DOI: 10.19452/j.issn1007-5453.2017.02.039

## 一种基于欧拉方程的动导数简化计算方法

## 宋万强\*,徐悦

中国航空研究院 航空数值模拟技术研究应用中心,北京 100012

摘 要:动导数是飞机飞行品质分析的关键参数,在飞机概念设计阶段快速可靠地预测动导数可缩短设计周期并减少成本。基于欧拉方程提出一种飞机组合动导数的简化计算方法,在模拟小幅强迫振动过程中忽略网格变形,通过对物面处 流体添加法向扰动速度项模拟物面运动对流体造成的扰动。采用欧洲动导数研究标准模型DLR-F12对该方法进行了验证计 算,计算结果与欧拉方法计算结果及试验数据具有较好的一致性。

关键词:计算流体动力学,欧拉方程,扰动速度,动导数,强迫振动

## 中图分类号: V221.3 文献标识码: A 文章编号: 1007-5453(2017)02-0039-04

动导数是确定飞机动态稳定性和操纵性的重要指标,是分 析飞行器动态品质的原始气动数据,快速、准确地预测动导数对 飞机设计具有重要意义<sup>[1]</sup>。风洞试验飞行模拟和数值计算是目前 预测动导数的主要手段。风洞试验飞行模拟的难度大,时间和经 济成本高<sup>[24]</sup>,随着计算流体动力学(CFD)的发展,已经可以采用 CFD工具开展复杂外形、多种飞行条件下的飞行器动导数计算。 因此,通过数值计算获得动导数是一种较为理想的方式。

目前,应用较为广泛的求解方法是通过计算非定常流 场模拟飞行器小幅强迫振动,得到力/力矩系数对角度变化 率和角速度的动导数之和<sup>[5-9]</sup>,该方法的计算结果能够和动 导数试验据进行直接对比。非定常方法求解过程中,每一步 外迭代时间步推进都需要根据强迫振动进行物面网格变形。

本文采用基于欧拉方程的简化计算方法,忽略物面网 格变形,在物面处流体增加法向扰动速度来近似模拟物面运 动造成的扰动。以小幅俯仰强迫振荡为例,采用DLR-F12对 计算方法进行验证。

## 1 动导数计算方法

对任一飞机气动力系数C/变化率进行泰勒展开,忽略非 线性和高阶项的影响,飞机气动力系数变化率可表示为:  $\Delta Ci = Ci_a \Delta \alpha + \frac{C_{ref}}{V_{\infty}} Ci_q q + \frac{C_{ref}}{V_{\infty}} Ci_{\dot{\alpha}} \dot{\alpha}$ (1)

式中:*Cia*为静导数,*Ciq*为定常状态下的动导数,*Cia*为非定常状态下的动导数,该线化模型可以正确反映飞机的飞行品质。

非定常计算模型通过模拟飞机小幅强迫振动过程来求 解气动力系数对角度变化率和角速度的组合动导数,俯仰强 迫振动示意图如图1所示。



图1 俯仰强迫振动示意图 Fig.1 Diagram of prescribed pitch motion

小幅强迫振动运动方程如下:

$\alpha = \alpha_0 + \alpha_A \sin(\omega t)$	(2)
则:	

$$\Delta \alpha = \alpha_A \sin(\omega t) \tag{3}$$

#### 收稿日期:2017-01-09; 录用日期:2017-01-20

\*通讯作者. Tel.: 13716853121 E-mail: songwq@cae.ac.cn

引用格式: SONG Wanqiang, XU Yue. A simplified method for computing dynamic derivatives based on Euler equations [J]. Aeronautical Science & Technology, 2017,28(02):39-42. 宋万强,徐悦. 一种基于欧拉方程的动导数简化计算方法[J]. 航 空科学技术, 2017,28(02): 39-42.

俯仰振荡过程,俯仰角速度等于迎角变化率。对方程 (2)进行求导,则有:

$$\begin{array}{l}
q = \dot{\alpha} = \alpha_A \omega \cos(\omega t) \quad (4) \\
\forall \exists (3), \exists (4) \# \exists (1) \oplus \exists (1) \\
\end{cases}$$

 $\Delta Ci = A \sin(\omega t) + B \cos(\omega t)$ (5)  $\ddagger P A \pi B b \ddot{\phi} c s \mathfrak{Y}:$ 

 $A = \alpha_A C i_a \tag{6}$ 

$$B = k\alpha_A (Ci_q + Ci_{\dot{\alpha}}) \tag{7}$$

定义缩减频率
$$k = \omega C_{ref} / V_{\alpha}$$
,根据式(7)可得:  
 $Ci_q + Ci_{\dot{\alpha}} = \frac{B}{k\alpha}$ 
(8)

## 2 数值方法

## 2.1 控制方程

采用三维可压缩非定常欧拉方程作为流场求解控制方程,在笛卡尔坐标系下,积分形式方程为:

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{\Omega} Q \mathrm{d}V + \iint_{\partial \Omega} F \cdot n \mathrm{d}S = 0$$
(9)

式中:  $\Omega$ 为控制体积分域, Q为守恒变量, F为无粘通量,  $\partial \Omega$ 为控制体积分域的边界, n为控制体积分域边界的外法向量。

$$Q = \begin{bmatrix} \rho \ \rho u \ \rho v \ \rho w \ \rho e^{T} \end{bmatrix}^{T}$$
$$F = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho v \\ \rho uv + pe_{x} \\ \rho vv + pe_{y} \\ \rho wv + pe_{z} \\ \rho hv \end{bmatrix}$$

式中: $e_x$ ,  $e_y$ ,  $e_z$ 分别为笛卡尔坐标系3个方向的单位矢量; v为 速度矢量; u, v, w为v在笛卡尔坐标系的3个方向分量; p,  $\rho$ , h分别为流体的压强、密度及总焓。

空间离散为Jameson二阶中心格式,采用四步Runge-Kutta格式进行时间推进求解。

#### 2.2 标准欧拉物面边界条件

对于欧拉物面边界条件,任意一欧拉物面处点i的速度  $v_i$ ,均有:

 $v_i \cdot n = 0$ 

#### 2.3 欧拉物面扰动法边界条件

小幅强迫振动的前提下,采用欧拉物面扰动法模拟物 面运动对流体造成的扰动。

非定常计算外迭代时间步推进过程,忽略物面网格变形,对物面处流体增加一法向扰动速度*V<sub>ni</sub>*,使任意物面点*i*处的速度*v<sub>i</sub>*均满足:

 $V_i \cdot n = V_{ni}$ 

*v<sub>i</sub>*的值根据物面运动速度*v<sub>ii</sub>*来确定,*v*为流场计算物面 点的未作物面处理时的流体速度,如下式所示:

$$v_i = v - (v \cdot n - v_{ib} \cdot n) \cdot n$$
  
使 $v_i$ 满足条件:  
 $v_i \cdot n = v_{ib} \cdot n$ 

时间推进过程中不需要对网格进行变形或重构,依据物面运动规律求解物面点的v<sub>ib</sub>即可求得v<sub>i</sub>,将v<sub>i</sub>引入到式(9)中通量项进行时间推进。方法实现及求解基于AVICFD-X求解器完成。AVICFD-X是由中国航空研究院研发的基于有限体积法的非结构混合网格求解器,可用于求解二维/三维粘性/无粘可压缩流动问题。

## 3 算例验证

## 3.1 **试验模型**

欧洲动导数研究标准模型DLR-F12是欧盟第六框架项目 SimSAC的项目成果,DLR-F12由德国宇航院(DLR)牵头设计, 在DNW低速风洞开展试验,试验数据用于考核数值算法和工 具对大型民用飞机动导数的计算能力<sup>[10]</sup>。本文采用的DLR-F12 标模数据来自SimSAC项目成果CEASIOM软件的测试算例。

试验工况为来流速度70m/s,风洞试验结果参数意义见表1。

表1 动导数试验结果 Table1 Dynamic derivatives derived from wind tunnel

动导数	非定常	
俯仰(q)	$CL_{q} + CL_{\dot{\alpha}}$	$Cm_{q} + Cm_{\dot{\alpha}}$
滚转(p)	Cl <sub>p</sub>	$Cm_{q} + Cm_{\dot{\alpha}}$
偏航(r)	$Cl_r - Cl_{\dot{\beta}}$	$Cn_{\rm r} - Cn_{\dot{\beta}}$

#### 3.2 计算网格

计算网格采用四面体非结构欧拉网格,网格点数为254 万,表面网格如图2所示,图3是计算域网格。



图2 DLR-F12表面网格 Fig.2 Surface mesh of DLR-F12



图3 计算域网格 Fig.3 Mesh of computational domain

## 3.3 数值模拟及结果处理

计算工况采用试验工况,来流速度70m/s,0和3°两个攻 角。强迫振动为正弦波形式,振动频率3Hz,振幅1°、4.52°分 别进行计算。为加速收敛,用定常计算结果作为非定常计算 初场,计算稳定后,取较为稳定的某一周期进行处理。以攻角 0、振幅1°为例,图4描述了CL、Cm一周期内随时间变化历程。 可以明显看到,升力和力矩的相位约差1/10周期,反映了非 定常效应的迟滞现象。





对CL和Cm进行式(5)形式的最小二乘法拟合,可解得 系数A和B,根据式(8)可分别求得 $CL_a+CL_a$ 和 $Cm_a+Cm_a$ 。

如图5所示,曲线斜率与试验结果趋势一致,计算结果的精准度与其他主流CFD软件相当,DLR和FOI计算数据参

见文献[10]。计算结果与试验数据存在一定偏差,可能有下 述两方面原因:一是数值计算中没有考虑风洞试验中模型支 撑的影响;二是忽略了粘性的影响。



Fig.5 Comparison of experimental and numerical results on unsteady dynamic derivatives, pitch motion

*CL<sub>q</sub>+CL<sub>a</sub>*对物面流动近似处理不敏感,而*Cm<sub>q</sub>+Cm<sub>a</sub>受影* 响较大。*CL<sub>q</sub>+CL<sub>a</sub>*的计算结果与标准欧拉方法计算结果基本 一致,*Cm<sub>q</sub>+Cm<sub>a</sub>*计算结果与标准欧拉方法计算结果偏差约 4%左右。欧拉物面扰动法与标准欧拉方法的差异主要因素 是对网格变形的近似处理,欧拉物面扰动法利用物面法向速 度模拟物面变形对气流造成的吸/吹影响,并不能真正地反 应出气流方向与物面法向角度的相对变化。

振幅1°和4.52°两种情况, *CL<sub>q</sub>+CL<sub>a</sub>*基本一致, *Cm<sub>q</sub>+Cm<sub>a</sub>*存在较小偏差。1°振幅计算结果更为接近标准欧拉方法, 4.52°振幅计算结果偏差略大一些。振幅大的情况下,物面运动对流动造成影响变得不可忽略,因此,欧拉物面扰动法结 果的偏差更大一些。

## 4 结论

通过动导数标模DLR-F12对欧拉物面扰动法进行了验证,得到以下结论:

(1)在小幅强迫振动前提下,标准欧拉方法求解和欧拉 物面扰动法偏差不大,可以满足动导数计算精度的需要。

(2)欧拉物面扰动法计算结果和标准欧拉方法一致性 较好。和试验数据存在可接受范围的偏差,该方法可用于概 念设计阶段飞机动导数计算。

(3)一定程度上减少了计算量,具有工程实用价值。 AST

#### 参考文献

[1] Eliasson P, Vos J, Ronch A D, et al. Virtual aircraft design of trans cruiser-computing break points in pitch moment curve [J]. AIAA- 2010-4366, 2010.

- [2] Van J L. A suggested semi-empirical method for the calculation of the boundary layer transition region [R]. University of Technical Aerospace Engineering, Report VTH-74,1956.
- [3] Roy J F, Morgand S. SACCON CFD static and dynamic derivatives using elsA [J]. AIAA-2010-4562, 2010.
- [4] Ronch A D, Vallespin D, Ghoreyshi M. Computation of dynamic derivatives using CFD [J].AIAA-2010-4817, 2010.
- [5] Ronch A D, Mccracken A J, Badcock K J. Linear frequency domain and harmonic balance predictions of dynamic derivatives[J]. Journal of aircraft, 2013, 50(3): 694-707.
- [6] Andreas R H. Experimental and numerical investigations of unsteady aerodynamic derivatives for transport aircraft configurations [J]. AIAA-2007-1076, 2007.
- [7] Lawrence L G, Angela M S, Patrick C M. Computational methods for dynamic stability and control derivatives [J]. AIAA-2004-0015, 2004.

- [8] Erdal O, Hasan U A. CFD predictions of dynamic derivatives for missiles [R].AIAA-2002-0276, 2002.
- [9] 相倩. 气动导数非定常数值模拟研究[J]. 航空科学技术, 2015, 26(8): 19-22.

XIANG Qian. Unsteady numerical simulation of aerodynamic derivatives[J]. Aeronautical Science & Technology, 2015, 26(8): 19-22. (in Chinese)

[10] Bruno M, Saloua B K, Andreas H, et al. European benchmark on numerical prediction of stability and control derivatives [R]. AIAA-2009-4116, 2009.

## 作者简介

宋万强(1987-) 男,硕士,工程师。主要研究方向:高性能计算、三维数据可视化。
 Tel: 13716853121
 E-mail: songwq@cae.ac.cn

# A Simplified Method for Computing Dynamic Derivatives Based on Euler Equations

## SONG Wanqiang\*, XU Yue

Numerical Simulation Center, Chinese Aeronautical Establishment, Beijing 100012, China

Abstract: Dynamic derivatives are widely used in analysis of aircraft flight quality. Quick and accurate definition of dynamic derivatives in the conceptual design phase can reduce design cycle as well as the cost. Under the hypotheses of small structural displacements, a simplified method based on unsteady Euler equations was adopted to solve dynamic derivatives, and an unsteady normal perturbation velocity was superimposed to the reference free-stream solution in order to account for structural motion. The European standard model DLR-F12 for dynamic derivatives study demonstrated the reliability, computation efficiency and accuracy of the method. The results show good agreement with the experimental data. Thus, the method is proved to be applicable to dynamic derivatives computation for aircraft with complex configuration.

Key Words: CFD; Euler; perturbation; dynamic derivatives; prescribed motion