DOI: 10.19452/j.issn1007-5453.2017.07.030

基于大气湍流激励的颤振试飞随机响应 EFDD 方法分析及应用

贾晓鹏*,霍幸莉

中国飞行试验研究院,陕西西安 710089

摘 要:EFDD 方法是近年国外提出的一种新的模态辨识分析方法。基于仿真分析研究,提出了能显著提高模态参数辨识准 确度的变参数 EFDD 分析方法。多项试飞应用表明,利用大气湍流激励变参数 EFDD 分析方法,不仅有效解决了现代大中型 飞机密集模态辨识问题,提高了模态参数识别准确度,而且该方法解决了飞行中无法实施人工激励的试飞问题,对现代大 中型飞机的颤振试飞具有重要意义。

关键词:大气湍流激励,变参数 EFDD 分析方法,密集模态辨识,颤振,飞行试验

中图分类号: V215.3+4 文献标识码: A 文章编号: 1007-5453 (2017) 07-0030-05

直至 21 世纪初,颤振飞行试验传统的数据分析都是利 用单输入单输出系统传递函数 (或频响函数)方法辨识飞机 的结构模态频率和阻尼比,不能解决结构模态频率密集的准 确识别问题。随着现代飞机多种新布局的出现以及大量新 材料、新结构的采用,结构动力特性越来越复杂,重型、大型、 柔性结构的出现,导致大中型、重型飞机结构模态往往以密 集模态为主,以往使用传统方法已经无法给出令人满意的辨 识结果。

2002 年,国际上基于纯输出响应分析的工作模态分析 (Operational Modal Analysis, OMA) 方法^[1-4]已经发展并应 用于民用建筑工程的模态辨识领域。这一方法的出现使得 解决上述问题成为可能。

本文基于新近发展的信号处理和模态辨识理论,仿真 分析研究了大气湍流(旧称紊流)激励随机响应试飞数据 增强频域分解(Enhanced Frequency Domain Decomposition, EFDD)方法^[5,6],提出了变参数 EFDD 分析方法,在 ARJ21-700 飞机颤振飞行试验应用表明,该方法不仅可对密集模态 进行有效辨识,而且能够准确识别频率大于 15Hz 的模态的 参数,突破了这一方法当初的应用认知和局限,对现代大中 型飞机的颤振试飞具有重要意义^[7]。

1 EFDD 方法

EFDD 方法是一种建立在多输入多输出系统、只利用结构响应信号基于矩阵奇异值分解理论的工作模态辨识频域分析方法。假设系统所受的激励力为白噪声 *n*(*t*),则系统在此白噪声激励下的响应信号 {*x*} 的拉氏变换为:

 $\{X(s)\} = [H(s)][N(s)] \tag{1}$

式中: {X(s)}, [H(s)] 和 [N(s)] 分别为随机响应信号、传递函数矩 阵和白噪声激励的拉氏变换。根据 Bendat & Piersol 定理, 其响 应的功率谱矩阵 [$G_x(s)$] 为:

 $[G_{xx}(s)] = [\overline{H}(s)][N(s)][H(s)]^{T}$ 。令 s=jw,并且由白噪声 定义可知 $N(jw) = \text{const.} \cdot [I]$,代人上式得:

 $[\boldsymbol{G}_{xx}(jw)] = [\boldsymbol{\overline{H}}(jw)] \cdot \text{const.} \cdot [\boldsymbol{I}] \cdot [\boldsymbol{H}(jw)]^{\mathrm{T}}$

 $\vec{\mathbf{g}} \left[\boldsymbol{G}_{xx}(jw) \right] = \left[\boldsymbol{H}(jw) \right] \cdot \text{const.} \left[\boldsymbol{I} \right] \cdot \left[\boldsymbol{H}(jw) \right]^{\mathrm{H}}$ (2)

从 (2) 式可见, [*G_x*(*s*)] 是 Hermitian 矩阵, 即复共轭对称矩阵, 也是正规矩阵。

根据矩阵奇异值分解的定义,若对[H(s)]进行奇异值分解,即:

收稿日期:2017-03-20; 录用日期:2017-04-24

*通讯作者. Tel.: 029-86837946 E-mail: 651188575@qq.com

引用格式: JIA Xiaopeng, HUO Xingli. Random response EFFD analysis and application for aircraft flutter test based on atmospheric turbulence excitation [J]. Aeronautical Science & Technology, 2017, 28 (07): 30-34. 贾晓鹏,霍幸莉.基于大气湍流激励的颤振试飞随机响应 EFDD 方法分析及应用 [J]. 航空科学技术, 2017, 28 (07): 30-34.

$$[H(jw)] = [U(jw)] \cdot [\Sigma(jw)] \cdot [V(jw)]^{H}$$

$$(3)$$

式中: $\begin{bmatrix} U(jw) = [u_1, u_2, u_3, ..., u_N, ..., u_{N_O}] \\ [V(jw)] = [v_1, v_2, v_3, ..., v_N, ..., v_{N_I}] \end{bmatrix}$ 为酉矩阵, 即:

 $\left\{ [U(jw)] \cdot [U(jw)]^{\mathrm{H}} = [I] \right\}$

 $\left[[V(jw)] \cdot [V(jw)]^{\mathrm{H}} = [I]^{\circ} \right]$

[Σ (jw)] 维 数 是 $N_o \times N_I$, 但 若 $N_o \ge N_I$,则 有 $\Sigma_{11} > \Sigma_{22} > ... > \Sigma_{NN} > \Sigma_{N+1N+1} = ... = \Sigma_{N_I N_I} = 0$, 一般, $N \le N_I \le N_O$ [Σ (jw)]_{N×N}是实对角矩阵。把式(3)进行展开,并取其中一 项可得:

$$\boldsymbol{H}_{ij}(jw) = \sum_{r=1}^{N} u_{ir} \boldsymbol{\Sigma}_{rr} \boldsymbol{v}_{rj}$$
(4)

式中: $\Sigma_{11}, \Sigma_{22}, ..., \Sigma_{NN}$ 是在特定频率 w 处的 N 个主要模态的 奇异值。从式(4)可知,在频率 w 处的结构响应主要是 由这 N 个模态所做的贡献。[U(jw)]中的[$u_1, u_2, u_3, ..., u_N$]分 别是对应 N 个奇异值的左奇异矢量, N 个主要模态振型 $\phi_r = u_r$ 。

由奇异值性质可知, Hermitian 矩阵的奇异值分解与特征值分解是一致的。利用上述性质对正规矩阵 [$G_{xx}(jw)$]进行奇异值分解可得:

$$[G_{xx}(jw)] = [U_G(jw)] \cdot \operatorname{diag}[S(jw)] \cdot [U_G(jw)]^{\mathrm{H}}$$
(5)

將式 (3) 代人式 (2), 碍

$$[\boldsymbol{G}_{xx}(jw)] = [\boldsymbol{U}(jw)] \cdot [\boldsymbol{\Sigma}^{2}(jw)] \cdot [\boldsymbol{U}(jw)]^{\mathrm{H}} \cdot \mathrm{const.} \cdot [I]$$
(6)

对比式 (5) 和武 (6), 贿

$$\begin{cases} [U_G(jw)] = \operatorname{const.} \cdot [I] \times [U(jw)] \\ \operatorname{diag}[S(jw)] = [\Sigma^2(jw)] \end{cases}$$
(7)

由此可见,利用相应的功率谱矩阵进行奇异值分解获得 的左奇异矢量 [*U*(jw)] 或 [*U_c*(jw)] 就对应着系统的模态振型, 得到的奇异值 diag[*S*(jw)] 即为传递函数矩阵 [*H*(jw)] 在特定 频率 w (特征值) 处的主要模态的奇异值 [Σ(jw)] 的平方。

利用分析得到的不同频率下的奇异值矢量,通过式(8)

$$MAC(\phi_r, \phi_s) = \frac{\left|\phi_r^{H}\phi_s\right|^2}{\left|\phi_r^{H}\phi_r\right|\left|\phi_s^{H}\phi_s\right|}$$
(8)

通过具有高 MAC 的不同频率下的奇异值,得到单自由 度增强功率谱密度 *eG_i*(jw):

$$e\boldsymbol{G}_{ii}(jw) = \{\boldsymbol{U}_{i1}(jw)\}^{\mathrm{H}} \cdot \boldsymbol{G}_{xx}(jw) \cdot \{\boldsymbol{V}_{i1}(jw)\}$$
(9)

将增强单自由度功率谱密度函数 *eG_{ii}*(jw),经过逆傅里 叶变换 (FFT) 变换到时域,利用对数衰减法识别衰减系数 δ 和阻尼比 *ζ*:

$$\begin{cases} \delta = \frac{2}{k} \ln\left(\frac{r_0}{|r_k|}\right) \\ \xi = \frac{\delta}{\sqrt{\delta^2 + 4\pi^2}} \end{cases}$$
(10)

通过上述对 EFDD 方法分析可知:首先,该方法对原始测 量的响应信号进行了快速 FFT 变换。在进行 FFT 变换时必须 对原始信号进行加窗,并且窗函数长度和信号采样率决定了频 率分辨率和逆 FFT 变换到时域信号的长度,这些参数的变化 都会影响到模态参数的识别结果。其次,通过式(9)可知,在 计算第 *i* 阶模态的增强自功率谱时,与 MAC 的取值也有关系。

2 变参数仿真分析

为了研究模态参数识别准确度与信号采样率、窗函数 长度参数的影响和关系,进行了两自由度和七自由度系统变 参数仿真分析^[5],仿真结果如表 1~表3所示。其中,七自由 度系统中模态5和模态6为密集模态。

仿真证明:(1)为了得到正确的分析结果,采样率必须 大于8倍的最高分析频率;(2)当采样率>8倍的最高分析 频率时,应根据分析频率选择合适的窗函数长度;(3)根据 所分析结构模态的密集情况,可进行整体模态辨识和部件模 态辨识来提高模态参数识别精度。

	表 1 两自由度系统分析结果误差
Table 1	Result error analysis of two degrees of freedom system

模态频率 / 阻尼比	采样率/窗长度	256/2048	256/1024	256/512	128/2048	128/1024	128/512
模态 1 15/0.05	频率误差 /%	0.475	0.54	0.54	0.45	-0.77	2.53
	阻尼比误差 /%	-1	6.80	6.80	-34.60	-13.02	-0.44
模态 2 29/0.03	频率误差 /%	1.94	1.90	-1.88	0.67	10.34	18.92
	阻尼比误差 /%	32.033	1.33	-4.33	-75.67	-18.23	28.88

表 2 七自由度系统不同采样率和不同窗长度下整体模态结果对比

Table 2 Overall modes result error analysis of seven degrees of freedom system with different sample rate and window size

采样率 / 窗长度	误差 /%	模态1	模态 2	模态3	模态 4	模态 5	模态 6	模态 7
		2.39/0.05	3.30/0.05	4.83/0.05	7.58/0.05	9.66/0.05	10.22/0.05	14.67/0.05
512/2048 -	频率	1.9017	1.8752	1.9845	0.8725	7.1278	0.2202	0.2985
	阻尼比	19.4000	5.0000	4.2000	6.0000	7.4000	5.6000	4.0000
512/8192 -	频率	-9.2081	1.4895	0.6538	-0.9761	0.1820	-3.5714	5.7605
	阻尼比	1.4286	15.2369	-2.4824	-1.6808	1.2307	-27.7157	-135.5737
256/2048 -	频率	-9.5798	1.0130	4.0995	-1.9113	-1.7987	-1.6275	2.6346
	阻尼比	6.2906	1.7142	-5.7063	6.8620	-93.7118	-2.3106	-91.3334
256/1024 -	频率	11.7129	-0.3062	2.0865	-0.4469	-1.7976	0.2602	2.6356
	阻尼比	35.8825	-8.2602	-10.4136	14.7748	-88.4523	-43.5403	-87.6378
128/1024 -	频率	0.1423	1.0391	-1.7066	2.5361	1.9789	4.5745	-3.0648
	阻尼比	7.7636	11.3939	-16.0898	2.7199	-90.2520	16.7749	-83.2244
128/512 -	频率	-2.6445	2.3630	2.1163	-0.4943	1.9809	4.5316	-3.0664
	阻尼比	-16.0191	9.4359	1.7457	-3.1818	-84.3091	1.8339	-87.6822

表 3 七自由度系统不同采样率和不同窗长度下部件模态结果对比

Table 3 Component modes result error analysis of seven degrees of freedom system with different sample rate and window size

采样率/	误差	模态 5	模态 6	模态 7
窗长度(质点)	/%	9.66/0.05	10.22/0.05	14.67/0.05
512/2048	频率	11.7874	2.3910	-0.1835
(质点2,3,4,6)	阻尼比	3.0870	-1.0259	-3.9230
512/2048	频率	0.1326	0.3357	1.2909
(质点 2,6)	阻尼比	-20.4000	-4.0000	6.8000
256/4006	频率		8.7689	-0.1557
230/4090	阻尼比		3.3227	6.9970
256/10/19	频率	2.1056	0.3377	0.7804
230/1048	阻尼比	0.2000	-3.4000	-2.2000

3 试飞应用

现代大型飞机主要结构模态以模态密集(频率极其靠 近)为主要特征。以某大型飞机为例,其10Hz以下的主要 结构模态所占比例高达62%,相邻模态频率极其靠近。而 原有的分析技术仅识别频率和阻尼比两个模态参数。如若 继续沿用频率近似的原则进行模态确认,极有可能出现试飞 识别的模态参数混乱的情况,导致分析错误。因此,此类密 集模态识别必须要增加模态振型参数的识别。目前所见的 飞机结构密集模态类型约有3种,如表4所示。

以ARJ21-700 飞机试飞为例,采用大气湍流激励进行颤振试飞。通过变参数 EFDD 分析,利用振型和 MAC 方法,都可以有效识别飞机主要结构模态参数 (含 15Hz 以上高频)。

表 4 飞机结构密集模态类型 Table 4 Types of aircraft structures with dense modes

类型	分局地面共振试验结果	根据飞行试验结果
1	同一部件的频率靠近的对称 和反对称模态	同一部件的频率靠近的对称 和反对称模态
2	不同部件的频率靠近的多个 模态	不同部件的频率靠近的多个 模态
3		飞行过程中演变成频率靠近 的模态

在 ARJ21-700 飞机某俯冲飞行状态试飞中,平尾受自 然大气扰动激励下测得的平尾前缘尖部振动加速度随机响 应信号,如图 1 所示。从图 1 中可知,该点的响应已接近设 计所给的最大限制值,而且俯冲飞行时已不能满足施加人工 激励的时间要求。利用纯湍流激励数据,变参数 EFDD 分析 方法,得到的平尾关键模态振型及模态参数,如图 2 所示,各 试验状态点的模态参数结果如图 3 所示。图 3 还给出了在



Fig.1 Horizontal tail tip vibration acceleration response in a dive flight test



(a) 21.89Hz/0.2066



(b) 26.25Hz/0.0892







从上述分析结果可以看出,理论计算模态参数结果与 大气湍流激励飞行试验数据分析结果随当量空速的变化趋 势是一致的,结果合理有效。

4 结束语

通过上述试飞结果表明,利用 EFDD 变参数分析方法 能够解决:试飞中多种类型的密集模态准确辨识;变参数分 析可以有效获得各阶模态参数,并且显著提高了模态参数 识别精度,尤其在不能施加人工激励的情况下,仍然可以利 用大气湍流激励实现飞机颤振试飞。该方法基于激励信号 为白噪声的假设,所以,飞行试验中,要求飞机尽量避开湍 流区飞行,保证机动过程中飞机受到的扰动是平稳连续的。

[^]AST

参考文献

- Brincker R, Andersen P, Moller N. Output only modal testing of a car body subject to engine excitation[C]//Proc. of the 18th International Modal analysis Conference, San Antonio, Texas, 2000.
- [2] Peeter B, Van der Auweroer H, Vanhollebeke F, et al. Operational PolyMAX for estimating the dynamic properties of a stadium structure during a football game[C]//In Proceedings of IMAC XXIII, Orlando, 2005.
- [3] Brincker R, Frandson I, Anderson P. Ambient response analysis of the great belt bridge[C]//Proc. of the 18th International Modal Analysis Conference, San Antonio, Texas, 2000.
- [4] Brincker R, Anderson P. Ambient response analysis of the heritage court tower building structure[C]//Proc. of the 18th International Modal Analysis Conference, San Antonio, Texas, 2000.
- [5] Brincker R, Zhang L, Andersen P. Modal identification from ambient responses using frequency domain decomposition[C]// Proc. of the 18th International Modal Analysis Conference, San Antonio, Texas, 2000.
- [6] Shih C Y, Tsuei Y G, Allemang R J, et al. Complex mode indication function and its applications to spatial domain parameter estimation[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 1988, 2 (4): 367–377.
- [7] 霍幸莉,田福礼,裴承鸣.环境激励下运输类飞机颤振试飞技术研究 [J].强度与环境,2011,38 (1):22-25.
 HUO Xingli, TIAN Fuli, PEI Chengming. Research on transport airplane flutter flight test by ambient turbulence excitation[J]. Structure

& Environment Engineering, 2011, 38 (1): 22-25. (in Chinese)	E-mail: 651188575@qq.com 霍幸莉(1973-) 女,硕士,研究员。主要研究方向:飞机
作者简介	飞行试验技术。
贾晓鹏(1972-) 男,硕士,高级工程师。主要研究方向:	Tel: 029-86838039
飞机飞行试验技术。	E-mail: hxl_cfte@163.com
Tel: 029-86837946	

Random Response EFFD Analysis and Application for Aircraft Flutter Test Based on Atmospheric Turbulence Excitation

JIA Xiaopeng*, HUO Xingli

Chinese Flight Test Establishment, Xi'an 710089, China

Abstract: EFDD method, proposed abroad in recent years, is a new method for identification of modal analysis. Based on simulation analysis and research, this paper put forward a variable parameter Enhanced Frequency Domain Decomposition (EFDD) method with atmospheric turbulence excitation which can significantly improve the accuracy of modal parameter identification. Several test applications show that variable parameters EFDD method can effectively solve close modals identification problem on the modern large and medium-sized aircraft, improve the accuracy of modal parameter identification, and also solve the problem that artificial excitation signal can't be implemented in flight test. This method has important application value in the modern transport aircraft flutter flight test.

Key Words: atmospheric turbulence excitation; variable parameter EFDD method; close modals identification; flutter; flight test