# 飞机地面运动的静摩擦力模型

甘欣\*

中航工业第一飞机设计研究院 西安 710089

摘 要:针对飞机的地面运动,尤其是多轮多支柱飞机的地面运动问题,提出了一种静摩擦力建模方法:将摩擦力定义为轮子弹性变形量的函数,而这种弹性变形量及其变形速度是可以计算的。这是一种静摩擦力的动力学模型。使用这种模型,能够求得飞机上每个轮子的各向摩擦力分量,将其计入飞机的动力学方程,就能够实现飞机地面运动的仿真,并且该模型不存在静不定问题。该模型已经在模拟器中得到初步验证。结果表明,仿真结果与理论计算结果高度吻合。该方法可以应用于飞机地面运动仿真。

关键词:力学,动力学,仿真,摩擦,静不定

#### 中图分类号: V216.7 文献标识代码: A 文章编号: 1007-5453 (2016) 06-0034-05

在飞行仿真技术中,关于飞机地面运动仿真的理论不如在空中飞行的仿真理论那样成熟而通用。主要原因在于对静摩擦力的处理上存在困难。

对于静摩擦的处理,多数传统方法使用基于约束的理论,这样推导飞机地面运动方程的过程相当复杂,而且推导结果与空中飞行的运动方程不一致,因为空中飞行是没有约束的自由运动。

对此,拟进行一项研究,试图建立一种静摩擦力的动力 学模型,该模型能够根据飞机当前的运动状态(不包含加速 度和角加速度)直接求得静摩擦力,将其计人飞机的自由动 力学方程后,实现飞机地面运动的仿真。

# 1 飞机地面运动建模分析

#### 1.1 飞机地面运动受力分析

飞机在地面上的运动包括停放和滑行2种典型情况。此时,飞机受到的外力包括:重力、发动机推力、空气动力以及来自地面的作用力。正常情况下,地面对飞机的作用力是通过飞机起落架上的轮子传递到机体的。

飞机至少要有3个起落架,大型或特种飞机的起落架数量更多。每个起落架至少有一个轮子。当飞机在地面停放时,至少要有3个轮子与地面相接触,当飞机进行滑行尤其是高速滑行时,可能会有一部分轮子离开地面,其余的轮

子仍与地面相接触。当飞机的某个轮子与地面没有接触时,可认为地面对这个轮子的作用力是零,否则,地面就通过这个轮子对飞机产生作用力。

每个轮子与地面接触时会形成一块接触面。近似情况下,可以认为这个接触面是平面的一部分,其边界是一条封闭的曲线。地面与轮子的相互作用力分布在这块接触面之内。

接触面内的分布力可以简化为作用于某一点的集中力,这个集中力可以正交分解为支撑力N和摩擦力。支撑力的方向始终与接触面垂直,摩擦力始终在接触面内。摩擦力又可以进一步正交分解为与轮轴平行的侧向摩擦力 $F_{fLG}$ ,如图 1 所示。

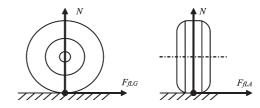


图 1 一个轮子上的地面作用力的正交分解 Fig.1 Orthogonal decomposition of the force on a wheel

一架飞机所受到的地面作用力等于各个轮子所受到 的地面作用力的合力。各个轮子的地面作用力对飞机的质

收稿日期: 2016-03-11; 退修日期: 2016-04-12; 录用日期: 2016-04-15

引用格式: GAN Xin. A static friction model of aircraft motion on ground [J]. Aeronautical Science & Technology,2016,27(06): 34-38. 甘欣. 飞机地面运动的静摩擦力模型 [J]. 航空科学技术,2016,27(06):34-38.

心还会有力矩作用,这些力矩也可以求和。在对各个轮子的力和力矩求和时需要注意的是,飞机各主起落架的轮轴是相互平行的,并且都与飞机"体轴系"的横轴平行,但飞机的前轮是可以转向的。当前轮有转角时,前轮轴与主起落架的轮轴并不平行。对此,在求和时应注意坐标系的统一化。

#### 1.2 支撑力的动力学解决方法

为了模拟飞机地面运动中的垂向运动,必须建立支撑力的动力学模型。关于地面支撑力的动力学模型已经相当成熟。在这些模型中,支撑力已经不被当作一种支反力来看待,而是作为系统状态即位置、姿态、速度和角速度的多元函数<sup>[1]</sup>。这样一来,地面支撑力的模型和空气动力的模型是相似的,即它们都是运动状态的函数,是一种动力学模型。

# 1.3 静摩擦的处理

在大多数力学文献中,摩擦力都属于"静力学"的研究范畴<sup>[2]</sup>。按照静力学理论,摩擦可分为滑动摩擦和滚动摩擦。两种摩擦所产生的力或力矩的大小或最大值都与支撑力成正比。既然支撑力的计算已经解决,那么摩擦力的计算就已经具备了一个条件。

在摩擦力理论中,滑动摩擦可分为动摩擦和静摩擦两种情况。如果相互接触的一对物体即摩擦副之间发生相对运动,则它们之间会有动摩擦力。如果摩擦副之间仅有相对运动的趋势,但没有发生相对运动,则二者之间可能会有静摩擦力。

根据摩擦力理论,动摩擦力 $F_{fskid}$ 可以按以下公式来计算:

$$F_{fskid} = F_{fskid} N \tag{1}$$

式中:  $F_{fskid}$  称为滑动摩擦系数, 对于高速滑行的飞机来说, 滑动摩擦系数并不是常数, 而是滑动速度等因素的函数。

对于给定的摩擦副和物体的运动状态,动摩擦力的计算条件都是已知的。但是,对于静摩擦的处理上,情况却相当复杂。

静摩擦可以看作理想约束,因此,可以根据动力学普遍方程或拉格朗日方程推导出剩余自由度的动力学方程。传统的静摩擦处理方法就是这样的。除此之外,还有一些文献提出了类似的或不同的处理方法<sup>[3,4]</sup>,但这些方法普遍存在以下问题:

(1) 推导或使用复杂,或者必须依赖于专用的开发工具,实用性和通用性不足。

(2) 没有解决静不定问题,即不能保证求得每个轮子的摩擦力,主起落架往往被当作一个整体来看待。

# 2 静摩擦力的动力学模型

#### 2.1 模型的提出

受一般动力学模型的启发,可以考虑将每个轮子的静摩擦力定义为某个弹性变形量的函数。

实际上,当受到一定范围的外力时,飞机从部件到整体都会发生一定程度的弹性变形。对于起落架机构来说,减振器的压缩量可达几十厘米,轮胎的压缩量也可达几厘米到十几厘米,都属于明显的弹性变形。

当飞机所受到的摩擦力的大小或方向在正常范围内变化时,如果以飞机体轴系为参考,则起落架一定也会发生相应的弹性变形。起落架与机体相连接的结构是刚度很大的金属部件,纵向和侧向的变形量可能较小,但是轮胎则可能会产生较大的变形,如图 2 所示。

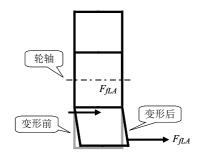


图 2 侧向摩擦力导致轮胎变形示意图

Fig.2 Tire deformation resulted from lateral friction force

无论具体的变形情况如何,综合地看,对于飞机来说,在受到纵向或侧向摩擦力时,某个轮子的摩擦力的作用点在体轴系产生几厘米到十几厘米的累积变形是完全有可能的,如图 3 所示。

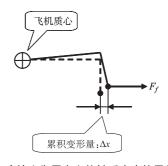


图 3 摩擦力作用点在体轴系产生的累积变形

Fig.3 Accumulated deformation of friction point on body axis system

起落架的变形量及其测量问题可以进一步讨论。但即使其变形量很小,也完全可以假想一种虚拟变形量,将其与

摩擦力相联系。

基于这种思想,根据动力学的一般方法,可以将某个轮子 所受特定方向的静摩擦力  $F_r$ 定义为相应的变形量  $\Delta x$  的函数:

$$F_{i} = k \Delta x + \mu \Delta x \tag{2}$$

式中: k 表示轮子在特定方向的变形刚度系数;  $\mu$  表示轮子对特定方向变形速度的阻尼力系数。

式(2)中,k和µ的值取决于飞机的结构特性。式(2)给出的函数是线性函数,其实也可以是非线性的函数。函数形式应取决于精度需求和系统的实际情况。无论何种形式,都是将静摩擦力定义为某个变形量和变形速度的函数。这个变形量是摩擦力作用点在飞机体轴系的移动量。

如果用 $\nu_x$ 表示未变形时摩擦力作用点在地面参考系的速度沿特定变形方向的投影,则变形量的运动学方程可以表示为:

$$\Delta \dot{x} = -v_{x} \tag{3}$$

对式 (3) 进行积分,就可以求得变形量  $\Delta x$ 。

静摩擦力有一个重要特点,即在给定的正压力下,它存在一个最大值  $F_{max}$ :

$$F_{\text{fmax}} = F_{\text{static}} N$$
 (4)

式中: $F_{\text{static}}$ 表示静摩擦系数。

根据摩擦力理论,当静摩擦力达到最大值并且继续发生相对运动的趋势时,这对摩擦副将发生相对运动,摩擦将由静摩擦变为动摩擦。动摩擦系数通常比静摩擦系数略小。如果考虑到这一点,则静摩擦与动摩擦之间的过渡关系会相当复杂。如果适当降低仿真的精度需求,则可以忽略这一特点,即认为 $F_{\text{static}}=F_{\text{skid}}$ 。经这样处理后,轮子在静摩擦与动摩擦的过渡过程中,力总是连续的,而动摩擦力相当于静摩擦力的饱和值。最终,特定方向上的摩擦力导致的相应变形量的运动学方程可以补充为以下更完整的形式:

$$\Delta \dot{x} = \begin{cases} 0 & (F_f < -F_{f \max}) \\ -\nu_x & (-F_{f \max} \le F_f \le F_{f \max}) \\ 0 & (F_{\max} < F_f) \end{cases}$$
 (5)

既然摩擦力有最大值,那么变形量也会存在最大值,即存在:

$$\Delta x_{\text{max}} = \frac{F_{f \text{ max}}}{k} \tag{6}$$

式(2)、式(5)和式(6)就是本文给出的关于静摩擦力的动力学模型。对于模型中的变形速度和最大静摩擦力将在后文给出详细说明。

# 2.2 变形速度

决定静摩擦力大小的变形量是指摩擦力的实际作用点

在飞机体轴系发生的移动量,即图 3 中实线末端相对于虚线末端的移动量。移动量对时间的变化率就是变形速度。

根据运动学理论,如果飞机质心在地面参考系的速度向量为 $v_c$ ,飞机的角速度向量为 $\omega$ ,某个轮子的摩擦力作用点在飞机几何参考系的位置 $r_i^c$ 飞机质心在飞机几何参考系的位置为 $r_c^c$ ,则变形速度 $\Delta \dot{r}_i^c$ 可表示为:

$$\Delta \dot{\mathbf{r}}_{c}^{G} = -[\mathbf{v}_{c} + \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{r}_{c}^{G} - \mathbf{r}_{c}^{G})]$$
 (7)

将  $\Delta \dot{r}_{i}^{G}$ 沿轮轴投影,就得到侧向变形速度,沿滚动方向投影,就得到纵向变形速度。

#### 2.3 最大静摩擦力

为了确定静摩擦力,不仅需要知道与摩擦力相应的变 形量和变形速度,还需要知道当前条件下的最大静摩擦力。

当一个普通的轮子与地面相接触时,二者之间可能存在3种摩擦情况:侧向滑动摩擦、纵向滑动摩擦和纵向滚动摩阻。本文不讨论滚动摩阻的计算。

# (1) 侧向最大静摩擦力

如前所述,侧向滑动摩擦的最大静摩擦力取决于轮子与地面之间的静摩擦系数和二者之间的正压力,其计算公式与式(4)相同。

# (2) 纵向最大静摩擦力

纵向最大静摩擦力与刹车装置有关。对于没有刹车作用的轮子,近似地可以认为它的纵向滑动摩擦力为零。例如,飞机的前轮就是这样的,对于有刹车作用的轮子,它的纵向摩擦力一般不为零,并且它的纵向摩擦力也存在一个最大值。纵向摩擦力的最大值既与轮胎与地面之间的摩擦有关,也与刹车作用的强弱有关。飞机主起落架上的轮子就是这样的。

图 4 是一个有刹车装置的轮子的结构示意图。图中, $F_{fGmax}$  表示地面有可能作用于该轮子的最大纵向摩擦力; $M_{Bmax}$  表示刹车装置的当前正压力有可能产生的最大摩擦力对轮轴的力矩。

轮胎和地面之间存在一对摩擦副(以下称轮胎-地面

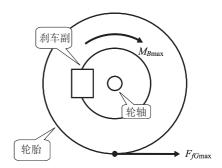


图 4 有刹车机构的轮子 Fig.4 A wheel equipped with a brake

副),刹车钳与刹车盘之间也存在一对摩擦副(以下称刹车副)。这两对摩擦副都可能会静止,也可能会滑动。

如果轮轴相对于地面静止,显然两对摩擦副都是静止的。如果轮轴相对于地面有运动,那么轮子相对于地面有可能是滚动也有可能是滑动。其判断条件应该与地面纵向摩擦力 $F_{ICmax}$ 对轮轴的力矩 $M_{Gmax}$ 和刹车副的力矩 $M_{BGmax}$ 的大小有关。

 $F_{Gmax}$  的计算公式为:

$$M_{G\text{max}} = F_{G\text{max}} L_{fG} \tag{8}$$

式中: $L_{C}$ 表示地面纵向摩擦力对轮子轴的力臂。

当刹车副滑动,而轮胎 – 地面副静止时,轮子处于滚动状态。轻度刹车时往往就是这种情况。此时  $M_{Gmax}>M_{BGmax}$ , 当刹车副静止,而轮胎 – 地面副滑动时,轮子处于滑动状态。重度刹车时,刹车会"抱死",轮胎会"打滑",就属于这情况。此时:  $M_{Gmax}>M_{BGmax}$ ,在实际系统中,不会严格地出现  $M_{max}>M_{BGmax}$  的情况,但二者的关系可能会出现频繁的交替。这种情况往往也属于重度刹车情况。

根据以上判断,能够确定轮子在给定刹车条件下的纵向最大静摩擦力 $F_{fcmax}$ :

$$F_{fLG\,\text{max}} = \begin{cases} F_{fG\,\text{max}} & (F_{fG\,\text{max}} L_{fG} \le M_{B\,\text{max}}) \\ M_{B\,\text{max}} / R_B (F_{fG\,\text{max}} L_{fG} > M_{B\,\text{max}}) \end{cases} \tag{9}$$

式中:  $R_B$  表示刹车钳对刹车盘的摩擦力作用点对轮轴的半径。

#### 2.4 飞机地面运动静不定问题的解决

静力学理论认为,在进行受力分析时,可能会遇到静不 定问题,也就是给定的条件不足以求得所有的力。

当飞机在地面停放或滑行时,确实会出现静不定情况。 最典型的如各轮子的侧向摩擦力就是静不定的。原因是侧向力只有一个力平衡方程和一个力矩平衡方程,而飞机可能有3个以上的轮子与地面接触,根据平衡方程无法求得各个轮子的侧向摩擦力。

静力学理论认为,对于静不定问题,必须考虑物体的变形才能解出各个力的大小。

本文提出的静摩擦力模型就是将各轮子的静摩擦力定 义为相应变形量的函数。因此,用这一方法研究飞机的地面 运动时,解决了可能遇到的静不定问题。因此,本文提出的 方法能够适用于具有多轮多支柱起落架的大型飞机。

# 3 笪例

# 3.1 算例设计

本文提出的模型是否正确、可用,需要通过仿真计算或

试验进行验证。经分析认为,飞机在地面滑行时的最小转弯 半径试验是一项很有说服力的仿真试验。

选取一种起落架为前三点式布局的飞机的模拟器。飞机起落架的布局如图 5 所示。图中L 表示前主轮距,W 表示主轮距, $\psi_{NW}$  表示前轮偏转角,R 表示主起落架中心点的转弯半径。

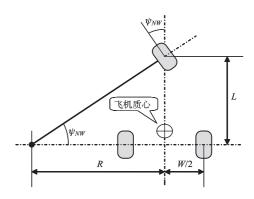


图 5 一种飞机的起落架布局 Fig.5 Landing gear layout of an aircraft

根据几何理论,如果飞机在地面滑行时,3个起落架上的轮子都没有发生侧向滑动,则主起落架中心点的转弯半径为:

$$R = \frac{L}{\tan \psi_{NW}} \tag{10}$$

为了进行验证,设计试验步骤以及评估方法如下:

飞机先以大约 10km/h 的速度作直线滑行;飞行员迅速转动转弯手柄至左极限(或右极限),飞机前轮在转弯作动器的驱动下逐渐达到极限偏角 60°;保持这一偏角作圆周滑行。试验中,记录 3 个起落架和主起落架中心点在地面参考系的坐标;针对记录的数据,测量各点轨迹的圆周半径。判断所测的圆周半径是否与解析法得到的理论转弯半径一致。

#### 3.2 计算结果

使用本文提出的摩擦力模型,按以上步骤进行了飞机 地面滑行仿真试验,根据试验数据绘制了若干典型位置的运 动轨迹,如图 6 所示。

由图 6 可知,该型飞机前主轮距为 14.0m,主轮距为 8.0m。当飞机前轮偏转角达到 60°,并保持此偏转角转弯一周以上时,各记录点的轨迹都形成圆形闭合曲线。其中,主起落架中心点轨迹的测量直径约为 16.2m,相当于半径为 8.1m。根据式 (10),该点的理论半径应为: *R*=14/tan (60°)=8.08m。可见,试验结果与理论值高度接近,初步验证了本文提出的模型。

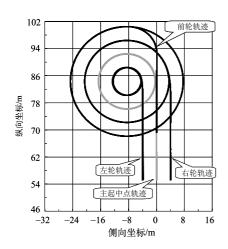


图 6 典型位置的运动轨迹 Fig.6 Tracks of some typical points

# 4 结束语

为了实现飞机地面运动仿真,提出了一种静摩擦力的动力学模型。这一模型已经成功地应用于若干飞行模拟器项目,并且通过了初步的验证。文中提出的关于静摩擦力的动力学模型具有一般性,对于其他涉及静摩擦力的仿真研究也具有参考价值。不过该方法仍然有一些内容值得做进一步研究,如摩擦力导致的变形量和结构阻尼的测量、静摩擦力导致的变形量的饱和边界等。

#### 参考文献

[1] 袁东.飞机起落架仿真数学模型建立方法[J].飞行力学,

2002, 12 (20): 44-47.

YUAN Dong. Establishment method of a landing-gear simulation model [J]. Flight Dynamics, 2002, 12 (20): 44-47. (in Chinese)

[2] 和兴锁,张劲夫,高行山.理论力学[M].北京:科学出版社, 2005

HE Xingsuo, ZHANG Jingfu, GAO Xingshan. Theoretical mechanics [M].Beijing; Science Press, 2005. (in Chinese).

[3] 顾宏斌.飞机地面运行的动力学模型 [J]. 航空学报, 2001, 22 (2): 163-167.

GU Hongbin. Dynamic model of aircraft ground handling [J]. ACTA Aeronautica ET Astronautica Sinica, 2001, 22 (2): 163-167. (in Chinese).

[4] 张明, 聂宏, 魏小辉. 多轮起落架飞机滑行操纵动力分析 [J]. 南京航空航天大学学报, 2008, 40 (4): 542-546.

ZHANG Ming, NIE Hong, WEI Xiaohui. Dynamics analysis of aircraft ground handing with multi-wheel landing gears[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2008, 40 (4): 542-546. (in Chinese)

# 作者简介

甘欣(1968-)男,高级工程师。主要研究方向:飞机的飞行力学。

Tel: 029-86832752

E-Mail: 382072303@qq.com

# A Static Friction Model of Aircraft Motion on Ground

## **GAN Xin\***

AVIC The First Aircraft Institute, Xi'an China, 710089

Abstract: To study aircraft motion on ground, especially for an aircraft with multi struts and multi wheels, supplied a model of static friction which defined a friction force as a function of the elastic deformation of a wheel. The elastic deformation and its rate were computable. Then the model is a kind of dynamics models. Using the model, all components of friction force on every wheel can be calculated. By reckoning all friction forces into the motion equations, the simulation on ground could be achieved. The issue of static indeterminacy does not exist in the model. The model has been verified partly in a simulator. The simulating result was coincident with the analytical result. The model can be applied in simulating of aircraft motion on ground.

Key Words: mechanics; dynamics; simulation; friction; static indeterminacy

**Received:** 2016-03-11; **Revised:** 2016-04-12; **Accepted:** 2016-04-15 \*Corresponding author. Tel.: 029-86832752 **E-mail:** 382072303@qq.com