展分析采用的粉末冶金材料为FGH95,其材料性能数据^[3]见表1,材料密度 ρ 为 $8.0 \times 10^3 \text{kg/m}^3$ 。

3.1 标准紧凑拉伸(CT)试样有限元分析

标准紧凑拉伸试样如图1所示,试样厚度为10mm,试样切口长度为

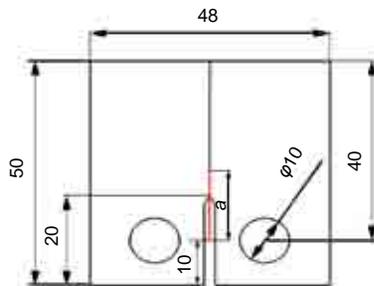


图1 标准紧凑拉伸(CT)试样

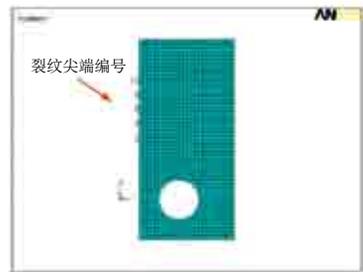
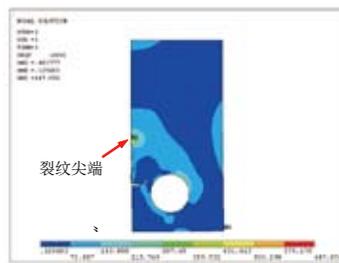
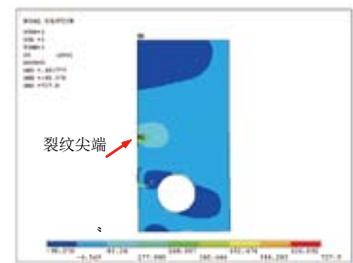


图2 有限元模型



(a) 等效应力



(b) σ_{22} 应力

图3 裂纹尺寸为13.71mm时CT试样的应力场

表1 FGH95材料性能数据

$T(^{\circ}\text{C})$	20	350	450	550	650
$E(\text{GPa})$	214.0	184.3	179.4	169.8	172.7
μ	0.288	0.192	0.183	0.168	—
$\sigma_b(\text{MPa})$	1598	1545	1524	1517	1405
$\sigma_{0.2}(\text{MPa})$	1193	1127	1113	1095	1085

10mm。根据标准紧凑拉伸试样的尺寸及裂纹长度建立有限元模型,如图2所示。根据试样的对称性,取1/2试样建立模型,共4243个节点,4064个单元,计算采用4节点四边形单元Plane42。根据不同的裂纹尺寸分别定义1~10个裂纹尖端,计算出相应的应力强度因子,并同试验数据^[2]进行比较。有限元模型的边界条件见表2。

表2 有限元模型的边界条件

有限元模型	温度($^{\circ}\text{C}$)	载荷(kN)
虚拟裂纹闭合法	430	8

标准紧凑拉伸试样的裂纹尺寸分别为13.71mm和23.70mm时,裂纹尖端等效应力场的分布如图3(a)和图4(a)所示,在裂纹尖端处有明显的应力集

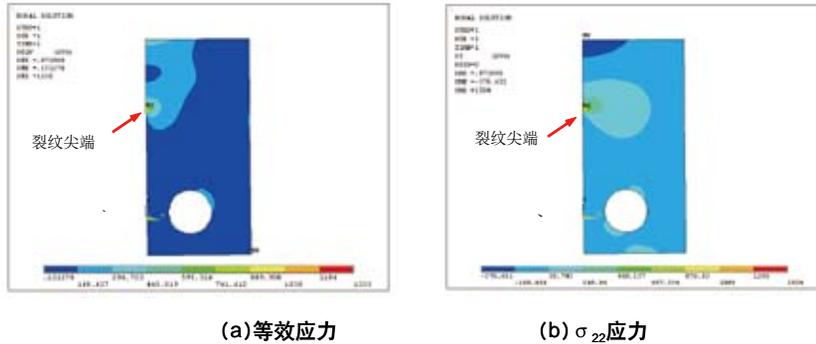
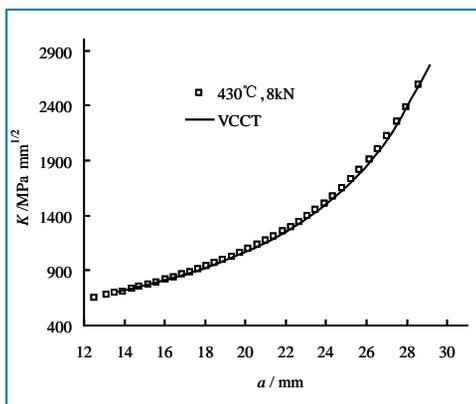


图4 裂纹尺寸为23.70mm时CT试样的应力场

表3 裂纹尖端应力强度因子

裂纹编号	a/mm	$\Delta K/MPa \cdot mm^{1/2}$ (计算值)	$\Delta K/MPa \cdot mm^{1/2}$ (试验值)
1	13.71	712.3118	702.636
2	15.40	789.0908	783.560
3	17.04	873.8430	873.742
4	18.68	977.8835	979.873
5	20.38	1110.2750	1113.260
6	22.04	1271.2820	1275.590
7	23.70	1478.9930	1482.820
8	25.44	1765.9820	1770.010
9	27.26	2182.7710	2186.780
10	29.13	2809.7850	2815.960

图5 FGH95粉末冶金材料 $a \sim \Delta K$ 曲线

中,随着裂纹的增长,这种应力集中情况越来越显著。试样裂纹形式为I型裂纹,因此应力分量 σ_{22} 在裂纹扩展中处于主导地位,图3(b)和图4(b)给出了其在裂纹尖端的分布情况。

利用虚拟裂纹闭合法分别计算出10个不同裂纹尺寸的裂纹尖端应力强度因子,如表3所示,并与试验值进行比较。图5为裂纹长度-应力强度因子曲线,可以看出,虚拟裂纹闭合法(VCCT)的计算结果与试验

结果在很大的裂纹长度变化范围内都吻合得很好。这既说明建立的二维裂纹尖端应力强度因子计算模型的准确性,也说明了虚拟裂纹闭合法计算裂纹尖端应力强度因子的精确性。

3.2 拉伸载荷作用下三维裂纹的应力强度因子

紧凑拉伸试样的计算模拟表明,二维平面状态下采用虚拟裂纹闭合法计算应力强度因子,计算精度很高。为了进一步验证虚拟裂纹闭合法的计算精度,有必要对三维裂纹形式进行计算模拟,以此考察有限元法建立的断裂力学分析模型的计算精度。选择的裂纹形式为受均匀拉伸载荷的半圆形表面裂纹和受均匀拉伸载荷的角裂纹,如图6所示,相关尺寸分别为 $a=0.5mm$ 、 $w=2.5mm$ 、 $t=1.25mm$ 、 $h=2.5mm$,拉伸应力 $\sigma=500MPa$ 。

根据结构对称性,取二分之一试样建模,计算采用八节点六面体单元。为保证计算精度,裂纹尖端采用了较为密集网格,如图7(a)和(b)所示。

将半径 $a=0.5mm$ 的圆弧上的节点均定义为裂纹尖端,利用虚拟裂纹闭合法计算出裂纹尖端每个节点的应力强度因子,并同手册中的应力强度因子值进行了比较,如图8(a)和(b)所示,横坐标是以弧度表征的节点位置。可以看出,位于表面附近裂纹尖端节点应力强度因子的计算误差较小,位于内部的裂纹尖端节点应力强度因子的计算误差最大,半圆形表面裂纹的计算误差约为6.5%,角裂纹约为4.3%。这是由于该处并非简单的应力状态,这种计算误差在裂纹扩展寿命估算时应给予足够重视。

3.3 裂纹扩展寿命

得到应力强度因子后,就可以利用材料的疲劳裂纹扩展规律Paris公式计算裂纹扩展寿命,Paris公式^[4]为

$$da/dN=C(\Delta K)^m \quad (6)$$

式中,裂纹扩展参数 C 和 m 是描述材料疲劳裂纹扩展性能的基本参数,由实验确定。 ΔK 为应力强度因子幅度,是疲劳裂纹扩展的主要控制参量, ΔK 增大(即载荷 $\Delta\sigma$ 增大或裂纹尺寸 a 增大),则裂纹扩展速率 da/dN 增大。

采用有限元分析模拟裂纹扩展的过程,除了需计算各瞬态的 ΔK 的值,还要确定裂纹扩展的方向。由于不可能为模拟各瞬态而作无限多次有限元计算,只能将裂纹扩展路径简化为有限个间隔,并假定在每个间隔内 ΔK 保持不变,对每个间隔内的起点裂纹位置进行有限元计算。确定裂纹扩展方向和 ΔK 后,由公式(6)可得到裂纹扩展寿命的估算式,即

$$N=\frac{a}{C(K)^m} \quad (7)$$

给定一定间隔裂纹扩展量 Δa 值就

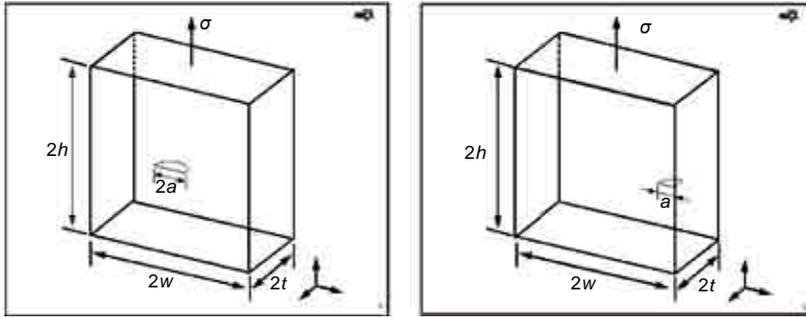
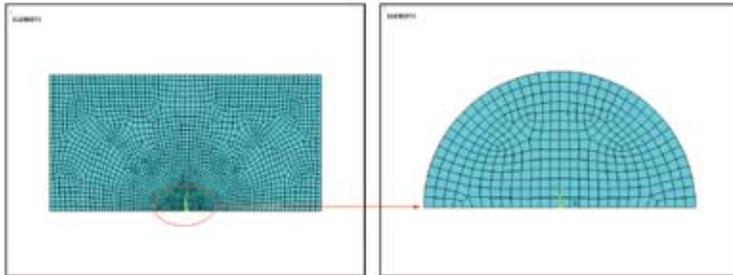
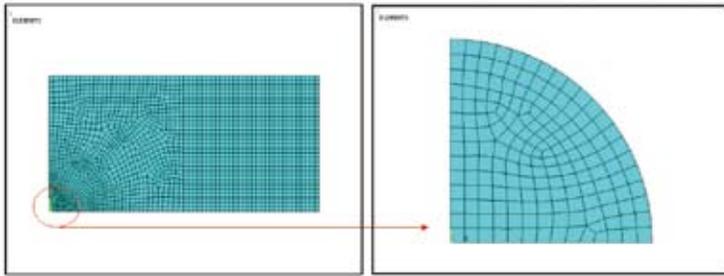


图6 半圆形表面裂纹及角裂纹

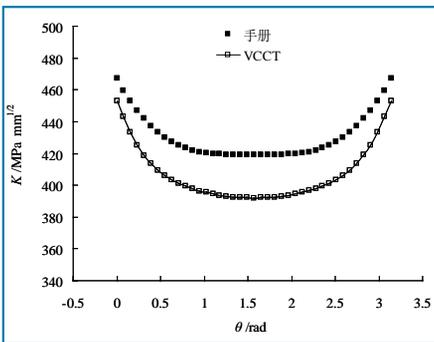


(a) 表面裂纹及裂纹尖端有限元网格

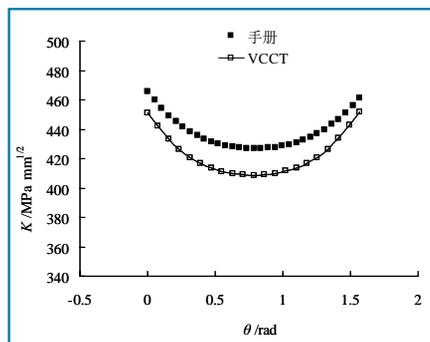


(b) 角裂纹及裂纹尖端有限元网格

图7 表面裂纹和角裂纹的有限元模型



(a) 半圆形表面裂纹计算结果



(b) 1/4圆形角裂纹计算结果

图8 半圆形表面裂纹及角裂纹尖端节点应力强度因子

可以确定在该间隔内的载荷循环次数 ΔN , 这样就完成了一个间隔内裂纹扩展量 Δa 的计算, 而后进行下一个间隔的计算。间隔分得愈细, 结果愈准确, 但计算量也愈大。最后, 将所有间隔计算得到的

载荷循环次数 ΔN 相加即为裂纹由初始尺寸 a_0 扩展到一定尺寸 a_1 的裂纹扩展寿命。

公式(7)只是估算式, 更好的方法是求出裂纹尺寸 a 与 ΔK 之间的关系, 然后通过积分求出裂纹扩展寿命, 即

$$N = \frac{a_1}{a_0} \frac{da}{C(K)^m} = \frac{a_1}{a_0} \frac{da}{Cf(a)^m} \quad (8)$$

由计算得出的不同裂纹长度时裂纹尖端的应力强度因子, 对裂纹尺寸及相应的应力强度因子采用二次多项式进行最小二乘拟合, 则有

$$\Delta K = f(a) = b_1 + b_2 a + b_3 a^2 \quad (9)$$

式中, b_1 、 b_2 和 b_3 为拟合得到的方程参数。

4 结论

1) 虚拟裂纹闭合法是较好的应力强度因子计算方法。

2) 建立的二维和三维断裂计算模型有很好的准确性。

3) 本文存在的不足是只研究了 I 型裂纹, 没有涉及其他型裂纹的问题; 只针对标准紧凑拉伸试样和简单的三维裂纹问题进行了裂纹扩展分析, 还需要对其他试样进行进一步的验证。这些问题都是后面工作需要进一步研究的。

AME

参考文献

[1] 解德, 钱勤, 李长安. 断裂力学中的数值计算方法及工程应用[M]. 北京: 科学出版社, 2009.

[2] 魏大盛, 陆利蓬, 王延荣. 基于微缺陷的粉末冶金涡轮盘裂纹扩展特性分析[D]. 北京航空航天大学, 2008.05

[3] 《中国航空材料手册》编辑委员会编, 中国航空材料手册 第5卷. 粉末冶金材料. 精密合金与功能材料[M]. 北京: 中国标准出版社, 2002.

[4] 陈传尧. 疲劳与断裂[M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2001

作者简介

余毅, 硕士, 主要研究方向: 航空发动机结构强度。