

DOI: 10.19452/j.issn1007-5453.2017.06.057

基于径向基函数的发动机瞬时推力计算方法

刘超^{1,*}, 郭小玉²

1. 中航飞机股份有限公司研发中心, 陕西 西安 710089

2. 航空工业第一飞机设计研究院, 陕西 西安 710089

摘要: 为了快速准确插值计算发动机的瞬时推力, 提出了使用基于径向基函数(RBF)的推力计算方法。通过算例证明, 采用径向基方法的插值结果精度高, 算法成熟, 使用计算机编程容易实现, 可以快速求解发动机瞬时推力插值问题。该方法在飞机设计、特别是性能计算及参数优化过程中可以广泛使用。

关键词: 性能计算; 发动机瞬时推力; 插值方法; 径向基方法

中图分类号: V212.13

文献标识码: A

文章编号: 1007-5453 (2017) 06-0057-04

在飞机飞行性能计算过程中,很大程度上需要依赖发动机供应商或其他专业提供的原始发动机动力/油耗数据和飞机全机及部件气动数据,然而对于这些原始数据,在飞机设计初期,往往仅提供了关键参数点的几条曲线^[1]。对于求解飞机运动瞬时点的推力、油耗、气动等数据而言,就需要对原始数据进行二次处理,使用各种插值方法来求解运动瞬态性能参数所需的数值^[2]。因此,对原始数据进行插值计算时,需要考虑所需算法的复杂度、精准度问题。

目前,插值方法经常采用传统线性插值模型。传统线性插值采用与插值点近邻的周围样本点数据,采用比例方法,从高维逐步削减维数,直至得到插值点对应的插值结果,线性算法原理比较简单,算法实现容易,但精度很依赖样本点的疏密程度,精度取决于数据噪点的分布及噪点大小,容易受局部噪点的影响,而且传统线性插值模型不可能反映原始数据点所包含的非线性变化趋势。

径向基函数类似于一张柔软曲面通过已知样点,该曲面能够保证总曲率最小。而且径向基函数特别适合高维插值和小规模的散乱数据插值,其插值效果具有较高的精度

以及较低的复杂度。相比较其他插值方法来说,径向基函数(RBF)插值法适用于多维离散点的插值计算,不会因为插值点的位置关系而产生病态系数矩阵,而且使用比较少的网格点就可以得到同最小二乘法相当的精度^[3]。

本文使用某型螺旋桨发动机样点数据,分别使用RBF模型和传统线性插值模型进行插值,并与之后试验取得的详细发动机数据进行比较来说明RBF模型的精度问题,旨在相对准确插值出所需点上的发动机瞬时推力。

1 RBF 函数插值原理

本质上,RBF方法是一系列精确插值方法的组合,即表面必须通过每一个测得的采样值,每种基函数都有不同的形状和结果。概念上讲,RBF类似于使通过样本值点的拟合曲面的表面总曲率最小化,作为精确插值器,RBF可以预测测量值所反映的曲面的极值。

假设 $s(X)$ 是需要待解的原始方程, s_i 是已知的 N 维离散点(控制点) $X_i, i=1, 2, 3, \dots, N$ 的标量值。那么数据点集合 $\{X_i\}$ 就组成了 N 维空间域 Ω 。RBF模型作为基函数

收稿日期: 2017-03-06; 退修日期: 2017-05-04; 录用日期: 2017-05-11

* 通讯作者. Tel.: 029-86832544 E-mail: lc.chao.liu@gmail.com

引用格式: LIU Chao, GUO Xiaoyu. The interpolation calculation method of engine instantaneous thrust based on RBF [J]. Aeronautical Science & Technology, 2017, 28 (06): 57-60. 刘超, 郭小玉. 基于径向基函数的发动机瞬时推力计算方法 [J]. 航空科学技术, 2017, 28 (06): 57-60.

的线性组合,其参数一般表示为插值点 X 与已知 N 个控制点的欧几里得 (Euclidean) 空间距离。换言之,待插值点是所有已知方程结果的贡献之和,由基函数控制已知控制点与待插值点的权重。假如 ϕ 作为选定的基函数, $\|\cdot\|$ 用来代表Euclidean范数,那么,RBF插值模型 s 表示为如下形式:

$$s(X) = \sum \beta_i \phi(\|X - X_i\|) \quad (1)$$

式中: $\beta_i, i=1, 2, \dots, N$ 是模型待求系数。一般地,当数据包含有噪点时,可以通过构造光滑系数来减弱噪点的影响。

对式(1)可以改写为如下线性矩阵形式:

$$[\beta_1 \ \beta_2 \ \dots \ \beta_N] \begin{bmatrix} \phi(\|X_j - X_1\|) \\ \phi(\|X_j - X_2\|) \\ \vdots \\ \phi(\|X_j - X_N\|) \end{bmatrix} = s(X_j) \quad (2)$$

对式(2)进一步整理,令:

$$X = \begin{bmatrix} \phi(\|X_1 - X_1\|) & \phi(\|X_1 - X_2\|) & \dots & \phi(\|X_1 - X_N\|) \\ \phi(\|X_2 - X_1\|) & \phi(\|X_2 - X_2\|) & \dots & \phi(\|X_2 - X_N\|) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi(\|X_N - X_1\|) & \phi(\|X_N - X_2\|) & \dots & \phi(\|X_N - X_N\|) \end{bmatrix} \quad (3)$$

则: $X[\beta_1 \ \beta_2 \ \dots \ \beta_N]^T = [s(X_1) \ s(X_2) \ \dots \ s(X_N)]^T$

因而,矩阵系数可以表示为:

$$[\beta_1 \ \beta_2 \ \dots \ \beta_N]^T = X^{-1} [s(X_1) \ s(X_2) \ \dots \ s(X_N)]^T \quad (4)$$

依据式(4)可以计算径向基函数插值模型的系数矩阵。

RBF模型根据数据类型的特点和场景,可以灵活地决定使用何种核函数。常用的径向基核函数及其表达式、用途详见表1。

表1 常用径向基核函数
Table 1 Some general RBF kernel functions

核函数	函数表达式	用途
线性分布核函数	$\phi(r) = r$	用于具有线性映射关系分布的场景
Gaussian 分布核函数	$\phi(r) = e^{-r^2/\sigma^2}$	图像插值等领域,应用广泛
Multi-Quadric 核函数	$\phi(r) = \sqrt{\frac{r^2}{\sigma^2} + 1}$	水文测量、大地测量、地质及采矿、地球物理、飞机外形设计曲面拟合等领域
逆 Multi-Quadric 核函数	$\phi(r) = \frac{1}{\sqrt{\frac{r^2}{\sigma^2} + 1}}$	微分求解、数值模拟等,也可用于其他领域
薄板样条核函数	$\phi(r) = r^2 \ln r$	一般应用于平滑和连续的面,如高程或者水平面

表1中, r 通常定义为空间中任一点 x_i 到中心点 x 之间欧氏距离的单调函数,即前面提到的 $\phi(\|X - X_i\|)$,其作用往往是局部的,即当 x_i 远离 x 时,函数取值很小; σ 为临界值之内的节点平均距离,是函数的宽度参数,控制函数的径向作用范围。

2 发动机瞬时推力计算

以某型螺旋桨发动机为例,图1给出了 $\Delta \text{ISA} + 0^\circ$ 时不同压力高度 H_p 、马赫数 Ma 下的某典型功率的推力曲线。

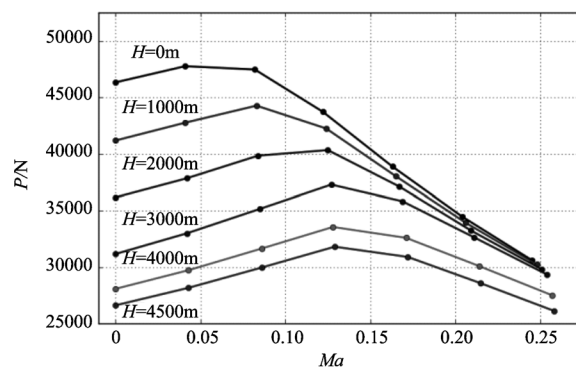


图1 发动机推力曲线

Fig. 1 The engine thrust curves

当需要计算各参数节点之间的发动机瞬时推力 P 时,需要使用当前外部大气环境温度 ΔISA 、压力高度 H_p 以及飞机马赫数 Ma 。所以,推力与各参数关系可以简写为 $P=f(\Delta \text{ISA}, H_p, Ma)$ 。对于典型三维插值问题,可以根据径向基函数的原理和方法,将具体插值过程主要分为两大步骤,即:

(1) 准备 RBF 插值模型

(a) 输入原始样点数据 $\Delta \text{ISA}_i, H_{p_i}, Ma_i, P_i, (i=1, 2, \dots, N)$ 。

(b) 计算样点之间的距离矩阵 r 。样点距离使用欧氏距离表示,矩阵每个元素 r_{ij} 可以定义为:

$$r_{ij} = \sqrt{(\Delta \text{ISA}_i - \Delta \text{ISA}_j)^2 + (H_{p_i} - H_{p_j})^2 + (Ma_i - Ma_j)^2} \quad (5)$$

(c) 选用核函数计算矩阵 A ,本算例核函数使用 Multi-Quadric。 σ 默认取值为样点数据的平均距离。

$$\sigma = \sqrt[3]{\frac{(\Delta \text{ISA}_{\max} - \Delta \text{ISA}_{\min}) \cdot (H_{p_{\max}} - H_{p_{\min}}) \cdot (Ma_{\max} - Ma_{\min})}{N}} \quad (6)$$

$$A = \sqrt{\frac{r^2}{\sigma^2} + 1} \quad (7)$$

(d) 计算样点权值矩阵 β 。

$$\beta = A^{-1}P \quad (8)$$

(2) 使用 RBF 插值模型

根据需要插值的温度 ΔISA_x 、高度 H_{px} 和马赫数 Ma_x ，计算插值点与原始样点的距离矩阵 r_x ，进而根据式 (8) 求解得到的权值系数 β 计算瞬时推力 P_x 。距离矩阵元素 r_{xi} 表示为：

$$r_{xi} = \sqrt{(\Delta ISA_x - \Delta ISA_i)^2 + (H_{px} - H_{pi})^2 + (Ma_x - Ma_i)^2} \quad (9)$$

那么，距离矩阵 A_x 为：

$$A_x = \sqrt{\frac{r_x^2}{\sigma^2} + 1} \quad (10)$$

最终可以得到所插值的瞬时推力 P_x 为：

$$P_x = A_x \beta \quad (11)$$

根据上述插值模型步骤，可以选用成熟的矩阵算法进行编程实现，而且对于 RBF 算法模型，当在输入数据样点时，就可以直接进行步骤 (1) 的算法操作，计算模型参数 β ，当使用 RBF 模型进行多次插值时，模型内部参数 β 可以多次复用，不需要再次进行求解。因此，采用矩阵算法和参数复用技术，可以保证 RBF 模型使用计算机编程容易实现，且能够保证模型的插值效率。

依据上述介绍的算法过程，使用 Python 语言实现 RBF 插值模型，然后对表 2 中样点进行插值计算，最后再使用传统线性插值方法进行插值。使用两种不同的插值方法的推理结果与发动机后期详细试验数据结果进行对比，以此评估 RBF 的插值能力与精度。

由表 2 可以得出，在原始发动机提供的节点处，如 $H_p=0\text{m}$ ，1000m，2000m，4000m，4500m， $Ma=0$ 时，误差均为 0.00%，表明 RBF 推力模型和线性模型都能准确通过插值点，给出精确的推力数据值，满足插值要求；但对于发动机样本节点之间的插值结果及其误差对比表明，RBF 插值结果在误差可控范围内，最低精度能够达到线性插值精度，甚至大部分数据点都优于线性插值结果，可以更准确地对发动机推力数据进行插值，以求取发动机供应商提供的数据节点之外的推力值。

使用 RBF 推力插值模型，通过在参数区间内的网格节点插值计算，还可以构建出发动机推力曲面，对发动机的推力特性进行深入研究和直观的数据展示。图 2 是根据原始发动机数据构建出来的环境温度为 $\Delta ISA+0^\circ$ 时发动机推力曲面，由图中可以看到，发动机推力极大值出现在小马赫数 0.05、压力高度 0m 处附近。随着压力高度增加，空气密度逐渐降低，影响了螺旋桨发动机的燃油效率，推力逐渐降低。从发动机的速度特性可以看到，低速区域发动机特性较为良好，随着马赫数增大，推力呈减弱趋势。

表 2 使用 RBF 和线性方法对发动机推力的插值结果及误差对比
Table 2 The interpolation results of engine thrust with using RBF and Linear function

高度 /m	Ma	试验值 /N	RBF		传统线性模型	
			插值结果 /N	相对误差 / (%)	插值结果 /N	相对误差 / (%)
0	0	46347.5	46347.5	0.00%	46347.5	0.00%
0	0.05	47957.4	47978.5	0.04%	47717.1	-0.50%
0	0.1	46132	46101.9	-0.07%	45804.9	-0.71%
0	0.15	40416.5	40424.3	0.02%	40431.1	0.04%
0	0.2	34885.8	34914.7	0.08%	34914.7	0.08%
0	0.24	31085.7	31099.1	0.04%	31099.1	0.04%
1000	0	41196.7	41196.7	0.00%	41196.7	0.00%
1000	0.05	43218.9	43253.1	0.08%	43100.5	-0.27%
1000	0.1	43890.2	43864.6	-0.06%	43447.9	-1.01%
1000	0.15	39662.5	39661.8	0.00%	39583.8	-0.20%
1000	0.2	34508.9	34545	0.10%	34545	0.10%
1000	0.24	30929.7	30947.4	0.06%	30947.4	0.06%
2000	0	36172.1	36172.1	0.00%	36172.1	0.00%
2000	0.05	38237.4	38238.2	0.00%	38238.2	0.00%
2000	0.1	40405.6	40378.4	-0.07%	40051	-0.88%
2000	0.15	38721.5	38680	-0.11%	38432.1	-0.75%
2000	0.2	34061.2	34096.8	0.10%	34096.8	0.10%
2000	0.24	30692.9	30714.4	0.07%	30714.4	0.07%
4000	0	28083.9	28083.9	0.00%	28083.9	0.00%
4000	0.05	30015.6	30049.9	0.11%	30049.9	0.11%
4000	0.1	32433.1	32411.9	-0.07%	32292	-0.44%
4000	0.15	33424	33398.8	-0.08%	33073.2	-1.05%
4000	0.2	30967.6	30917.6	-0.16%	30917.6	-0.16%
4000	0.24	28527.6	28537.3	0.03%	28537.3	0.03%
4500	0	26622.5	26622.5	0.00%	26622.5	0.00%
4500	0.05	28436.1	28468.5	0.11%	28468.5	0.11%
4500	0.1	30704.8	30719.2	0.05%	30571.9	-0.43%
4500	0.15	31706.1	31683.6	-0.07%	31376.2	-1.04%
4500	0.2	29444.7	29394	-0.17%	29394	-0.17%
4500	0.24	27153.5	27160.6	0.03%	27160.6	0.03%

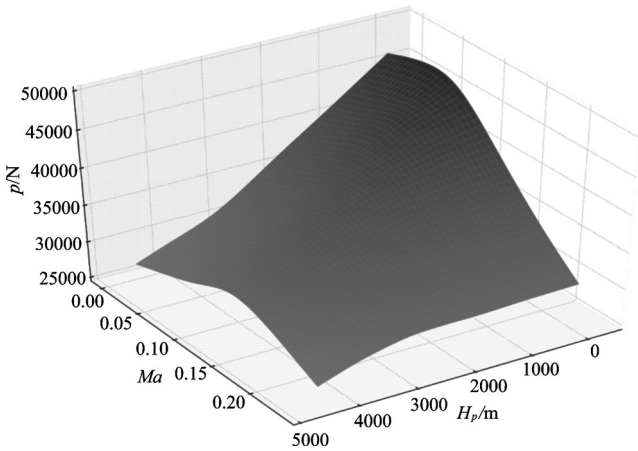


图 2 使用 RBF 模型构建的发动机推力曲面
Fig. 2 The engine thrust surface constructed using RBF function

由此可得,当飞机设计初期缺少详细发动机推力曲线数据时,可由 RBF 插值模型构建出的推力曲面来预测、研究发动机的推力极值及随参数的变化趋势等特性。所以,使用 RBF 插值方法,与传统线性插值模型相比,能够提供更准确的发动机插值结果,并且,通过 RBF 插值模型,建立并研究发动机的推力/油耗曲面,有益于准确掌握发动机性能规律,探究发动机与飞机构型、运营环境等多参数优化关系。

3 结束语

使用 RBF 插值模型进行推力插值计算,相比较传统的线性插值方法,优点在于不仅插值结果精度高,算法比较成熟,使用计算机编程容易实现,可以满足发动机瞬时推力的快速高精度插值需求,而且能够反映发动机推力随外界因素(压力高度、速度、温度)引起的性能特性变化。因此,可以根据发动机推力插值模型预测推力变化趋势及极值点位置,对发动机性能状态与飞机各飞行状态的优化具有重要意义。RBF 插值算法在飞机设计的参数的优化过程,特别是飞机性能的计算中可以广泛使用。

AST

参考文献

[1] 《飞机设计手册》总编委会. 飞机设计手册: 第 6 册 气动设

计 [M]. 北京: 航空工业出版社, 2002: 725-733.

Aircraft design manual board. Aircraft design manual: 6th Volume aerodynamic design[M]. Beijing: Aviation Industry Press, 2002: 725-733. (in Chinese)

[2] 飞机飞行性能计算手册编写组. 飞机飞行性能计算手册 [M]. 西安: 飞行力学杂志社, 1987.

Aircraft Flight Performance Calculation Manual Writing Group. Aircraft flight performance calculation manual [M]. Xi'an: Flight Mechanics Magazine, 1987. (in Chinese)

[3] 刘亚, 高超, 刘峰. 基于 RBF 插值边界条件的笛卡尔网络方法 [J]. 航空计算技术, 2008, 38 (03): 71-73.

LIU Ya, GAO Chao, LIU Feng. Acartesian grid method with RBF boundary implementation [J]. Aeronautical Computing Technique, 2008, 38 (03): 71-73. (in Chinese)

作者简介

刘超 (1988—) 男, 硕士, 助理工程师。主要研究方向: 民用飞机飞行性能设计。

Tel: 029-86832544

E-mail: lc.chao.liu@gmail.com

The Interpolation Calculation Method of Engine Instantaneous Thrust Based on RBF

LIU Chao^{1,*}, GUO Xiaoyu²

1.AVIC Aircraft CO., LTD. R&D Center, Xi'an 710089, China

2.AVIC The First Aircraft Institute, Xi'an 710089, China

Abstract: For faster and more accurate interpolation of the engine instantaneous thrust, the Radial Basis Functions (RBF) for interpolation was presented. Numerical examples showed that using RBF can ensure high accuracy interpolation result and the algorithm was mature and easily programming implementation to rapidly interpolate the engine instantaneous thrust. Engineers can promote the use of RBF among aircraft performance calculation especially in the process of the aircraft performance and parameter optimization.

Key Words: performance calculation; engine instantaneous thrust; interpolation function; radial basis functions

Received: 2017-03-06; Revised: 2017-05-04; Accepted: 2017-05-11

*Corresponding author. Tel.: 029-86832544 E-mail: lc.chao.liu@gmail.com