

DOI: 10.19452/j.issn1007-5453.2017.06.061

十字形柔性蜂窝的面内切变模量分析方法

程文杰*, 宋晓鹤

航空工业第一飞机设计研究院, 陕西 西安 710089

摘要:介绍了一种具有十字形拓扑形状的柔性蜂窝, 并对该蜂窝结构的剪切力学性能分析方法进行研究。先将其等效为正交各向异性材料, 采用代表体元法推导出十字形蜂窝的面内切变弹性模量的计算公式, 同时还研究了切变模量与蜂窝形状参数的关系, 并通过仿真分析和力学性能试验进行验证。结果表明, 基于代表体元法对十字形柔性蜂窝的面内切变模量进行分析是合理有效的, 推导出的理论公式可以指导蜂窝参数设计。

关键词:变体飞机; 十字形蜂窝; 面内剪切; 切变模量

中图分类号: TB30 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-5453 (2017) 06-0061-05

随着智能材料与结构设计技术的发展, 变体飞机的概念越来越多地被提及^[1]。近几年, 国内外相继发展了多种针对飞机不同部位的柔性变形方案, 主要有机翼平面变形、机翼翼型变形、进气道变形等。而开发相应的满足变形、承载等要求的多功能柔性蒙皮, 则是所有变体技术共同面临的重要挑战^[2,3]。

奥林匹奥 (Olympio)^[4]提出了一种采用蜂窝结构支撑硅胶面板的柔性蒙皮方案, 利用了蜂窝的面内变形, 并结合了蜂窝结构重量轻、面外刚度大的优点。而常规蜂窝结构注重刚度特性, 但是面内不易变形。通过调整蜂窝结构参数及其拓扑形状, 可以改变蜂窝的力学特性, 设计出十字形柔性蜂窝, 可用于复合式柔性蒙皮^[5,6]。

针对柔性蜂窝的力学性能开展相应的研究工作, 一方面可以探究可变形蜂窝的应用前景, 另一方面也可以为蜂窝参数设计和优化提供依据。Gibson^[7]采用梁理论推导了六边形蜂窝结构的面内切变模量 (旧称剪切模量), 推导过程中对代表体元内一些点的相对位移进行了假设限定, 而对于变形能力更强的十字形蜂窝则不适合。

本文介绍一种具有十字形拓扑形状的柔性可变形蜂窝, 给出其面内切变模量的分析方法, 并结合仿真分析和试

验进行验证。

1 十字形蜂窝结构

蜂窝结构是一种由多边单元通过镜像和阵列形成的网格结构, 常见的规则形状蜂窝有六边形蜂窝、负泊松比蜂窝、十字形蜂窝等; 这类蜂窝在受均布外力作用时, 网格内的变形可以看成均匀的, 因此, 蜂窝的力学特性可以通过这样的多边单元进行分析, 所选取的多边单元即代表体元 (Representative Volume Element, RVE)。十字形蜂窝的代表体元具有对称的三段斜壁, 如图 1 所示, 其单元结构参数有: 蜂窝壁的各段边长 a, b, c ; 蜂窝壁厚 t , 蜂窝角 α, β ; 一般情况下 $a=b=c=l$, 直壁厚度为 $2t$ 。

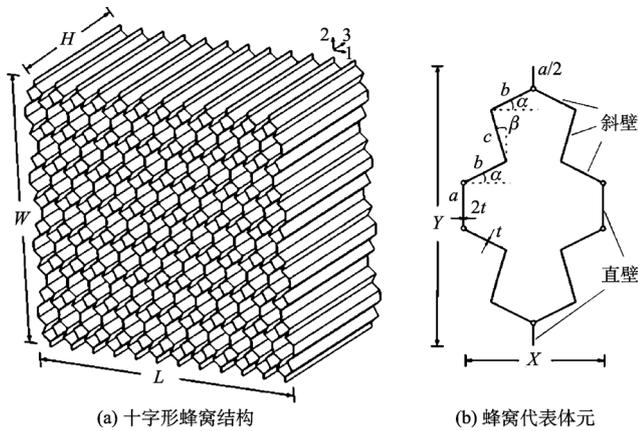
定义蜂窝结构的 1, 2, 3 方向, 1 和 2 为面内方向, X 和 Y 分别为蜂窝胞元沿 1, 2 方向的尺寸。

由于十字形蜂窝结构在 1—2 平面内具有正交的两个对称面, 因此, 结构具有正交各向异性特性, 其力学性能可以由 9 项工程常数表示, 即 $E_1, E_2, E_3, \nu_{12}, \nu_{13}, \nu_{23}, G_{12}, G_{13}, G_{23}$ 。文献 [8] 通过欧拉梁理论推导了蜂窝结构的面内弹性模量力学特性, 得到蜂窝等效弹性常数与蜂窝结构参数的关系, 如式 (1) 所示。

收稿日期: 2017-01-16; 退修日期: 2017-02-15; 录用日期: 2017-02-20

* 通讯作者. Tel.: 029-86832310 E-mail: 373682099@qq.com

引用格式: CHENG Wenjie, SONG Xiaohuo. Analysis method for the in-plane shear modulus of cruciform flexible honeycomb[J]. Aeronautical Science & Technology, 2017, 28 (06): 61-65. 程文杰, 宋晓鹤. 十字形柔性蜂窝的面内切变模量分析方法[J]. 航空科学技术, 2017, 28 (06): 61-65.



(a) 十字形蜂窝结构 (b) 蜂窝代表体元

图1 十字形蜂窝的单元结构参数

Fig.1 Element parameters of cruciform honeycomb

$$\begin{cases} E_1 = E_s \left(\frac{t}{l}\right)^3 \frac{2 \cos \alpha - \sin \beta}{1 + 2 \sin \alpha + \cos \beta} \cdot \frac{1}{7 \cos^2 \beta + 12 \cos \beta \sin \alpha + 8 \sin^2 \alpha} \\ E_2 = E_s \left(\frac{t}{l}\right)^3 \frac{1 + 2 \sin \alpha + \cos \beta}{2 \cos \alpha - \sin \beta} \cdot \frac{1}{7 \sin^2 \beta - 12 \sin \beta \cos \alpha + 8 \cos^2 \alpha} \\ \nu_{12} = \frac{2 \cos \alpha - \sin \beta}{1 + 2 \sin \alpha + \cos \beta} \cdot \frac{-7 \sin 2 \beta + 12 \cos(\alpha + \beta) + 8 \sin 2 \alpha}{14 \cos^2 \beta + 24 \cos \beta \sin \alpha + 16 \sin^2 \alpha} \end{cases} \quad (1)$$

式中: E_s 为母体材料弹性模量。

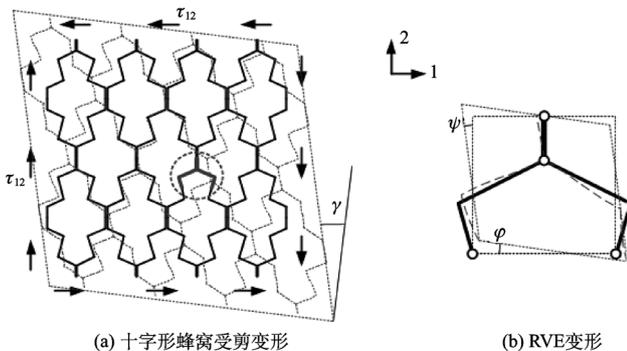
2 面内切变模量理论推导

2.1 公式推导

采用代表体元法分析十字形蜂窝的面内切变模量。如图 2 (a) 所示,分析十字形蜂窝受面内剪切作用后的变形情况,可以看出,其 1/4 蜂窝单元具有一致的变形。因此,选取 1/4 蜂窝单元为十字形蜂窝面内剪切代表体元,如图 2 (b) 所示。

蜂窝受剪切作用变形后的剪切角 γ 可由该代表体元的变形表达:

$$\gamma = \varphi + \psi \quad (2)$$



(a) 十字形蜂窝受剪变形 (b) RVE变形

图2 剪切载荷下的蜂窝代表体元法分析

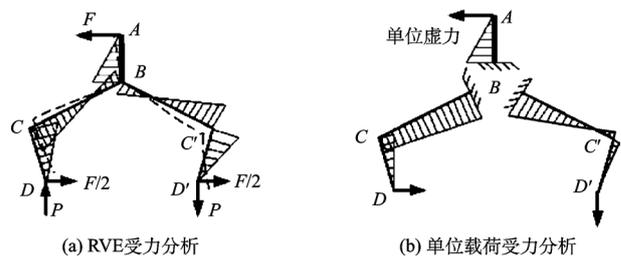
Fig.2 Analysis of the honeycomb RVE under shear load

采用单位载荷法分析十字形蜂窝的面内剪切代表体元模型,如图 3 所示。当蜂窝在面内呈平面纯切应力(旧称剪应力)状态 τ_{12} 时,代表体元在端点 A 处受反对称载荷,因此, A 处弯矩为 0; 由结构和载荷对称性可以看出端点 D 和 D' 处弯矩均为 0。端点处受力 F 和 P 达到平衡,且:

$$\begin{cases} F = \tau_{12} XH \\ 2PX = FY \end{cases} \quad (3)$$

式中: $X = l(4 \cos \alpha - 2 \sin \beta)$; $Y = l(2 + 4 \sin \alpha + 2 \cos \beta)$; H 为蜂窝结构垂直于 1—2 平面方向的高度。

由此可求得代表体元在剪应力作用下的内弯矩分布情况,如图 3 (a) 所示。



(a) RVE受力分析 (b) 单位载荷受力分析

图3 蜂窝代表体元的单位载荷法分析

Fig.3 Unit load method of the honeycomb RVE

固定 B 点作为参考点,采用单位载荷法分别求 BA、BCD、BC' D' 各段的内弯矩分布情况和变形,如图 3 (b) 所示,得到端点 A, D, D' 的位移:

$$\begin{cases} u_A = \frac{Fl^3}{16E_s Ht^3} \\ v_A = 0 \\ u_D = u_{D'} = \frac{Fl^3}{4E_s Ht^3} \left[2 \left(\cos \beta + \sin \beta \frac{Y}{X} \right) (2 \cos \beta + \sin \alpha) - 3 \cos \beta - 4 \sin \alpha \right] \\ v_D = -v_{D'} = \frac{Fl^3}{4E_s Ht^3} \left[2 \left(\cos \beta + \sin \beta \frac{Y}{X} \right) (2 \sin \beta - \cos \alpha) - 3 \sin \beta + 4 \cos \alpha \right] \end{cases} \quad (4)$$

假设小变形情况下,各点位移均为小量,通过几何关系可近似得到:

$$\begin{cases} \varphi = \tan \varphi = \frac{4v_D}{X} \\ \psi = \tan \psi = \frac{u_A + u_D}{Y/4} \end{cases} \quad (5)$$

将式 (2) ~ 式 (5) 代入切变模量公式,可以推导出十字形蜂窝的面内等效切变模量为:

$$G_{12} = \frac{\tau_{12}}{\gamma} = E_s \left(\frac{t}{l} \right)^3 f(\alpha, \beta) \quad (6)$$

$$\text{式中: } f(\alpha, \beta) = \frac{4(1 + 2\sin\alpha + \cos\beta)(2\cos\alpha - \sin\beta)}{y_1 + y_2 + y_3};$$

$$y_1 = 48\cos^2(\alpha - \beta);$$

$$y_2 = (64\sin\beta - 32\cos\alpha)\cos(\alpha - \beta);$$

$$y_3 = 36\cos^2\alpha + 29\sin^2\beta - 52\cos\alpha\sin\beta.$$

2.2 切变模量与蜂窝参数的关系

从式(6)可以看出,十字形蜂窝的面内切变模量与蜂窝使用的材料弹性模量成正比,与蜂窝参数 l/t 的三次方成反比,另外与蜂窝角 α, β 有关。下面以铝蜂窝为例,直观地给出十字形蜂窝面内剪切模量与蜂窝角之间的关系。按照式(6)结果,给出了 $E_s=70\text{GPa}$, $l=2\text{mm}$, $t=0.05\text{mm}$ 的情况下,十字形蜂窝面内切变模量随蜂窝角的变化情况,如图4所示。

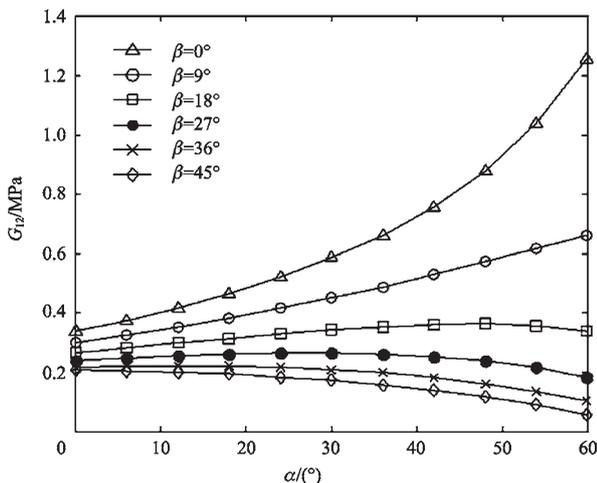


图4 蜂窝面内切变模量 G_{12} 随 α 和 β 的变化

Fig.4 In-plane shear modulus G_{12} of the honeycomb varies with α and β

3 仿真分析

采用有限元仿真方法分析蜂窝结构的力学特性,验证理论结果是否正确,同时对蜂窝结构变形的非线性力学特性进行研究。

以 $l=2$, $t=0.05$, $\alpha=13^\circ$, $\beta=0^\circ$ 的铝蜂窝模型为例,介绍仿真过程,采用ABAQUS软件建立十字形蜂窝结构有限元模型,如图5所示,蜂窝壁用壳单元模拟,模型长度 $L=77.9\text{mm}$,宽度 $W=76.4\text{mm}$,高度 $H=10\text{mm}$ 。

采用大刚度梁模拟平行四边形机构,设置边框的刚度远大于蜂窝壁,用Coupling命令对边4个角点进行约束处理,模拟铰链。将结构下端固支,在上端施加水平方向载荷 F ,得到上端水平位移 u 随载荷 F 的变化,代入式(7)即可

得到蜂窝结构的面内等效切变模量。

$$G_{12} = \frac{\tau_{12}}{\gamma} = \frac{F/LH}{u/W} \quad (7)$$

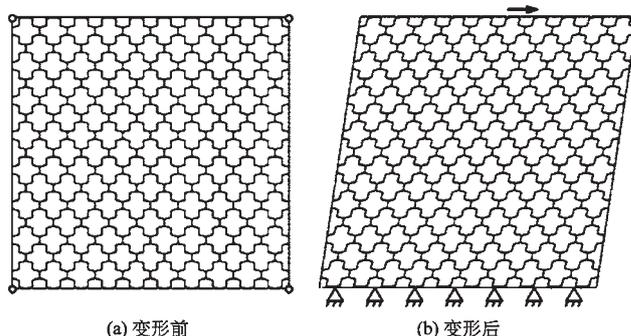


图5 十字形蜂窝面内切变变形仿真

Fig.5 Morphing simulation for the in-plane shear of the cruciform honeycomb

图6显示了该尺寸十字形蜂窝结构的面内等效切变模量随切应变(旧称剪应变)的变化规律,当切变角超过 75° 后,蜂窝网格发生了畸变。可以看出,十字形蜂窝结构的切变模量具有较小的非线性,在计算时可以忽略不计。在小变形假设情况下,该蜂窝面内等效切变模量仿真解为: $G_{12}=0.422\text{MPa}$ 。其理论解可由式(6)得到: $G_{12}=0.423\text{MPa}$,两者吻合。

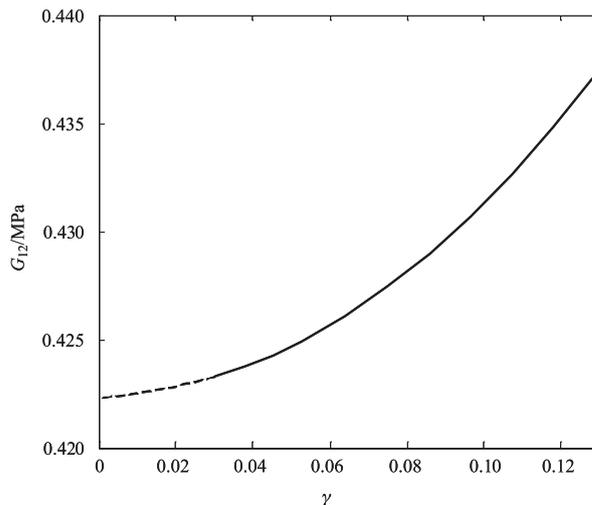


图6 十字形蜂窝面内切变模量的非线性解

Fig.6 Non-linear solution of the cruciform honeycomb's in-plane shear modulus

4 偏轴拉伸试验

为了验证本文的十字形柔性蜂窝面内等效切变弹性模量分析方法,设计了偏轴拉伸试验,试验件如图7所示。针对参数为 $l=6\text{mm}$, $t=1.2\text{mm}$, $\alpha=\beta=0^\circ$ 的十字形蜂窝,分别设计了1方向、2方向和 45° 角方向的拉伸试验件,通过拉伸

试验测得该十字形蜂窝的3个方向弹性模量,通过正交各向异性材料的切变模量公式就可以得到 G_{12} 的值。

$$G_{12} = \frac{1}{\frac{4}{E_{45^\circ}} - \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} - \frac{2\nu_{12}}{E_1} \right)} \quad (8)$$

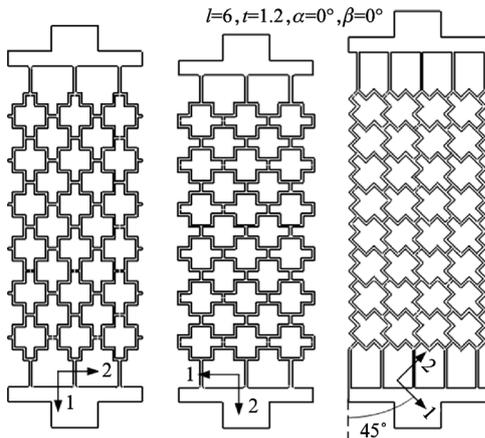


图7 偏轴拉伸分析的蜂窝模型

Fig.7 Honeycomb models for off-axis tensile analysis

采用有机玻璃 (PMMA) 材料板,通过激光切割加工得到相应尺寸和形状参数的蜂窝,在 INSTRON 电子万能试验机上进行拉伸试验,测定蜂窝的弹性模量,试验件如图 8 所示。

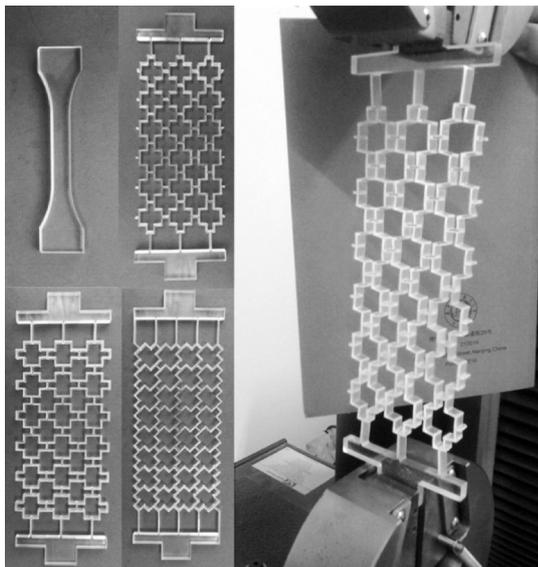


图8 PMMA 蜂窝拉伸试验

Fig.8 PMMA honeycomb tensile test

有机玻璃在常温下属于脆性材料,配合引伸计对 PMMA 拉伸试验件进行拉伸试验,测得有机玻璃材料的弹性模量 $E_s=1.98\text{GPa}$ 。接着对三组蜂窝试验件进行拉伸测试,通过数据处理得到弹性模量 E_1, E_2, E_{45° 的试验值,结合

式 (8) 计算出 G_{12} 。

表 1 列出了面内弹性模量的理论、仿真和试验值,其中, $E_1, E_2, \nu_{12}, G_{12}$ 的理论值均通过本文公式计算给出, $E_1, E_2, E_{45^\circ}, \nu_{12}, G_{12}$ 的仿真值均通过有限元仿真计算给出。通过数据对比,验证了文中十字形蜂窝切变模量分析方法的正确性。

表 1 PMMA 蜂窝的面内弹性模量

Table 1 In-plane elastic modulus of PMMA honeycomb

力学性能	E_1/MPa	E_2/MPa	E_{45°/MPa	ν_{12}	G_{12}/MPa
理论值	2.263	1.980	-	0.857	4.874
仿真值	2.243	1.986	10.246	0.857	4.873
试验值	2.165	2.071	10.889	0.857	4.667

5 结束语

通过选取合适的代表体元,结合单位载荷法推导出十字形蜂窝结构的面内等效剪切弹性模量公式,并结合仿真和试验分析,可以得到以下结论:

(1) 十字形蜂窝的力学性能可由正交各向异性材料来表征,其各向弹性模量及泊松比与蜂窝参数有关,具有可设计性。

(2) 经试验验证,采用代表体元法推导的蜂窝力学性能公式正确有效,可以作为十字形蜂窝的设计依据。 **AST**

参考文献

- [1] Barbarino S, Bilgen O, Ajaj R M, et al. A review of morphing aircraft[J]. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 2011, 22 (9): 823-877.
- [2] Thill C, Etches J, Bond I, et al. Morphing skins[J]. The Aeronautical Journal, 2008, 112 (1129): 117-139.
- [3] 尹维龙. 可变后缘弯度机翼柔性蒙皮的刚度需求分析 [J]. 中国科学, 2010, 40 (9): 1090-1094.
YIN Weilong. Analysis of stiffness requirements for the flexible skin of wing variablecamber trailing edge[J]. Science China, 2010, 40 (9): 1090-1094. (in Chinese)
- [4] Olympio K R, Gandhi F. Flexible skins for morphing aircraft using cellular honeycomb cores[J]. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 2010, 21 (17): 1719-1735.
- [5] Olympio K R, Gandhi F. Zero Poisson's ratio cellular honeycombs for flex skins undergoing one-dimensional morphing[J]. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 2010, 21: 1737-1753.
- [6] Zhang P, Zhou L, Qiu T. Design and application of cross-shaped

- cellular honeycombs for a variable camber wing[J]. Journal of Aircraft, 2012, 49 (5): 1451-1459.
- [7] Gibson L J, Ashby M F, Cellular Solids. Structure and properties[M]. Cambridge University Press, 1999.
- [8] 程文杰,周丽,张平,等. 零泊松比十字形混合蜂窝设计分析及其在柔性蒙皮中的应用 [J]. 航空学报, 2015, 36 (2): 680-690. CHENG Wenjie, ZHOU Li, ZHANG Ping, et al. Design of a zero Poisson's ratio mixed cruciform honeycomb and its application in flexible skin[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2015, 36 (2): 680-690. (in Chinese)
- 作者简介**
程文杰 (1992—) 男, 硕士, 助理工程师。主要研究方向: 飞机机翼强度设计。
Tel: 029-86832310
E-mail: 373682099@qq.com

Analysis Method for the In-plane Shear Modulus of Cruciform Flexible Honeycomb

CHENG Wenjie*, SONG Xiaohe

AVIC The First Aircraft Institute, Xi'an 710089, China

Abstract: In this dissertation, a kind of flexible honeycomb with a topological shape of cruciform was introduced. Research on the analysis method for the shear mechanical properties of the honeycomb structure was carried out. The in-plane shear modulus of the honeycomb was analyzed by representative volume element method, since the honeycomb was equivalent to an orthotropic material. The relationship between shear modulus and shape parameters of the honeycomb was studied. Simulation and mechanical tests show correct results accordant with the analytical method. The formulas can be used for the honeycomb parameters design.

Key Words: morphing aircraft; cruciform honeycomb; in-plane shear; equivalent elastic modulus

Received: 2017-01-16; Revised: 2017-02-15; Accepted: 2017-02-20

*Corresponding author. Tel. :029-86832310 E-mail: 373682099@qq.com