DOI: 10.19452/j.issn1007-5453.2017.06.052

# 基于蒙特卡罗法的雷达目标坐标变换 误差分析

顾文恺\*

海军装备部,陕西西安 710089

摘 要:针对雷达目标坐标变换精度问题,首先介绍了坐标变换的基本原理,其次在此基础上给出了雷达探测误差、载机 姿态和位置误差的数学模型,最后给出了蒙特卡罗 (Monte-Carlo) 仿真流程与算法,并进行了计算机仿真。仿真结果表明, 雷达本身的探测精度和载机平台的姿态精度是影响坐标变换后目标位置精度的两个重要因素。

关键词:坐标变换;误差分析;蒙特卡罗法

# 中图分类号: E92 文献标识码: A 文章编号: 1007-5453 (2017) 06-0052-05

分析美国对伊拉克的海湾战争和北约对利比亚的空中 打击,可以发现现代战争是一个编队协同打击过程:本方取 得制空权后,预警机或侦察机(如美国在海湾战争中使用的 E-2系列预警机)探测敌方战略/战术目标,并将目标探测 位置信息通过数据链传输至海面或陆基打击平台,在完成探 测目标由空中探测平台向武器发射平台的坐标转换后,根据 位置信息发射导弹完成摧毁敌方目标的任务。由于导弹等 武器对目标探测精度有严格的要求,打击目标的位置误差信 息是影响作战成功的重要因素之一。

国内外众多学者对位置误差信息进行了研究,将误差 主要分为两类<sup>[1,2]</sup>:系统误差和随机误差,系统误差可以通过 补偿减低偏离程度<sup>[3]</sup>,随机误差可以通过统计理论进行分析 和处理<sup>[4]</sup>。本文将集中讨论雷达探测目标由机载平台向地 面/海面武器平台坐标变换过程中各种随机误差对目标位 置精度的影响。

# 1 坐标变换

## 1.1 坐标变换涉及的坐标系定义

(1) 雷达坐标系 (OXYZ)<sub>R</sub>

雷达坐标系 (OXYZ)<sub>R</sub> 的坐标原点 O<sub>R</sub> 取在天线的发射中

心上,  $(OX)_{R}$  轴沿天线轴方向。雷达坐标系  $(OXYZ)_{R}$  以载体 坐标系为基准坐标系,采用 Z-Y-X方式转换角度  $0-\delta R-0$ ,  $\delta R$  为天线的安装角,本文假定  $\delta R=0$ ,即雷达坐标系与载体 坐标系重合。

(2) 载体坐标系 (OXYZ)<sub>f</sub>

载体坐标系为雷达安装的载体,如飞机和舰船,坐标系 (OXYZ),坐标原点取在载体质心上,(OY),轴沿载体指向航行 方向,(OZ),轴在载体的对称面内,指向向上方向,(OX),轴符合 右手定则,指向右侧方向,坐标系与载体固连,随载体运动。

(3) 地理坐标系 (OXYZ)<sub>e</sub>

地理坐标系 (*OXYZ*)<sub>e</sub> 坐标原点取在载体质心上, (*OY*)<sub>e</sub> 轴沿该点经线的切线指向北方, (*OX*)<sub>e</sub> 轴沿该点纬线的切线 指向东方, (*OZ*)<sub>e</sub> 轴符合右手定则,指向天空,此坐标系称为 "东、北、天"地理坐标系。

(4) 地心直角坐标系 (OXYZ)<sub>d</sub>

地心直角坐标系 (*OXYZ*)<sub>d</sub> 原点设在地心, (*OX*)<sub>d</sub> 轴指向 格林尼治子午面与赤道面正向交线方向, (*OZ*)<sub>d</sub> 轴指向正北 方向, (*OY*)<sub>d</sub> 轴符合右手定则。

(5) 大地坐标系 WGS-84

该坐标系是一个协议地球参考系 (Conventional Terrestrial

收稿日期:2017-03-21; 退修日期:2017-05-05; 录用日期:2017-05-15

\* 通讯作者 . Tel.: 18602905224 E-mail: vikasku@qq.com

引用格式: GU Wenkai. Analysis of errors in coordinate transformation of radar target based on Monte-Carlo method[J]. Aeronautical Science & Technology, 2017, 28 (06): 52-56. 顾文恺.基于蒙特卡罗法的雷达目标坐标变换误差分析[J]. 航空科学 技术, 2017, 28 (06): 52-56. System, CTS), 其原点是地球的质心, Z 轴指向 BIH1984.0 定 义的协议地球极 (Conventional Terrestrial Pole, CTP) 方向, X 轴指向 BIH1984.0 零度子午面和 CTP 赤道的交点, Y 轴 和 Z、X 轴构成右手坐标系。

## 1.2 坐标变换过程

将空中平台雷达探测目标的位置信息坐标变换至海面/ 陆地平台地理坐标系时,通常需要经过5个步骤的变换,具 体转换过程如图1所示。



图 1 探测目标坐标变换过程 Fig.1 Transformation process of target coordinate

#### (1) 雷达极坐标转雷达直角坐标

设雷达测量到目标的坐标为  $(R_m, \varphi_m, \varepsilon_m)$ ,转换至雷达 直角坐标为:

$$\begin{cases} X_m = R_m \cos \varphi_m \sin \varepsilon_m \\ Y_m = R_m \cos \varphi_m \cos \varepsilon_m \\ Z_m = R_m \sin \varphi_m \end{cases}$$
(1)

式中:(x<sub>m</sub>, y<sub>m</sub>, z<sub>m</sub>)为目标在雷达直角坐标中的位置。

(2) 载机直角坐标向载机地理直角坐标转换

设目标在地理直角坐标中的位置为 ( $X_e$ ,  $Y_e$ ,  $Z_e$ ),因机体 直角坐标与雷达直角坐标重合,则目标在机体直角坐标中的 位置为 ( $X_m$ ,  $Y_m$ ,  $Z_m$ );在载机直角坐标向载机地理坐标转换 时应用欧拉 (Euler) 法。Euler 法又称为三参数法,即用载 机的航向角、俯仰角和滚转角 3 个欧拉角 ( $\psi$ , $\theta$ , $\gamma$ )的方向 余弦,组成转换矩阵进行坐标变换。转过的角度的正负约定 用右手定则来判定,转动矢量和转轴方向一致的为正角度, 转动矢量和转轴方向相反的为负角度。Euler 法坐标变换如 图 2 所示,转动过程如下:

(a) 从坐标系(OX<sub>1</sub>Y<sub>1</sub>Z<sub>1</sub>)开始,先绕OX<sub>1</sub>轴转过角度γ
 得到过渡坐标系(OX<sub>1</sub>Y<sub>1</sub>Z<sub>1</sub>),

$$T_{e\gamma,f} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(-\gamma) & \sin(-\gamma) \\ 0 & -\sin(-\gamma) & \cos(-\gamma) \end{bmatrix}$$
(2)

(b) 绕过渡坐标系 (*OX*<sub>1</sub>*Y*<sub>1</sub>*Z*<sub>1</sub>)<sub>*γ*</sub> 的 (*OY*<sub>1</sub>) 轴转过角度 θ,
 得到过渡坐标系 (*OX*<sub>1</sub>*Y*<sub>1</sub>*Z*<sub>1</sub>)<sub>*θ*</sub>;

$$\mathbf{T}_{e\theta,e\gamma} = \begin{bmatrix} \cos(-\theta) & 0 & -\sin(-\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(-\theta) & 0 & \cos(-\theta) \end{bmatrix}$$
(3)

(c) 再绕过渡坐标系 ( $OX_1Y_1Z_1$ )<sub> $\gamma\theta$ </sub> 的 ( $OZ_1$ ) 轴转过角度  $\psi$ ,最终得到地理坐标系 (OXYZ)。

$$T_{e\psi,e\theta} = \begin{bmatrix} \cos(-\psi) & \sin(-\psi) & 0 \\ -\sin(-\psi) & \cos(-\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(4)

综上,载机直角坐标向载机地理直角坐标转换矩阵为:

$$\begin{bmatrix} X_e \\ Y_e \\ Z_e \end{bmatrix} = \mathsf{T}_{e,f} \begin{bmatrix} X_m \\ Y_m \\ Z_m \end{bmatrix}$$
(5)

$$\mathbf{T}_{e,f} = \mathbf{T}_{e\psi,e\theta} \mathbf{T}_{e\theta,e\gamma} \mathbf{T}_{e\gamma,f}$$



图 2 欧拉法坐标变换 Fig.2 Euler coordinate transformation

(3) 地理直角坐标系向地心直角坐标系转换

设目标和载机在地心直角坐标中的位置为  $(X_a, Y_a, Z_a)$ 、  $(X_a, Y_a, Z_a)$ ,且载机的经纬度位置为  $(B_a, L_a, H_a)$ 则探测目 标从地理直角坐标系向地心直角坐标系转换为:

$$\begin{bmatrix} X_d \\ Y_d \\ Z_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_a \\ Y_a \\ Z_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\sin L_a & -\sin B_a \cos L_a & \cos B_a \cos L_a \\ \cos L_a & -\sin B_a \sin L_a & \cos B_a \sin L_a \\ 0 & \cos B_a & \sin B_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_a \\ Y_a \\ Z_a \end{bmatrix}$$
(7)

(4) 地心直角坐标系向海面 / 陆地平台地理直角坐标 系的转换

设海面 / 陆地平台在地心直角坐标中的位置为 ( $B_h$ ,  $L_h$ ,  $H_h$ ),且经纬度位置为 ( $B_h$ ,  $L_h$ ,  $H_h$ ),则从探测目标地心直角 坐标系向海面 / 陆地平台地理直角坐标系的转换为:

(6)

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin L_h & \cos L_h & 0 \\ -\sin B_h \cos L_h & -\sin B_h \sin L_h & \cos B_h \\ \cos B_h \cos L_h & \cos B_h \sin L_h & \sin B_h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_d - X_h \\ Y_d - Y_h \\ Z_d - Z_h \end{bmatrix}$$
(8)

(5)已知平台大地坐标为(*B*,*L*,*H*)求地心直角坐标(*X*,*Y*,*Z*)的公式。

$$\begin{cases} X = (N+H)\cos B \cos L \\ Y = (N+H)\cos B \sin L \\ Z = \left[ N(1-e^2) + H \right] \sin B \end{cases}$$
(9)

式中:N为地球的半径,e为地球的第一偏心率。

$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}}, e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$$
(10)

式中:*a*和*b*分别为椭球的长半径和短半径,*a*=6378137m, *b*=6356752m。

# 2 误差源分析

本文的误差分析主要针对测量值的不确定性所带来的 随机误差。而测量误差主要包括雷达测量目标位置误差、 坐标变换过程中应用的载机位置和姿态误差。下文将对这 3种误差特性进行数学建模。

## 2.1 雷达测量误差模型

在机体雷达目标测量中,设目标的真实距离为R,真实 方位为 $\varepsilon$ ,真实俯仰为 $\varphi$ ,由于有目标运动噪声与测量噪声 的存在,则真实距离和方位与测量数据之间的关系为:

$$R_{m} = R + R$$

$$\varphi_{m} = \varphi + \tilde{\varphi}$$

$$\varepsilon_{m} = \varepsilon + \tilde{\varepsilon}$$
(11)

式中: *R*, *φ*和*ε*分别为目标距离、俯仰和方位误差。假设它们 相互独立且服从正态分布,均值为0,协方差矩阵为:

### 2.2 载机位置与姿态误差模型

载机的测量系统由惯导和 GPS 组合导航组成,测量经 纬高真实值为 ( $B_a$ ,  $L_a$ ,  $H_a$ ),转换为大地地心直角坐标 ( $X_a$ ,  $Y_a$ ,  $Z_a$ ),由于组合导航测量系统有误差存在,则真实值与测 量值之间存在关系如下:

$$\begin{bmatrix} X_a \\ Y_a \\ Z_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{X} \\ \tilde{Y} \\ \tilde{Z} \end{bmatrix}$$
(13)

式中: $(\tilde{X}, \tilde{Y}, \tilde{Z})$ 分别是3个坐标轴的误差,假设它们相互独

立且服从正态分布,均值为0,协防差矩阵为:

组合导航系统测量的载机姿态为 ( $\psi$ ,  $\theta$ ,  $\gamma$ ), 其中包含 了载机的姿态测量误差:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\psi} \\ \boldsymbol{\theta} \\ \boldsymbol{\gamma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\psi}_a \\ \boldsymbol{\theta}_a \\ \boldsymbol{\gamma}_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{\boldsymbol{\psi}} \\ \tilde{\boldsymbol{\theta}} \\ \tilde{\boldsymbol{\gamma}} \end{bmatrix}$$
(15)

式中:( $\tilde{\psi}$ , $\tilde{\theta}$ , $\tilde{\gamma}$ )分别为3个姿态方向的误差,假设它们相互 独立且服从正态分布,均值为0,协防差矩阵为:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{\psi}^{2} & 0 & 0\\ 0 & \sigma_{\theta}^{2} & 0\\ 0 & 0 & \sigma_{\gamma}^{2} \end{bmatrix}$$
(16)

# 3 基于蒙特卡罗法的误差仿真分析

## 3.1 仿真方法

蒙特卡罗 (Monte-Carlo) 方法又称为统计试验法,其基本思想就是利用计算机的数值模拟来代替坐标转换的解析推导,通过大量仿真来研究随机参数的统计意义下的特性,仿真算法流程如图 3 所示。使用 Monte-Carlo 方法进行坐标转换的误差分析可按如下步骤进行:(1) 建立坐标变换的数学模型;(2) 确定坐标变换中的各种随机误差和随机干扰因素,并



图 3 仿真算法流程图 Fig.3 Flow chart of simulation algorithm

分别确定其规律;(3)根据坐标变换数学模型的各项随机误差,调整数学模型;(4)确定仿真次数 N,产生随机序列,代入坐标变换的数学模型;(5)计算坐标变换后的误差统计信息。

在计算机仿真中,利用 Matlab 提供的 Randn()函数, 产生服从标准正态分布的随机数序列。经过变换乘以方差  $\sigma$ ,就可以得到正态分布的随机数序列。

### 3.2 仿真结果分析

在仿真计算中,假定随机噪声的取值范围如表1所示。 仿真结果如图4~图6所示。

表 1 仿真过程中的随机参数 Table 1 Random parameters in simulation

名称	符号	方差
雷达距离测量	R	0~500m
雷达俯仰测量	$\phi$	0°~1°
雷达方位测量	ε	0°~1°
载机位置 X	Х	50~500m
载机位置 Y	Y	50~500m
载机位置 Z	Ζ	50~500m
载机航向角	Ψ	0°~1.5°
载机滚转角	$\theta$	0°~1.5°
载机俯仰角	γ	0°~1.5°





从图 4 可以看出,随着载机平台姿态角方差的增大,坐 标变换的方差也增大较快;图 5 中误差的曲线相对平缓,表 明在一定范围内,载机的位置精度对坐标变换的精度影响有 限;分析图 6 可以得出,当雷达的测距精度发生变化时,方 差的变换相对平缓,而测方位和俯仰的误差增大时,相应的 坐标变换的方差增加较快。由以上分析可以得出,想要提高 坐标变换后目标位置精度,首先需要提高载机平台的姿态精 度和雷达本身探测方位和俯仰的精度。

# 4 结束语

利用 Monte-Carlo 方法对雷达坐标变换所带来的误差 进行了分析,通过仿真试验表明探测精度和载机平台的姿态 精度是影响坐标变换后目标位置精度的两个重要因素,分析 方法简单实用,为求解此类问题提供了一种新思路。 [AST

## 参考文献

 刘进忙,唐晓兵,王雷.制导雷达组网数据融合处理精度分析 [J]. 空军工程大学学报:自然科学版,2004,5 (2):30-33.
 LIU Jinmang, TANG Xiaobing, WANG Lei. Precision analysis of data fusion of guidance radar network [J]. Journal of Air Force Engineering University: Natural Science Edition, 2004, 5 (2): 30-33. (in Chinese)

- [2] 王晶,高利民,姚俊峰. 机载测量平台中的坐标转换误差分析 [J]. 光学精密工程, 2009, 17 (2): 388-394.
  WANG Jing, GAO Limin, Yao Junfeng. Coordinate conversion error analysis of airborne measurement platform [J]. Optics and Precision Engineering, 2009, 17 (2): 388-394. (in Chinese)
  [3] 胡锐,薛晓中,孙瑞胜,等. 制导炸弹中坐标转换的误差分析及
  - 修正 [J]. 弹道学报, 2008, 20 (4): 36-40. HU Rui, XUE Xiaozhong, SUN Ruisheng, et al. Error analysis and correction of coordinate transformation in guided bomb [J]. Journal of Ballistics, 2008, 20 (4): 36-40. (in Chinese)
  - [4] 左安元,刘刚,陈嘟.一种用于机载系统定位的坐标转换方法 [J].
     系统仿真学报, 2006, 16 (7): 1789-1793.
     ZUO Anyuan, LIU Gang, CHEN Du. A coordinate transformation method for airborne system positioning [J]. Journal of System Simulation, 2006, 16 (7): 1789-1793. (in Chinese)

## 作者简介

顾文恺(1989-) 男,硕士。主要研究方向:雷达与电子对抗技术。
 Tel:18602905224 E-mail:vikasku@gg.com

# Analysis of Errors in Coordinate Transformation of Radar Target Based on Monte-Carlo Method

## GU Wenkai\*

Naval Equipment Department, Xi'an 710089, China

**Abstract:** In order to solve the radar target coordinate transformation accuracy problem, firstly introduced the basic principle of coordinate transform; secondly, built the mathematical model of attitude, position and detection error of radar; finally, proposed Monte-Carlo simulation process and algorithm, and computer simulation. The simulation results show that the detection accuracy of the radar itself and the attitude accuracy of the platform are two important factors that affect the accuracy of the target position after the coordinate transformation.

Key Words: coordinate transformation; error analysis; Monte-Carlo method