北斗三频载波相位组合与相对定位研究

丁磊¹,钟斌²,禹强华²,丁然^{2,*} 1.天津商业大学信息工程学院,天津 300134

2. 北京遥测技术研究所,北京 100094

摘 要:通过分析北斗二代一期三频载波相位观测量间误差的相关性,提出基于解算不定方程求解特定波长和电离层延迟 下噪声最优的线性组合系数,分析了不同类型组合观测量的误差特性,鉴于由不同原始载波相位观测量组成的各种线性组 合在模糊度解算、电离层延迟修正等方面的优势,选择了三组宽巷组合作为中长基线模糊度解算的推荐方案。在此基础上, 利用北斗三频接收机进行了 4 次 40km 范围内的静态基线相对定位试验,分析了北斗三频组合观测在中长基线情况下模糊度 固定的效率和相对定位的精度。结果表明,推荐的三组宽巷组合方案至多需要 5 次测量即可准确固定模糊度;在 10km 范围 内采用北斗单频测量的相对定位精度与采用三频组合测量的精度相当,超过 20km 之后采用北斗多频消电离层组合的相对定 位精度明显高于单频测量,最多能够提高 71.4%。

关键词:北斗二代,三频,组合观测值,相对定位,整周模糊度

中图分类号: P228 文献标识码: A DOI: 10.19452/j.issn1007-5453.2018.01.012

十多年来,中国一直致力于开发完全自主的卫星导航 系统。应用载波相位测量进行相对定位,快速高效地在相 应的模糊度域内搜索整周模糊度是模糊度空间搜索的目标。 在观测时间较短或基线较长(大于20km)的情况下,单频 双差模糊度的搜索往往存在计算时间过长、需要处理很多的 极值等问题。而带来这些问题的重要原因是由于单频载波 的波长较短、载波测量受电离层延迟影响较大等。利用全球 卫星导航系统(GNSS)多频载波相位观测量间误差的相关 性,构造多频载波相位观测量的线性组合,形成具有长波长、 弱电离层延迟影响以及小噪声等优良特性的载波相位组合 观测量,可以提高整周模糊度解算的成功率。

近年来,多频载波相位组合观测量寻优方法的研究 多是基于 GPS 系统开展。常青^[2]、韩绍伟^[3] 系统地介绍了 GPS 双频组合观测量的定义及误差特性,并利用 GPS 双频 相位组合观测量来提高模糊度函数法的计算效率和可靠性。 Cocard^[4] 系统地介绍了 GPS 三频载波相位线性组合系数的 寻优方法,推导出线性组合系数集使用条件。Richert^[5] 提出 了基于载波相位组合观测量的协方差矩阵的三频 GNSS 观 测量的误差特性,给出了组合系数寻优的准则,并利用仿真 的 GPS 三频数据对不同的线性组合进行了比较。在北斗三 频组合观测方面,李金龙^[6]提出了基于函数极值法求解特定 波长和电离层延迟下噪声最优的北斗三频载波相位线性组 合系数,重点关注三频组合系数的总和对组合特性的影响, 没有具体分析单一频率系数的变化对组合特性的影响。

对于北斗系统的定位、导航和授时服务的精度问题也 一直是国内外学者密切关注的热点话题。Shi^[7]利用北斗实 测数据进行了实时单点定位和相对定位,在436m静态基线 条件下基于载波相位的相对定位精度达到了4cm。Zhang^[8] 仿真分析了未来的北斗全系统的可见性和定位精度因子以 及模糊度精度因子。Montenbruck^[9]实现了在国外第一次利 用北斗进行精密单点定位和相对定位,分析了北斗卫星的轨 道精度、时钟和信号特性,8m静态基线的相对定位精度达 到9mm。

本文首先在建立北斗三频载波相位的线性组合方程的 基础上,分析北斗三频线性组合观测量的误差特征,提出基 于解算不定方程求解特定波长和电离层延迟下的噪声最优 的线性组合系数的方法;通过优化筛选给出三组建议使用 的组合系数,并用多组中长基线试验数据验证组合的有效

收稿日期:2017-10-12; 退修日期:2017-10-25; 录用日期:2017-12-29

*通信作者.Tel.: 010-88105451 E-mail: dingran_buaa@163.com

引用格式: Ding Lei, Zhong Bin, Shu Qianghua, et al. Research on BeiDou triple frequency carrier-phase combination and relative positioning[J]. Aeronautical Science & Technology, 2018, 29 (01): 12-20. 丁磊,钟斌,禹强华,等. 北斗三频载波相 位组合与相对定位研究[J]. 航空科学技术, 2018, 29 (01): 12-20.

性,最后分析各种组合的优劣,讨论北斗三频窄巷消电离层 组合进行相对定位的精度问题。

1 北斗载波相位组合观测量

使用北斗载波相位组合观测技术的优势主要有两点: 一是组合观测量能消除或减少某些与原始测量相关的误差; 二是使用组合观测量能够减少基于 LAMBDA 方法求解整 周模糊度的计算负担,提高模糊度固定的效率和可靠性。下 面推导组合观测量对原始测量模型影响。

北斗系统的三个频率(一般称为 *B*₁*B*₂*B*₃)的载波相位 观测方程为:

 $\varphi_i[m] = \rho + \lambda_i N_i - q_i \Delta_{ion}$ (1) 式中: φ_i 为第 *i* 个频率的载波相位观测量; ρ 为卫星至接收 机的几何距离(包括卫星钟差、接收机钟差和对流层延迟误 差等与频率无关的误差); λ_i 为第 *i* 个频率的波长; N_i 为第 *i* 个频率的整周模糊度; Δ_{ion} 为 B_1 频率的载波相位电离层延 迟; q_i 为相对于载波 B_1 的电离层放大系数;在仅考虑一阶 电离层延迟的情况下,各个载波的电离层延迟大小与频率的 二次方成反比,由此可得 q_i 的计算公式为:

$$q_i = \left(\frac{f_1}{f_i}\right)^2 = \left(\frac{\lambda_i}{\lambda_1}\right)^2 \tag{2}$$

由于北斗的三个载波的频率可分别表示为 $f_1=k_1f_0$, $f_2=k_2f_0$ 和 $f_3=k_3f_0$, f_0 为基准频率, k_1 , k_2 和 k_3 为互质正整数, 具体而言: $f_0=2.046$ MHz, $k_1=763$, $k_2=620$, $k_3=590$ 。方程也可 以周数为单位,其表达式为:

$$\varphi_i[cy] = \frac{\rho}{\lambda_i} + N_i - \frac{\lambda_i}{\lambda_1^2} \Delta_{\text{ion}}$$
(3)

式(1)、式(3) 描述的是双差载波相位模型,式中各项 均是星间站际的双差参量,这样做是为了保持模糊度参数 N_i 为整数。对于能够保持模糊度整数特性的任何线性组合 系数(i_1 , i_2 , i_3),组合后的载波相位 $\varphi=\varphi(i_1,i_2,i_3)$ 以周数为 单位的表达式为:

$$\varphi[cy]=i_1\varphi_1[cy]+i_2\varphi_2[cy]+i_3\varphi_3[cy]$$
 (4)
把式 (3) 带人式 (4) 可得:

$$\varphi[cy] = \rho \left/ \frac{1}{\frac{i_1}{\lambda_1} + \frac{i_2}{\lambda_2} + \frac{i_3}{\lambda_3}} + (i_1N_1 + i_2N_2 + i_3N_3) - \frac{(i_1\lambda_1 + i_2\lambda_2 + i_3\lambda_3)}{\lambda_3} + (5) \right) \right|_{\text{inn}}$$

从式 (5) 可以看出, ρ 和 Δ_{ion} 的物理意义没有变化,组 合后的载波 φ 的整周模糊度 N 和波长 λ 的表达式分别为:

$$N = i_1 N_1 + i_2 N_2 + i_3 N_3 \tag{6}$$

$$\lambda = \frac{1}{\frac{i_1}{\lambda_1} + \frac{i_2}{\lambda_2} + \frac{i_3}{\lambda_3}} \tag{7}$$

从式 (7) 可以推导出组合载波的频率 f 的表达式为: $f=i_1f_1+i_2f_2+i_3f_3=f_0(i_1k_1+i_2k_2+i_3k_3)=kf_0$ (8) 因此,组合载波 φ 的波长 λ 可以表示为: λ_0/k ,其中,

假设北斗信号在三个频率上的载波相位观测噪声在以 周为单位的基础上是相同的。由式(4)不难得到组合载波 φ 的噪声标准差以周为单位的大小可以表示为:

$$\sigma = \sigma_0 \sqrt{i_1^2 + i_2^2 + i_3^2}$$
(9)

式中: *o*₀ 为北斗单频载波相位测量包含的以周为单位的观测噪声的标准差。因此,组合载波的观测噪声标准差放大系数(以周为单位)的表达式为:

$$n = \sqrt{i_1^2 + i_2^2 + i_3^2} \tag{10}$$

由式(5)可得组合载波 φ 相对于单频载波 B_1 的电离 层延迟的放大系数 q(以周为单位)的表达式为:

$$q = \frac{1}{\lambda_1} (i_1 \lambda_1 + i_2 \lambda_2 + i_3 \lambda_3)$$
(11)

式(11)也可以表示为:

$$q = k_1 \left(\frac{i_1}{k_1} + \frac{i_2}{k_2} + \frac{i_3}{k_3} \right)$$
(12)

综合以上推导,式(6)、式(8)、式(10)、式(12)能够表示组合观测量相对于原始测量在整周模糊度、波长、噪声、电离层延迟方面的影响,这些影响均能用组合系数(*i*₁,*i*₂,*i*₃)表示。一种简单的寻优方法就是根据实际需求设定具体阈值,如使*i*₁,*i*₂,*i*₃的取值范围为(¬γ,γ)。在此范围内进行三维搜索就可得到满足条件的线性组合系数。参考文献[2]和参考文献[3]就是使用这种遍历寻优方法对双频 GPS 组合观测量进行寻优的。这种方法虽然简单可行,但不能揭示组合观测量误差特性随线性系数变化的规律,不利于对线性组合系数进行系统分析。

1.1 组合系数寻优

通过求解不定方程推导出具有特定波长(即特定巷数 k)和电离层延迟放大系数 q 的组合观测量在噪声标准差放 大系数 n 最小的约束条件下的线性组合系数的方法。 1.1.1 巷平面

对于任意一个给定的巷数 k,所有符合条件的组合系数 i₁, i₂, i₃ 均满足如下等式:

$$763i_1 + 620i_2 + 590i_3 = k \tag{13}$$

式(13)在*i*₁-*i*₂-*i*₃空间坐标系表示的是一个平面。由 于该方程的解要求是整数,所以其求解过程属于解算不定方 程(又称线性丢番图方程),按照晏林^[10]介绍的运用矩阵方 法求解不定方程,这里直接给出方程的整数通解形式:

$$\begin{vmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 7 & -10 & -10 \\ -1 & 38 & -21 \\ -8 & -27 & 35 \end{vmatrix} \begin{pmatrix} k \\ \alpha \\ \beta \end{vmatrix}$$
(14)

式中: α 和 β 是任意的整数。

1.1.2 电离层延迟放大系数平面

式(12)两边同时乘以*k*₁*k*₂,化简后可得:

 $36580q = 36580i_1 + 45017i_2 + 47306i_2 \tag{15}$

定义一个新的整数形式的电离层延迟系数q=36580q, 那么式(15)可以表示为:

$$36580i_1 + 45017i_2 + 47306i_2 = \overline{q} \tag{16}$$

式 (16) 也属于不定方程,用求解巷平面的方法求解该 方程,其通解表达式为:

$$\begin{bmatrix} i_1\\i_2\\i_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 52 & -763 & 1526\\-37 & 682 & -1426\\-5 & -59 & 177 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{q}\\ \alpha\\ \beta \end{bmatrix}$$
(17)

式中: α 和 β 是任意的整数。

图 1 展示了巷数 k=0, k=±10000, k=±20000 的巷平面 和无电离层平面。从图中可以看出巷数为 -k 和 +k 的两个 巷平面关于 k=0 的巷平面对称,每个巷平面内组合系数 i₁, i₂, i₃ 是有规律的空间网格上的整数点。同时可以看出,特定 巷数的巷平面与特定电离层延迟系数平面的交集是一条直线。 对于特定 k 和 q 条件下 n 最小的最优线性组合一定在这条直 线上。



1.2 巷平面与电离层平面的交线

把式(17)带入到式(13)中,化简可得:

$$-5883\alpha + 11656\beta = \frac{k - 13786\overline{q}}{33} \tag{18}$$

定义
$$p = \frac{k - 13786\bar{q}}{33}$$
,式(18)可以表示为:-5883 α +

11656β=p。式(18)属于二元一次不定方程,其求解方法与 前两次的三元一次不定方程的求解类似,这里直接给出方程 的通解为:

$$\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2861 & -11656 \\ 1444 & -5883 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ j \end{bmatrix}$$
(19)

式中:*j*为任意整数。把α,β的表达式代入到式(17)可得: *i=i⁰+j*δ*i* (20)

式中: δ *i*为方向矢量,i⁰方程的特解,其表达式为:

$$\boldsymbol{i}^{0} = \begin{bmatrix} 52\overline{q} + 20601p \\ -37\overline{q} - 107942p \\ -5\overline{q} + 86789p \end{bmatrix}$$
(21)

从空间几何上来讲, δi 是巷平面和电离层平面的法矢量 (n_{lane} 和 n_{ion})的叉积,从图 1 中也可以看出,所有巷平面 或电离层平面都是平行的,那么其法矢量 n_{lane} 和 n_{ion} 的值是 固定的,通过计算可得 δi 的数值为:

$$\delta \mathbf{i} = (-83930, 439766, -353587)^{\mathrm{T}}$$
(22)

然后,确定 *j* 的取值。组合载波观测量的观测噪声标准 差最小的点就是这条直线上距离原点最近的点。这样由空 间几何关系很容易得到一个 *j* 的理想值的表达式:

$$j_{\text{real}} = -\frac{\delta \boldsymbol{i}^{\mathsf{T}} \boldsymbol{i}^{\mathsf{0}}}{\delta \boldsymbol{i}^{\mathsf{T}} \delta \boldsymbol{i}}$$
(23)

式中: *j*_{real} 有可能不是整数,因此,取距离 *j*_{real} 最近的整数,即 *j*=round (*j*_{real})。把此时得到的*j* 带入到式(20) 中就可得到 在特定巷数 *k* 和电离层延迟系数 *q* 条件下组合观测量噪声 标准差最小的最优线性组合系数。

通过求解不定方程来构建北斗三频载波相位最优线性 组合观测量的方法,不仅能够系统全面地分析组合观测误差 随线性组合系数的变化规律,而且计算效率比传统的遍例寻 优方法高得多。通常情况下,组合系数寻优方法不需要实时 性,且寻优结果的误差可忽略,研究的重点往往是在探究一 种表达方法,用于描述组合观测系统中系数与误差特性的内 在联系。参考文献[6]中所述寻优方法建立在组合观测误 差特性的几何状态空间,把组合系数作为一个系统参数进行 求解,不能很好地体现每个系数对组合误差特性的影响。本 文所述的方法直接建立在组合系数 *i*₁, *i*₂, *i*₃ 的几何状态空间 上,能够更好地把每个组合系数的变化与误差特性的关系表现出来,更能直接地表现组合观测量的误差特性在*i*₁,*i*₂,*i*₃状态空间的变化趋势与特点。

2 北斗三频载波相位组合系数寻优

按照上一节所介绍的方法,本节寻找在特定巷数 k和电离层延迟系数q的条件下组合观测噪声标准差 放大系数n最小的线性组合。限定巷数k的搜索范围 为-200 $\leq k \leq 1800$,电离层延迟系数q限定为-91450 $\leq q \leq 91450$,对应的电离层延迟成大系数q的范围 为-2.5 $\leq q \leq 2.5$ 。经过寻优计算可得对应与每一组(k,q) 的最优的线性组合系数及噪声放大系数n。设定n的取值 范围为 $n \leq 1000$,寻优结果如图 2 所示。



图 2 巷数 k 与电离层延迟放大系数 q 的寻优示意图 Fig. 2 The schematic of the optimal lane number k and ionospheric delay factor q

图 2 中每一个点 (k,q) 都代表一个满足约束条件的最 优线性组合方案,用实心圆来表示,实心圆越大,表示该组合 观测量的噪声越小。

这些组合系数能够按照 *i*₁, *i*₂, *i*₃ 的和 *S* 进行重新分组, 如 S0 代表 *i*₁, *i*₂, *i*₃=0 的组合系数集合。从图 2 中可以看出, 有 4 条带状区域的组合观测噪声明显比其他区域小得多, 这 4 条 带状区域分别代表不同 *S* 组的低噪声方差放大系数的 (*k*, *q*) 分布趋势。为了解算中长基线的整周模糊度, 理想情况下寻 优的目标是想要找到既有较长波长又对电离层延迟不敏感的 组合观测量。从图中可明显看出, 矩形区域 *S*0 组的组合观测 量就具备上述特性, 因此, 首先推荐在该区域选择组合策略。

2.1 S0 区域详细分析

图 3 为 S0 区域的示意图,图中把具有相同的 i₁ 的组合 方案用直线连接起来。从图 3 可以看出,相同 i₁ 值的组合 方案基本呈线性分布。表1列出了图3中有应用潜力的待选组合方案及其组合特性。



图 3 S0 区域的 k-q 示意图 Fig. 3 The schematic of k-q in the S0 region

表 1 S0 区域待选方案及其组合特性

Table 1 The peoposed schemes and characteristics in the S0 region

k	i_1	i_2	i ₃	$\lambda/{ m m}$	п	q
30	0	1	-1	4.8842	1.4142	-0.0626
23	1	-5	4	6.3707	6.4807	0.0197
53	1	-4	3	2.7646	5.0990	-0.0429
83	1	-3	2	1.7654	3.7417	-0.1055
113	1	-2	1	1.2967	2.4495	-0.1681
143	1	-1	0	1.0247	1.4142	-0.2306
173	1	0	-1	0.8470	1.4142	-0.2932
7	-1	6	-5	20.9323	7.8740	-0.0822

综合表1中待选方案的组合特性可知, S0 区域的组合 方案完全符合本文的寻优标准,因此,首先在该区域进行挑 选。由于图3中所有的点均满足*i*₁,*i*₂,*i*₃=0,这些组合点都 是线性相关的。因此,最多只能在其中挑选两种组合方案, 第三种组合方案只能在从 S1 组进行挑选。

2.2 S1 组的详细分析

从图 2 中可以看出,在 S1 组中没有既属于宽巷又对电 离层延迟不敏感的组合方案,因此,只能放宽在 S1 组中挑选 的限制。其中, S1a 区域的组合观测量具有大波长但对电离 层延迟比较敏感,图 4 描述了 S1a 区域的详细示意图。

表2列出了图4中的一些具有潜在应用价值的组合方 案及其组合特性。由于该区域组合方案均为宽巷组合,波长 大部分处于米级,在各种误差的综合作用下大波长有利于模 糊度的搜索,因此,推荐第三组组合方案在该区域进行选择。





图 4 S1a 区域的 k-q 示意图 Fig. 4 The schematic of k-q in the S1a region

表 2 S1a 区域待选方案及其组合特性

 Table 2
 The peoposed schemes and characteristics in the S1a region

k	i ₁	i ₂	i ₃	λ/m	п	q
11	-3	-2	6	13.3206	7.0000	2.2980
41	-3	-1	5	3.5738	5.9161	2.2355
71	-3	0	4	2.0637	5.0000	2.1729
18	-4	4	1	8.1403	5.7446	2.2158
48	-4	5	0	3.0526	6.4031	2.1532
-5	-5	9	3	-29.3052	10.7238	2.1961
2	-6	15	-8	73.2631	18.0278	2.1139

S1b 区域的组合观测量对电离层延迟不敏感但属于窄 巷组合,图 5 描述了 *S1b* 区域的详细示意图。表 3 列出了图 5 中一些具有潜在应用价值的组合方案及其组合特性。由 于该区域的组合波长较小,不推荐用于中长基线模糊度的求 解,但该区域属于消电离层组合,在模糊度确定的前提下可 作为精确相对定位的组合策略。



图 5 *S*1*b* 区域的 *k*-*q* 示意图 Fig. 5 The schematic of *k*-*q* in the *S*1*b* region

表 3 S1b 区域待选方案及其组合特性 Table 3 The peoposed schemes and characteristics in the S1b region

k	i_1	i_2	i ₃	λ/m	п	q
1289	3	6	-8	0.1137	10.4403	0.0381
1319	3	7	-9	0.1111	11.7879	-0.0245
1252	4	-1	-2	0.1170	4.5826	0.1829
1282	4	0	-3	0.1143	5.0000	0.1203
1312	4	1	-4	0.1117	5.7446	0.0578
1342	4	2	-5	0.1092	6.7082	-0.0048
1365	5	-3	-1	0.1073	5.9161	0.0148
1395	5	-2	-2	0.1050	5.7446	-0.0477

由于本次试验基线为中长基线,距离分别为4.8km, 12.4km,20km和36.8km,在S0组推荐使用(0,1,-1)和 (1,-5,4)这两组宽巷组合系数。在S1a组推荐组合系数 为(-5,4,1)的宽巷组合,主要是电离层延迟相对于大波长 在中长基线条件下影响较小,而大波长的组合观测量在用 LAMBDA方法解算整周模糊度时更快速,这一点会在本文 第三部分进行验证。模糊度解算算法主要参考文献[11]~ 参考文献[15],具体解算流程详如图6所示。



图 6 北斗三频载波相位在航解算流程图

Fig. 6 The flow of processing BeiDou triple frequency on the flight

3 试验及结果

为了验证北斗三频组合观测量寻优结果的可用性和北 斗二代区域导航系统的相对定位精度,利用北斗三频接收 机进行了中长基线静态相对定位试验,试验采用上海司南 卫星导航技术有限公司的 M300 GNSS 接收机,在北京地区 进行了 4 次 40km 范围内的地面静态试验,基线长度分别为 5km, 12.4km, 20km 和 36.8km。接收机采集数据的时间间 隔为 5s,持续时间均为 1420s。卫星数据采集地的具体位置信 息可从图 7 中看出,图 8 展示了试验中所用的接收机和天线。



图 7 卫星数据采集地点示意图 Fig. 7 The schematic of satellite data collection sites



图 8 试验所用接收机与天线 Fig. 8 The receiver and antenna used in experiment

3.1 组合观测的优势

采用第2节推荐的三组宽巷组合系数进行组合观测的 目的是提高模糊度固定的效率。为了验证三频组合观测在 这方面的优势,进行如下测试:在前185次连续测量当中, 模糊度估计滤波器在每一个测量历元均进行重新启动,分别记 录在每个历元模糊度重新固定所需的测量历元个数,最终统计 滤波器遍历启动情况下固定模糊度所需测量个数。模糊度重 新被固定的判定标准为 ratio 连续超过门限值(设为3)20次。 图9为该测试过程当中5km和20km基线的统计结果。



Fig. 9 Number statistical of measurement for ambiguity fixed

从图 9 可以看出,在 5km 基线条件下,90% 的三频组 合观测只需一次测量就可固定模糊度,20km时,这个比例 占到 85%,所有情况的模糊度固定需要的测量均不超过 5 次。对于单频(就北斗 B1 频率而言)观测量,5km 基线条 件下,只有30%的情况能够立刻固定模糊度,50%的情况 至少需要10次测量,90%的情况至少需要70次测量;在 20km 基线条件下,此时单频观测量完全不能固定模糊度, 这一点从表4中也可看出。表4统计了模糊度解算算法在 整个观测时间内固定模糊度的成功率,成功固定模糊度的标 准为 ratio>3。从表中可以明显看出,基线为 5km 时,单频与 多频组合观测对模糊度的固定成功率影响差别不大;而在 20km 基线条件下,单频数据完全不能固定模糊度,而三频 组合观测的模糊度固定与 5km 基线条件下的成功率相当, 均超过98%。以上分析可以得到以下结论:大波长能够提 高 LAMBDA 方法固定模糊度的效率和成功率;在较长基线 条件下,单频测量不能固定模糊度,必须采用组合观测。

表 4 在 5km 和 20km 基线条件下模糊度固定成功率

Table 4 Success ratio of ambiguity fixed under the condition of 5km and 20km

基线长度	[0 1 -1]	[1 -5 4]	[-4 4 1]	[1 0 0]
5km	100%	100%	98.60%	98.95%
20km	100%	100%	99.30%	0%

3.2 相对定位误差

进行北斗系统相对定位误差分析时,基线的真值由美 国喷气实验室(JPL)的自动精密定位服务网站提供。由于 基线真值具有不确定性偏差,本文重点考虑定位偏差的标准 差作为定位精度的评定标准。图 10 列出了4种基线情况下 采用北斗 B1 频率的测量进行相对定位解算的误差分布情 况,表5列出了图10中各方向误差的统计特性。

结合图 10 和表 5 可以看出,北斗 B1 频率的相对定 位误差随着基线长度的增加而增加。在 40km 范围内,东 向和北向偏差的标准差受基线长度的影响较小,能够保持 在 2cm 范围内,天向偏差的标准差总是大于东向和北向, 20km 范围内,天向偏差的标准差能够保持在 2cm 范围内, 超过 20km 后,天向偏差的标准差超过 5cm,占总定位误差 的 92.1%。这可能是由于现阶段北斗 MEO 卫星部署较少, 造成空间观测几何当中缺乏足够多的低高度角的卫星。



图 10 北斗系统的 B1 频率的载波相位相对定位偏差 Fig. 10 The relative positioning offset of carrier phase on BeiDou B1 frequency

表 5 东北天方向偏差的统计特性 Table 5 Statistical characteristics of the offset in ENU direction

基线		均值 /mm		标准差 /mm		
/km	东向	北向	天向	东向	北向	天向
4.8	7	-5.7	9.5	3.1	4.7	6.3
12.4	-9.8	-10.9	51	6.6	9.9	24
20	-46.4	1	-70.4	5.2	10.1	11.4
36.8	-47.2	-2	175.9	13.9	18.1	53.9

以上分析可知单频北斗数据在 36.8km 基线的相对定 位精度明显不足,这一点可以从定位偏差的均值看出,尤其 是此时天向偏差的均值超过了 17cm。为了充分研究北斗三 频测量对相对定位精度的改善,分别运用不同组合观测量进 行相对定位解算。图 11 统计了采用组合观测量进行相对定 位与基线真值的偏差,其中矩形高度表示偏差的均值,工字 形的大小表示偏差的标准差(即定位误差)。前三组分别使 用北斗 B1,B2,B3 三个频率进行相对定位,4~6 组表示分 别使用北斗三频中的任意两个频率的载波相位组成非整系 数完全消电离层组合进行相对定位,7~11 组表示分别用图 5 中的一些窄巷整系数消电离层组合进行相对定位。

比较图 11 中不同组合系数的定位误差统计特性可以 看出,在 20km 范围内,北斗单频相对定位偏差的标准差在 三个频率上差别在 2cm 范围内,在 36.8km 基线下三个频率 定位偏差的标准差差别明显,其中,B1 相对定位精度最高, B2 次之,B3 最差。



图 11 组合观测量定位误差的统计特性

Fig. 11 Statistical characteristics of the positioning error using carrier phase combination

B1, B2和B1, B3 非整系数完全消电离层组合的定位 精度与整系数消电离层组合相当; B2, B3 非整系数完全消 电离层组合的定位偏差的标准差特别大,主要是由于这两个 频点较为接近,其组合观测量引入较大的噪声。因此,不推 荐使用这种组合用于高精度相对定位。

在 20km 基线范围内,北斗单频相对定位偏差的标准差 与多频消电离层组合相当;在 36.8km 基线情况下,消电离 层组合相对定位偏差的标准差明显小于北斗单频测量,最多 能够提高 71.4%。从总体上来说,40km 范围内采用北斗三 频测量能够使相对定位偏差的标准差在东、北、天三个方向 分别控制在 1cm, 1cm, 3cm 之内。

4 结论

本文通过不定方程分析了北斗多种线性组合的特征, 运用试验手段进行了验证,取得了如下结论:

(1)对北斗三频载波相位组合观测间的误差特性进行 了研究,基于不定方程求解了特定波长和电离层延迟下的噪 声最优的线性组合系数。

(2) 在特定波长和电离层延迟范围内进行了组合方案 的寻优计算,通过分析寻优结果中组合观测量的特性,推荐 三组宽巷组合方案(0,1,-1)、(1,-5,4)和(-4,4,1)用于 40km 范围内静态基线的模糊度固定;推荐的三组宽巷组合 方案至多需要5次测量即可准确固定模糊度。

北斗系统的地面静态相对定位偏差在东向和北向基本相 当,最大的定位偏差出现在天向方向;在10km范围内单频观 测量的定位精度与多频观测量相当,超过20km之后采用北斗 多频消电离层组合的相对定位精度明显高于单频测量。

参考文献

[1] 杨元喜.北斗卫星导航系统的进展、贡献与挑战[J]. 测绘学报, 2010, 39 (1): 1-6.
 Yang Yuanxi. Progress, contribution and challenges of compass/

BeiDou satellite navigation system[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2010, 39 (1): 1–6. (in Chinese)

- [2] 常青,柳重堪,张其善. GPS 载波相位组合观测值理论研究
 [J]. 航空学报, 1998, 19 (5): 612-616.
 Chang Qin, Liu Zhongkan, Zhang Qishan. Study for the theory of the combination of GPS carrier phase observations[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 1998, 19 (5): 612-616. (in Chinese)
- [3] 韩绍伟. GPS 组合观测值理论及应用 [J]. 测绘学报, 1995, 24 (2): 8-13.

Han Shaowei. Theory and applications of the combination of GPS dual frequency carrier phase obsvations[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 1995, 24 (2): 8–13. (in Chinese)

- [4] Cocard M, Bourgon S, Kamali O, et al. A systematic investigation of optimal carrier-phase combination for modernized triplefrequency GPS[J]. Journal of Geodesy, 2008, 82 (9): 555–564.
- [5] Richert T, El-Sheimy N. Optimal linear combination of triple frequency carrier phase data from future global navigation satellite systems[J]. GPS Solution, 2007, 11 (1): 11–19.
- [6] 李金龙,杨元喜,何海波,等.函数极值法求解三频 GNSS 最 优载波相位组合观测量 [J].测绘学报, 2012, 41 (6): 797-803.
 Li Jinlong, Yang Yuanxi, He Haibo, et al. Optimal carrierphase combinations for triple-frequency GNSS derived from an analytical method[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2012, 41 (6): 797-803. (in Chinese)
- [7] Shi C, Zhao Q L, Hu Z G, et al. Precise relative positioning using real tracking data from COMPASS GEO and IGSO satellite[J]. GPS Solution, 2013, 17 (1): 103–119.
- [8] Zhang S C, Guo J M, Li B H, et al. An analysis of satellite visibility and relative positioning precise of COMPASS[C]// Proceeding of Symposium for Chinese Professionals in GPS, 2013.
- [9] Montenbruck O, Hauschild A, Steigenberger P, et al. Initial assessment of the COMPASS/BeiDou-2 regional navigation satellite system[J]. GPS Solution, 2013, 17 (1): 211–222.
- [10] 晏林. 整数多元一次不定方程的矩阵解法与程序设计 [J]. 云 南师范大学学报, 2003, 23 (6): 8-11.
 Yan Lin. Matrix solution of integral indefinite equation of first degree and its program composition[J]. Journal of Yunnan Normal University, 2003, 23 (6): 8-11. (in Chinese)
- [11] Mohiuddin S, Psiaki M. High-alitude satellite relative navigation using carrier-phase differential global positioning system techniques[J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2007, 30 (5): 1427–1436.
- Psiaki M, Mohiuddin S. Global positioning system integer ambiguity resolution using factorized least-squares techniques[J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2007, 30 (2) : 346–356.
- [13] Shu L Z, Chen P, Sun X C, et al. Stochastic modeling and variance component estimation to GPS observables for LEO relative navigation applications[C]// Proceedings of AIAA

Modeling and Simulation Technologies (MST) Conference, 钟斌(1986-) 男,硕士,工程师。主要研究方向:北斗卫 Boston, MA, United States, 2013. 星导航系统应用技术和 GNSS 轨道确定技术研究。 [14] Chen P, Shu L Z, Ding R, et al. Kinematic single-frequency Tel: 010-88105458 relative positioning for LEO formation flying mission[J]. GPS E-mail: zhongbin202@163.com Solution, 2015, 19 (4) : 525-535. 禹强华(1982-) 男,硕士,高级工程师。主要研究方向: [15] Verhagen S, Teunissen PJG. Ambiguity resolution performace with 高精度卫星导航总体技术研究及高精度卫星导航信号评估 GPS and BeiDou for LEO formation flying[J]. Advances in Space 与误差分析。 Research, 2014, 54 (5): 830-839. (责任编辑 刘玲蕊) Tel: 010-88105454 E-mail: gianghuayu@hotmail.com 丁然(1989-) 男,硕士,工程师。主要研究方向:北斗卫 作者简介 丁磊(1995-) 男,学士。主要研究方向:北斗卫星导航系 星导航系统应用技术和 GNSS 地面接收终端设备研制与测试 统多频信号应用技术研究与编程实现。 方法研究。 Tel: 022-22497621 Tel: 010-88105451 E-mail: dloftjcu@163.com E-mail: dingran buaa@163.com

Research on BeiDou Triple Frequency Carrier-phase Combination and Relative Positioning

Ding Lei¹, Zhong Bin², Shu Qianghua², Ding Ran^{2,*}

1.College of Information Engineering, Tianjin University of Commerce, Tianjin 300134, China 2.Beijing Research Institute of Telemetry, Beijing 100094, China

Abstract: This paper proposes a method to find the optimal carrier phase combination for BeiDou-2 system by solving the indeterminate equation and analysing the error characteristics of different combinations. In order to take advantage of carrier phase combination in the aspects of ambiguity fixing and ionospheric delay correction, three wide lane combinations were recommended. Static baseline relative four positioning experiments within 40km were carried out by using BeiDou triple frequency receivers. Discussions of the ambiguity fixing efficiency and the relative positioning precision were presented at last. The conclusions show, the number of measurement epochs required to fix the combined ambiguities is not more than 5 in the condition of medium baselines. Within 10km baselines the precision of relative positioning achieved by single frequency measurement is comparable with that achieved using triple frequency combination, while for the baseline larger than 20km the triple frequency results.

Key Words: BeiDou-2, triple frequency, carrier-phase combination, relative positioning; integer ambiguity

 Received:
 2017-10-12;
 Revised:
 2017-10-25;
 Accepted:
 2017-12-29

 *Corresponding author.
 Tel.:
 010-88105451
 E-mail:
 dingran_buaa@163.com