# Gap准则在纵向II类驾驶员诱发振荡 预测中的应用

黄振威\*,吕新波,武虎子

中航工业第一飞机设计研究院, 陕西 西安 710089

摘 要:研究了Gap准则,建立了速率限制舵机的描述函数模型、改进的Neal—Smith模型,介绍了描述函数法研究II类驾驶员诱发振荡(PIO)的机理,得到了Gap准则在预测纵向II类PIO中的计算方法。并应用Gap准则对飞机纵向II类PIO进行了预测,结果表明Gap准则能够有效的预测纵向II类PIO。

关键词: Gap准则, 驾驶员诱发振荡, 速率限制舵机

#### 中图分类号: V328 文献标识码: A 文章编号: 1007-5453 (2016) 03-0074-05

随着电传飞行控制系统在现代飞机中的广泛应用,在提高经济性、环保性、舒适性的同时,也面临着更加复杂的人机耦合情况发生,所以,对人机耦合现象进行深入研究成为现代飞机设计中的一个重要方面,而速率限制舵机引起的II类驾驶员诱发振荡(PIO)是人机耦合现象中最频发和危险的PIO现象。

国外对II类PIO预测方法的研究开始较早,国内对这方面的研究起步较晚,对II类PIO的研究主要集中在单个非线性环节上,而Gap准则综合了具有自适应特点的驾驶员模型和速率限制舵机模型,更能反映真实的人机耦合现象。因此,结合国内外在这方面的成果<sup>[1-3]</sup>,基于速率限制舵机的人机闭环系统,研究Gap准则在纵向II类PIO预测中的应用,为II类PIO预测提供技术参考。

#### 1 Gap**准则**

Gap准则是一种新型II类PIO预测方法,它基于速率限制舵机描述函数模型、飞机传递函数模型、Neal-Smith驾驶员模型和推广的描述函数法。其计算方法如下:

- (1) 确定飞机纵向传递函数  $G_{\omega}(s)$ ;
- (2) 根据Neal-Smith驾驶员模型参数确定方法,确定驾驶员模型 $G_n(s)$ ;
  - (3)把负倒描述函数- $1/N(K^*)$ 和 $G_n(s) \cdot G_{\theta s}(s)$ 的幅值和相

位绘于同一幅Nichols图中;

(4)求解Gap准则的参数 $C_g$ 。当 $C_g$   $\leq$  1.0时,人机系统有发生II类PIO的趋势,当 $C_g$  > 1.0时,人机系统无II类PIO的趋势。

Gap准则有3种应用类型,求解Gap准则参数时需要根据实际情况选择不同的应用类型。

应用类型I如图1(a)所示, $\Delta K_p$ 为使幅值-相位曲线恰好相切,驾驶员模型需要增加的增益,可以得到切点处的频率 $\omega$ 和 $K^*$ 。舵机指令偏角幅值 $A=\pi V_L/2\omega K^*$ 。Gap准则参数 $C_g$ 的计算公式为:

$$C_{\rm g} = \frac{A}{A_{\rm max}} \times 10^{(\Delta K_P/20)} \tag{1}$$

式中: $A_{\max}$ 为舵机最大可用偏度。

应用类型II如图1(b)所示,求解驾驶员模型需减小的增 益值,其余计算过程同应用类型I。

应用类型III如图1(c)所示,Gap准则参数C。的计算公式为:

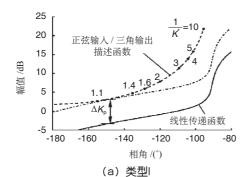
$$C_{\rm g} = \frac{A}{A_{\rm max}} \tag{2}$$

# 2 速率限制舵机及其饱和时的描述函数的建立

舵机速率饱和是发生II类PIO现象的常见诱因。简化的速率限制舵机模型<sup>[4]</sup>如图2所示,图中: $\delta_c$ 为偏角命令输入信号;e为误差信号; $\delta$ 为偏角输出信号; $\omega_a$ 为舵机带宽; $V_L$ 为速率限制; $\delta$ 为速率; $e_l$ 为饱和点。

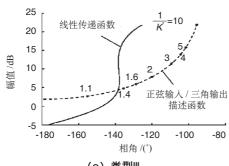
收稿日期: 2015-11-27; 退修日期: 2016-01-29; 录用日期: 2016-02-01

引用格式: HUANG Zhenwei, LV Xinbo, WU Huzi. The application of the Gap criterion to longitudinal II PIO [J]. Aeronautical Science & Technology, 2016,27(03):74—78. 黄振威,吕新波,武虎子. Gap准则在纵向I类驾驶员诱发振荡预测中的应用[J]. 航空科学技术,2016,27(03):74—78.



25 线性传递函数 20 15 10 幅值 输入/三角输出 0 描述函数 -180 -160 -140 -120 -100 -80 相角 /(°)

#### (b) 类型II



# (c)类型Ⅲ

图1 Gap准则3种应用类型 Fig.1 Three application types of Gap criterion

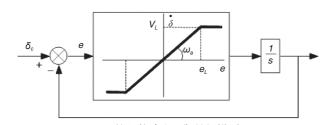


图2 简化的速率限制舵机模型 Fig.2 Simplified model of rate limiting actuator

由于正弦信号能够体现往复输入的特点,在研究PIO问题时,假设误差e为正弦信号形式,根据简化的速率限制舵机模型,当信号误差e $\square e_L$ 时,系统为线性一阶惯性环节,其相位完全取决于时间常数 $T(T=1/\omega_a)$ ,此时,系统的时间延迟很小,输出信号的幅值基本没有衰减,当信号误差e $\square e_L$ 时,速率饱和将会发生,此时,操纵面将以最大速率 $V_L$ 运动,随着速率饱和程度的增加,输出信号明显衰减,输出为三角波,输出信

号明显滞后于输入信号,系统时延明显增大。

速率限制舵机模型参数如表1所示,在时域内的仿真结果如图3~图5所示。

由于速率饱和未发生时,系统相当于一阶惯性环节,这里对此就不再做具体研究,主要针对速率饱和发生的情况

表1 速率限制舵机模型参数 ab 1 The parameter of rate-limiting actuator

Tab.1 The parameter of rate-limiting actuator

输入指令 $\delta_c/(^\circ)$	饱和点e <sub>I</sub> /(°)	速率限制 $V_L/(^{\circ}/s)$	舵机带宽 $\omega_a/(1/s)$
15sin(6t)	2	40	20

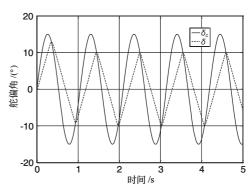


图3 输入舵偏角—输出舵偏角随时间变化曲线 Fig.3 Input deflection-output deflection changes with time

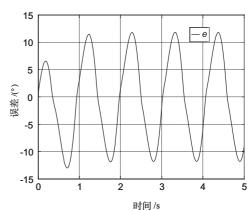


图4 误差信号随时间变化曲线 Fig.4 The error changes with time

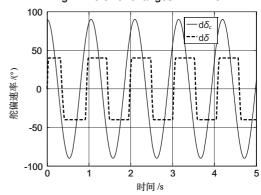


图5 输入偏角速率-输出偏角速率随时间变化曲线 Fig.5 Input deflection rate-output deflection rate changes with time

(e<e,)进行研究。

对于速率限制舵机中速率饱和环节,从图4可以得到误差信号的近似形式,为便于研究,可以近似为正弦信号形式,令误差信号 $e(t)=E\sin(\omega t+\varphi)$ ,可以得到该饱和限制环节的描述函数<sup>[5]</sup>:

$$N(E) = \frac{2\omega_a}{\pi} \left[ \arcsin(\frac{e_L}{E}) + \frac{e_L}{E} \sqrt{1 - (\frac{e_L}{E})^2} \right], \quad e \geqslant e_L$$
 (3)

对式(3)反正弦和平方根项进行幂级数展开,且只保留一阶线性项,则:

$$N(E) = \frac{2\omega_a}{\pi} \left( \frac{e_L}{E} + \frac{e_L}{E} \right) = \frac{4\omega_a e_L}{\pi E} = \frac{4V_L}{\pi E}$$
 (4)

对于速率限制舵机,描述函数模型如图6所示,根据图6 所示的结构图,可以得到:

$$\frac{e(s)}{\delta_s(s)} = \frac{1}{1 + N(E)/s} \tag{5}$$



图6 速率限制舵机描述函数模型结构图

Fig.6 The structure of the describing function model of rate limiting actuator

假设此时的输入信号为 $\delta_c(t)=A\sin(\omega t)$ ,则传递函数的幅值为:

$$\left| \frac{e(s)}{\delta_{c}(s)} \right| = 1/\sqrt{1 + \left[ \frac{N(E)}{\omega} \right]^{2}} = \left| \frac{E \sin(\omega t + \varphi)}{A \sin(\omega t)} \right| = \frac{E}{A}$$
 (6)

根据式(4)和式(6),消去E,可以得到:

$$N(E) = \omega / \sqrt{\left[\frac{\pi A \omega}{4V_I}\right]^2 - 1} \tag{7}$$

速率限制舵机的输入与输出之间的传递函数为:

$$\frac{\delta(s)}{\delta_c(s)} = \frac{N(E)/s}{1 + N(E)/s} = \frac{N(E)}{s + N(E)}$$
(8)

根据式(7)和式(8),可以求得速率限制舵机的描述函数的幅值和相角:

$$\left| \frac{\delta(s)}{\delta_c(s)} \right|_{s = j\omega} = \frac{\sqrt{N(E)^2}}{\sqrt{\omega^2 + N(E)^2}} = \frac{4V_L}{\pi A\omega}$$

$$\left( \angle \frac{\delta(s)}{\delta_c(s)} \right)_{s = j\omega} = \arctan\left( \frac{-\omega}{N(E)} \right) = -\arctan\left( \sqrt{\left( \frac{\pi A\omega}{4V_L} \right)^2 - 1} \right)$$
(9)

引入一个变量 $K^*$ ,令 $-\frac{1}{N(K^*)}$ ,则式(9)可以表达为:

$$\left| \frac{\delta(s)}{\delta_c(s)} \right|_{s = i\omega} = \frac{8}{\pi^2} K^* \tag{10}$$

$$\left(\angle \frac{\delta(s)}{\delta_c(s)}\right)_{s=j\omega} = -\arctan\left(\sqrt{\left(\frac{\pi^2}{8K^*}\right)^2 - 1}\right)$$
 (11)

根据式(10)和式(11),可以得到负倒描述函数 $-\frac{1}{N(K^*)}$  随 $K^*$ 变化的幅值和相角:

$$\left| -\frac{1}{N(K^*)} \right| = -20 \lg \left( \frac{8K^{**}}{\pi^2} \right)$$
 (12)

$$\angle -\frac{1}{N(K^*)} = \arctan\left(\sqrt{\left(\frac{\pi^2}{8K^*}\right)^2 - 1}\right) - \pi \tag{13}$$

# 3 Neal-Smith驾驶员模型的建立

Neal-Smith驾驶员模型是根据当前飞行状态的纵向传递函数进行建立的,Gap准则应用中一般把飞机模型近似为线性模型,纵向传递函数的常用形式为 $G_{\theta\delta}(s) = \frac{\theta(s)}{\delta(s)}$ ,在进行PIO预测前,需要提前求出。

Neal-Smith驾驶员模型能够较全面的反映驾驶员的控制模式,这里采用了式(14)的形式:

$$G_p = K_p e^{-0.25s} \frac{(5s+1)}{s} \frac{(T_{p1}s+1)}{(T_{p2}s+1)}$$
(14)

式中: $K_p$ 为驾驶员增益; $T_{p1}$ 为超前时间常数; $T_{p2}$ 为滞后时间常数。 $K_p$ , $T_{p1}$ 和 $T_{p2}$ 需要做调整选取,使闭环频率响应满足:人机闭环系统相角在带宽处为-90°,闭环谐振点的幅值最小。针对具体任务和相关的飞行数据选择相适应的带宽范围,一般A种飞行阶段 $\omega_b$ =3.5rad/s,B种飞行阶段 $\omega_b$ =1.5rad/s,C种飞行阶段 $\omega_b$ =2.5rad/s。

#### 4 描述函数法在稳定性判断中的应用

系统的非线性环节用描述函数表示后,其典型结构图 可表示如图7所示。



图7 非线性系统典型结构图

Fig.7 The typical structure of nonlinear system 该系统的闭环传递函数为:

$$\phi(s) = \frac{N(A)G(s)}{1 + N(A)G(s)} \tag{15}$$

对应的闭环系统特征方程为1+N(A)G(s)=0,即

G(s)=-1/N(A),采用描述函数法来进行非线性系统的分析,此时对应的临界点为-1/N(A),一般-1/N(A)是一条曲线,称为负倒描述函数。仿造线性系统按开环频率特性曲线来判断闭环系统稳定性的方法,利用Nichols图上的曲线和曲线之间的相对位置来判断非线性系统的稳定性,如果两条曲线相切或者相交,那么切点或者交点就是不稳定点。

### 5 II类PIO预测

某飞机的简化的闭环系统结构图如图8所示。

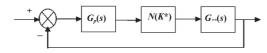


图8 简化的闭环系统结构图

Fig.8 The structure of simplified closed loop system

飞机在某状态点俯仰传递函数如下:

$$G_{\theta\delta}(s) = \frac{-12.3s^2 - 14.4s - 0.5}{s^4 + 4.3s^3 + 7.2s^2 + 0.3s + 0.41}$$

根据Neal-Smith驾驶员模型参数确定方法,通过优化计算,得到驾驶员模型为:

$$G_p(s) = -0.16 \frac{5s+1}{s} \frac{0.4+1}{0.001s+1} e^{-0.25s}$$

 $G(s)=G_p(s)\cdot G_{\theta\delta}(s)$ 画出负倒描述函数- $1/N(K^*)$ 与G(s)的 Nichols曲线如图9所示。

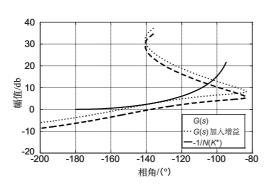


图9 负倒描述函数- $1/N(K^*)$  与 G(s)的Nichols曲线 Fig.9 The Nichols charts of negative inverse describing function  $-1/N(K^*)$  and G(s)

根据图9可知,该结果适用Gap准则应用类型I,计算得到增益 $\Delta K_p$ =2.32dB,切点处 $K^*$ =0.85, $\omega$ =3.5rad/s。该飞机舵机最大可用偏度 $A_{\rm max}$ =30°,舵机速率限制 $V_L$ =50°/s,舵机带宽  $\omega$ =25/s,则舵机指令偏角幅值A= $\pi V_L/2\omega K^*$ =26.4°, $C_g = \frac{A}{A_{\rm max}} \times 10^{(\Delta K_p/20)}$ =1.15。根据Gap准则, $C_g$ >1.0,可判定飞机

在该状态没有发生II类PIO的趋势。

#### 6 结束语

在含有速率限制的闭环系统的时域仿真中,当输入信号为正弦信号形式时,随着速率饱和程度的增加,输出信号幅值衰减,相位滞后,严重时输出为三角波,可能会诱发II类PIO现象的发生,需要对其非线性进行研究。描述函数法是分析非线性系统的有效方法。通过采用基于速率限制舵机描述函数模型、飞机传递函数模型、Neal-Smith驾驶员模型和推广的描述函数法的Gap准则,可以有效预测II类PIO现象的发生,对型号研制中预防II类PIO具有重要意义。

#### 参考文献

- [1] Witte J B. An investigation relating longitudinal pilot-induced oscillation tendency rating to describing function predictions for rate-limited actuators[D]. Wright-Patterson AFB OH: Department of the Air Force Air University, Air Force Institute of Technology, 2004
- [2] 孟捷,徐浩军,李大伟,等. Gap准则在II型PIO预测中的应用[J]. 北京航空航天大学学报,2010,36(9):1067-1070. MENG Jie, XU Haojun, LI Dawei,et al. Application of Gap criterion in prediction of category II PIO [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2010,36(9):1067-1070.(in Chinese)
- [3] 朱广东,李颖晖,李雪松,等. Gap准则在驾驶员诱发振荡预测中的应用[J].火力与指挥控制,2012,37(7):10-13.

  ZHU Guangdong, LI Yinghui, LI Xuesong, et al. Application of GAP criterion in prediction pilot induced oscillation [J]. Fire Control & Command Control,2012,37(7):10-13. (in Chinese)
- [4] Hanke D. Handling qualities analysis on rate limiting elements in flight control system[R]. AGARD-AR-335,1995.
- [5] 胡寿松.自动控制原理[M].北京:科学出版社,2007. HU Shousong. The theory of automatic control [M].Beijing: Science Press,2007. (in Chinese)

#### 作者简介

黄振威(1985- ) 男,工程师。主要研究方向:飞机设计。 Tel:029-86832287

E-mail: 969023999@gg.com

吕新波(1977- ) 男,高级工程师。主要研究方向:飞机设计

武虎子(1981- ) 男,博士,高级工程师。主要研究方向:飞机设计。

# The Application of the Gap Criterion to Longitudinal II PIO

HUANG Zhenwei\*, LV Xinbo, WU Huzi

AVIC The First Aircraft Institute, Xi'an 710089, China

**Abstract:** In this paper the gap criterion was researched, the description function of rate-limiting actuator was built up, and the Neal-Smith pilot model was perfected. The method of using description function for predicting II PIO was presented. And the whole process to predict the longitudinal II PIO was given. The result showed it was effective.

Key Words: Gap criterion; Pilot Induced Oscillation(PIO); rate-limiting actuator

**Received:** 2015-11-27; **Revised:** 2016-01-29; **Accepted:** 2016-02-01 \*Corresponding author. Tel.: 029-86832287 **E-mail:** 969023999@qq.com