航空科学技术
Aeronautical Science & Technology
Feb. 15 2018 Vol. 29 No.02 73-78

基于奇异值分解的涡扇发动机线性状态模型能观度分析

胡宇[1,*]，石陆友[1]，孙振生[1]，李迅[2]，朱杰堂[1]

1. 火箭军工程大学，陕西 西安 710025

2. 航空工业成都飞机设计研究所，四川 成都 610041

摘　要：针对涡扇发动机气路测量参数难以优化筛选的问题，采用基于奇异值分解（SVD）的能观度分析方法对其能观度进行了分析。该方法可以计算获得各状态参数的具体能观度，实现对模型优劣性的定量评价；也可得到各测量参数与各状态参数能观度之间的敏感度关系，掌握彼此之间的关联程度，为后续气路测量参数的优化筛选奠定理论基础，最后采用改进平方根无损卡尔曼滤波（Unscented Kalman Filter，UKF）递推算法对各气路部件突变故障进行了仿真分析，根据各状态参数的估计精度验证了本文能观度分析结果的正确性。

关键词：涡扇发动机；能观度；UKF 递推算法；突变故障

中图分类号：V233.7　　**文献标识码：**A　　**DOI：**10.19452/j.issn1007-5453.2018.02.073

涡扇发动机的结构比较复杂，工作过程中容易发生内部零件脱落、外物损伤等[1]故障。当故障发生时，各主要气路部件的进出口测量参数（如温度、压力等）将发生变化，健康参数也会随之变化。因此，可通过发动机的气路测量参数来递推估计获得其健康参数，从而实现对发动机健康状态的有效监测。由于工作环境的特殊性，导致留给采集测量参数信息的气路传感器安装位置极其有限。因此，对涡扇发动机气路参数进行优化筛选，得到丰富有效的参数信息，提高故障诊断精准度是十分必要的。

由于涡扇发动机属于非常复杂的机械动力系统，具有较强的非线性，很难从测量参数直接估计其健康参数。并且由于数学模型选择的差异，很大程度上会影响估计精度[2,3]，所选数学模型的能观度越高，则相应的估计精度就越高。因此，可以通过对各数学模型进行能观度分析，从而筛选出最佳的数学模型用于故障诊断与健康监测。针对非线性系统的能观度分析，主要是将非线性系统分段进行线性化处理，即得到分段线性定常[4]系统，随后利用其能观矩阵进行能观度计算。此外，Provost[5]和 Borguet[6]提出了一种以系统影响系数矩阵为基础的状态能观度分析方法，并对在故障诊断过程中所使用的气路测量参数进行了优化筛选。目前，针对线性系统的能观度分析主要采用条件数法[7,8]与奇异值分解[9]两种方法。由于能观矩阵的条件数与故障诊断精度之间为反比例关系，基于条件数的分析方法只能获得系统的整体能观度，对系统各分状态的能观度无法准确计算。基于奇异值分解的能观度分析方法则能克服这一缺点，蒲星星[10]利用奇异值分解计算了重型燃气轮机各状态能观度，并分析了各测量参数和状态参数的联系强弱，从而指导故障诊断时测量参数的选择。范炜[11]采用此方法对航天器自主导航系统进行了能观度分析，得到了影响系统能观度的关键因素，为系统敏感器配置提供参考。综合以上分析，现有文献针对涡扇发动机数学模型能观度的研究较少，对其数学模型估计精度进行准确评估，全面掌握测量参数同健康参数的联系强弱，是完成其气路参数优化选择及实现健康状态准确监控的关键环节。因此，本文采用基于能观矩阵奇异值分解

收稿日期：2017-11-13；　退修日期：2017-12-13；　录用日期：2018-01-09

基金项目：航空科学基金（201605U8002）；陕西省自然科学基础研究计划（2017JQ5067）

* 通信作者 . Tel.：15289360632　E-mail：huyu1222@163.com

引用格式：Hu Yu, Shi Luyou, Sun Zhensheng, et al. Observable degree analysis about linear state model of turbofan engine based on the singular value decomposition[J]. Aeronautical Science & Technology, 2018, 29 (02): 73-78. 胡宇，石陆友，孙振生，等 . 基于奇异值分解的涡扇发动机线性状态模型能观度分析 [J]. 航空科学技术，2018，29 (02)：73-78.

的状态能观度分析方法对涡扇发动机数学模型的能观度进行分析，计算获得了发动机线性状态变量模型在标准工作条件下各状态的能观度数值，并分析了发动机各状态参数能观度随测量噪声的变化规律，得到各测量参数与健康参数之间的内在联系，为后期气路参数的筛选奠定理论基础。最后利用扩展卡尔曼滤波算法递推跟踪了涡扇发动机在不同故障时的健康参数，根据各状态的估计精度验证了本文所采用的能观度分析方法的正确性。

1 基于能观矩阵奇异值分解的能观度分析

1.1 线性系统的能观矩阵

线性系统的能观性代表着在有限时间内根据测量参数信息来估计状态参数的能力。以如下的系统为例：

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{x}}_{k+1}=\boldsymbol{A}_k\boldsymbol{x}_k+\boldsymbol{B}_k\boldsymbol{u}_k\\ \boldsymbol{y}_k=\boldsymbol{C}_k\boldsymbol{x}_k+\boldsymbol{D}_k\boldsymbol{u}_k\end{cases}\tag{1}$$

式中：$\boldsymbol{x}_k$，$\boldsymbol{u}_k$，$\boldsymbol{y}_k$ 分别为状态矢量、控制矢量、输出矢量，$\boldsymbol{A}_k$，$\boldsymbol{B}_k$，$\boldsymbol{C}_k$，$\boldsymbol{D}_k$ 分别为系数矩阵。

考虑到线性系统的能观性同输入参数之间没有相互联系，因此，可以忽略输入控制变量所带来的影响，直接对不加输入的齐次系统能观性进行研究。在此，可通过分析如下无输入控制变量系统的能观性，即可获得模型（1）的能观性。

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{x}}_{k+1}=\boldsymbol{A}_k\boldsymbol{x}_k\\ \boldsymbol{y}_k=\boldsymbol{C}_k\boldsymbol{x}_k\end{cases}\tag{2}$$

易获取系统在某一时间段的系列测量值 $\boldsymbol{y}_k$，$\boldsymbol{y}_{k+1}$，…，$\boldsymbol{y}_{k+n-1}$（n 为系统的状态数），得到其与状态 $\boldsymbol{x}_k$ 之间的关系如下：

$$\boldsymbol{y}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{y}_k\\ \boldsymbol{y}_{k+1}\\ \vdots\\ \boldsymbol{y}_{k+n-1}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}C_k\\ C_{k+1}A_k\\ \vdots\\ C_{k+n-1}A_{k+n-2}\cdots A_k\end{bmatrix}\boldsymbol{x}_k=\boldsymbol{Q}_k\boldsymbol{x}_k$$

系统状态参数 $\boldsymbol{x}_k$ 能观的充要条件是能观矩阵 $\boldsymbol{Q}_k$ 非奇异。

线性系统在实际中不可避免地存在测量噪声，此种情况下确定系统变成为随机系统：

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{x}}_{k+1}=\boldsymbol{A}_k\cdot\boldsymbol{x}_k\\ \boldsymbol{y}_k=\boldsymbol{C}_k\cdot\boldsymbol{x}_k+\boldsymbol{w}_k\end{cases}\tag{3}$$

其能观矩阵定义[7]为：

$$\boldsymbol{Q}_k^s=\begin{bmatrix}\sqrt{R_k^{-1}}C_k\\ \sqrt{R_{k+1}^{-1}}C_{k+1}A_k\\ \vdots\\ \sqrt{R_{k+n-1}^{-1}}C_{k+n-1}A_{k+n-2}\cdots A_k\end{bmatrix}\tag{4}$$

式中：$\boldsymbol{R}_k$ 通常属于对角矩阵，代表着测量噪声 $\boldsymbol{w}_k$ 的协方差矩阵。

1.2 基于奇异值分解的状态能观度分析方法

针对确定系统与随机系统，只需要判断出能观矩阵 $\boldsymbol{Q}_k$ 与 $\boldsymbol{Q}_k^s$ 是否满足非奇异条件就能判断模型是否能观，但是还无法对模型估计精度进行定量分析。因此，为了得到系统能观度的具体数值，本文采用奇异值分解法对系统的能观性进行定量分析。

根据矩阵的奇异值分解定理，将能观矩阵 $\boldsymbol{Q}_k$ 的分解结果带入 $\boldsymbol{y}=\boldsymbol{Q}_k\boldsymbol{x}_k$ 中得到：

$$\Sigma_k\boldsymbol{V}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}_k=\boldsymbol{U}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}\tag{5}$$

式中：$\boldsymbol{U}$ 和 $\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}$ 均为酉矩阵，$\boldsymbol{U}\in R^{m\times m}$，$V\in R^{n\times n}$，$\Sigma\in R^{m\times n}$，并且：

$$\boldsymbol{\Sigma}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Sigma}_1 & \boldsymbol{O}\\ \boldsymbol{O} & \boldsymbol{O}\end{bmatrix}\tag{6}$$

式中：$\boldsymbol{O}$ 为具有合适维数的零矩阵，$\boldsymbol{\Sigma}_1=\mathrm{diag}(\sigma_1,\sigma_2,\cdots,\sigma_r)$，$\sigma_1\geqslant\sigma_2\geqslant\cdots\geqslant\sigma_r>0$ 依次是矩阵 $\boldsymbol{Q}_k$ 的奇异值，$r\in\mathrm{rank}(G)$。

依据 Frobenius 范数酉不变性与矩阵范数相关特性可对式（5）进行相应变换得到如下结果：

$$\|\Sigma_k\|_F\sqrt{n}\max\left(|x_{k1}|,|x_{k2}|,\cdots,|x_{kn}|\right)\geqslant\|\Sigma_k\|_F\|x_k\|_F\geqslant\|y\|_F\tag{7}$$

在此定义：

$$C_{ki}=\frac{\max\left(|x_{k1}|,|x_{k2}|,\cdots,|x_{kn}|\right)}{|x_{ki}|}$$

并带入式（7）得到：

$$|x_{ki}|\geqslant\frac{\|y\|_F}{\|\Sigma_k\|_F\sqrt{n}C_{ki}}\tag{8}$$

考虑模型（2）的偏差方程如下：

$$\begin{cases}\delta\dot{\boldsymbol{x}}_{k+1}=\boldsymbol{A}_k\delta\boldsymbol{x}_k\\ \delta\boldsymbol{y}_k=\boldsymbol{C}_k\delta\boldsymbol{x}_k\end{cases}\tag{9}$$

按照相同步骤，对能观矩阵作奇异值分解处理，将所得结果带入 $\delta y=\boldsymbol{Q}_k^{\delta}\delta\boldsymbol{x}_k$ 中，基于矩阵范数相关特性进行相应变换得到如下结果：

$$|\delta\boldsymbol{x}_{ki}|\leqslant\left\|\begin{bmatrix}\frac{v_{ki1}}{\sigma_{k1}} & \frac{v_{ki2}}{\sigma_{k2}} & \cdots & \frac{v_{kin}}{\sigma_{kn}}\end{bmatrix}\right\|_F\|\delta y\|_F\tag{10}$$

联合式（10）与式（8）得到：

$$\frac{|\delta\boldsymbol{x}_{ki}|}{|\boldsymbol{x}_{ki}|}\leqslant\left\|\begin{bmatrix}\frac{v_{ki1}}{\sigma_{k1}} & \frac{v_{ki2}}{\sigma_{k2}} & \cdots & \frac{v_{kin}}{\sigma_{kn}}\end{bmatrix}\right\|_F\cdot\|\Sigma_k\|_F\sqrt{n}C_{ki}\frac{\|\delta y\|_F}{\|y\|_F}\tag{11}$$

因此，可定义系统各状态能观度为：

$$\lambda_{ki}=\left(\left\|\begin{bmatrix}\frac{v_{ki1}}{\sigma_{k1}} & \frac{v_{ki2}}{\sigma_{k2}} & \cdots & \frac{v_{kin}}{\sigma_{kn}}\end{bmatrix}\right\|_F\|\Sigma_k\|_F\sqrt{n}C_{ki}\right)^{-1}$$

考虑到任何系统无法完全避免测量参数噪声所带来的影响，分析式（11）可知，系统状态能观度反映着测量参数的扰动对状态造成的影响，它们之间为反比例关系。在涡扇发动机气路部件故障诊断过程中，发生的任一故障都会造成测量参数产生扰动，此扰动偏差虽然可用于对气路故障的跟踪诊断，但同时也会影响到对健康气路部件状态参数的诊断结果。若状态参数的能观度较高，则影响较弱。因此，在故障诊断过程中，所使用数学模型的能观度大小与诊断精度关系非常密切。而本文所采用的能观度分析方法就可用于对涡扇发动机数学模型的筛选，以提高诊断精度。并且可得到各状态参数的估计精度，有利于指导不同情况下的模型筛选。

2 涡扇发动机状态能观度分析

2.1 标准地面试车状态下能观度分析

利用所介绍的方法对涡扇发动机作扩维与离散处理后的线性模型[12]进行能观度分析，分析各状态参数的估计精度：

$$\begin{cases}\Delta\dot{X}_{k+1}=\boldsymbol{F}\Delta X_k+\boldsymbol{I}\Delta u_k\\ \Delta y=\boldsymbol{G}\Delta X_k+\boldsymbol{H}\Delta u_k\end{cases}\tag{12}$$

式中：Δ 表示各变量与其实际设定值的偏离程度，$\boldsymbol{F}$，$\boldsymbol{I}$，$\boldsymbol{G}$，$\boldsymbol{H}$ 为离散过程计算系数矩阵。

涡扇发动机有 9 个测量参数：低压转子转速 N_l，高压转子转速 N_h，压气机进气压力 p_{25}，压气机进气温度 T_{25}，燃烧室进口压力 p_3，燃烧室进口温度 T_3，低压涡轮进气压力 p_{45}，低压涡轮进气温度 T_{45}，发动机等效推力 F_n；一个控制变量 W_f；两个原始状态变量：低压转子转速 N_l，高压转子转速 N_h。将待估计的健康参数：

$$h=[\eta_{\text{fan}},m_{\text{fan}},\eta_{\text{hpc}},m_{\text{hpc}},\eta_{\text{hpt}},m_{\text{hpt}},\eta_{\text{lpt}},m_{\text{lpt}}]$$

作状态扩维处理变换成涡扇发动机状态参数。其中：η 为效率系数，m 为流量系数，fan，hpc，hpt，lpt 分别代表涡扇发动机中风扇、压气机、高压涡轮与低压涡轮等部件。

模型在线性化时，对相关参数作归一化处理，因此，扩维后的状态空间模型的状态参数和输出参数定义如下：

$$\Delta X_k=\left[\frac{N_l}{N_{l0}},\frac{N_h}{N_{h0}},\frac{\eta_{\text{fan}}}{\eta_{\text{fan0}}},\frac{\eta_{\text{hpc}}}{\eta_{\text{hpc0}}},\frac{\eta_{\text{lpt}}}{\eta_{\text{lpt0}}},\frac{\eta_{\text{hpt}}}{\eta_{\text{hpt0}}},\frac{m_{\text{fan}}}{m_{\text{fan0}}},\frac{m_{\text{hpc}}}{m_{\text{hpc0}}},\frac{m_{\text{lpt}}}{m_{\text{lpt0}}},\frac{m_{\text{hpt}}}{m_{\text{hpt0}}}\right]$$

$$\Delta y_k=\left[\frac{N_l}{N_{l0}},\frac{N_h}{N_{h0}},\frac{p_{25}}{p_{250}},\frac{T_{25}}{T_{250}},\frac{p_3}{p_{30}},\frac{T_3}{T_{30}},\frac{p_{45}}{p_{450}},\frac{T_{45}}{T_{450}},\frac{F_n}{F_{n0}}\right]$$

下标 0 为线性化点值。

离散化时间步长取 0.1s，得到扩维后的系统矩阵 $\boldsymbol{F}_{\text{aug}}$ 和 $\boldsymbol{G}_{\text{aug}}$，最后计算得到在设计点各状态能观度，见表 1。

表 1 涡扇发动机各状态能观度

Table 1 States observable degree of turbofan engine

N_l	N_h	η_{fan}	η_{hpc}	η_{hpt}	η_{lpt}	m_{fan}	m_{hpc}	m_{hpt}	m_{lpt}
0.0710	0.0673	0.0128	0.0291	0.0308	0.0136	0.0474	0.0311	0.0766	0.0731

分析表 1 可以发现涡扇发动机所有待估计状态变量中高压涡轮流量系数 m_{hpt} 的能观度最高，其中高压转子转速 N_h、低压转子转速 N_l 是两个可直接测量的状态变量，并且能观度比较高。对于不可直接测量的状态矢量，高压涡轮流量系数 m_{hpt} 与低压涡轮流量系数 m_{lpt} 两个参数的能观度最高，因此，m_{hpt} 和 m_{lpt} 在故障诊断过程中估计精度比较高。而风扇效率系数 η_{fan} 和低压涡轮效率系数 η_{lpt} 的能观度最低，因此，η_{fan} 和 η_{lpt} 在故障诊断过程中估计精度较低。不能直接测量的 m_{hpt}，m_{lpt} 较可直接测量的 N_l 能观度较高，说明在故障诊断中 m_{hpt}，m_{lpt} 的估计精度高于 N_l。

2.2 测量参数对状态参数估计精度的敏感度分析

涡扇发动机气路故障诊断方法是根据测量参数来递推估计表示其健康状态的性能参数，各测量参数和待估计状态参数之间内在联系程度不同，即是测量值对状态参数估计所做贡献存在彼此之间的差异。各测量值对同其相互关联程度大的状态参数所做贡献比较大，也就是在故障诊断过程中给该状态参数估计精度带来的影响也比较大。因此，可以用敏感度来表征在故障诊断过程中各测量值对状态估计所做贡献的大小程度，衡量彼此之间的内在相互联系程度。

以涡扇发动机低压转子转速 N_l 为例，介绍获取各测量量对各状态能观度的敏感度的基本原理。扩大一倍低压转子转速 N_l 的测量噪声方差，根据新的能观矩阵重新计算各状态的能观度。随后将表 1 中的能观度数值除以变化后的计算结果即可得到当 N_l 测量噪声方差扩大一倍时能观度变化情况，结果见表 2。其他测量参数按照类似过程计算。

表 2 低压转子转速噪声扩大一倍时各状态能观度倍数

Table 2 States observable degree multiples when doubling the measurement noise of low pressure rotor speed

N_l	N_h	η_{fan}	η_{hpc}	η_{hpt}	η_{lpt}	m_{fan}	m_{hpc}	m_{hpt}	m_{lpt}
3.7182	0.9738	0.9769	0.9642	0.9596	0.9585	4.3957	1.0173	1.1428	1.1970

从表 2 中可以看出，N_l 测量噪声方差增大一倍时，除 N_l 和 m_{fan}，m_{hpc}，m_{hpt}，m_{lpt} 外，其余状态能观度均降低。因此，低压转子转速 N_l 对 N_h，η_{fan}，η_{hpc}，η_{hpt}，η_{lpt} 的能观度相比于低压转子转速 N_l 对 m_{fan}，m_{hpc}，m_{hpt}，m_{lpt} 能观度更敏感，即表明低压转子转速 N_l 与 N_h，N_{fan}，η_{hpc}，η_{hpt}，η_{lpt} 之间的内在相互联系更紧密，在发动机气路故障诊断过程中对这些状态估计所做的贡献也就越大。

仍然以低压转子转速为例，选取能观度变大的状态参数，并进行排序，就可获得涡扇发动机低压转子转速对各状态参数能观度的敏感度情况。同时对其他各测量参数做相应的处理，就可得到涡扇发动机各测量参数对状态参数能观度的敏感度顺序，见表 3。

表 3 各测量参数对各状态能观度敏感度排序（由大到小）

Table 3 Sensitivity order of each measurement parameter to each state observable degree (from big to small)

测量参数	状态参数								
N_l	m_{fan}	N_l	m_{lpt}	m_{hpt}	m_{hpc}	—	—	—	—
N_h	N_h	m_{hpc}	η_{hpc}	η_{hpl}	—	—	—	—	—
P_{25}	m_{hpc}	η_{fan}	m_{lpt}	m_{hpt}	η_{lpt}	m_{fan}	N_l	N_h	—
T_{25}	η_{fan}	η_{lpt}	η_{hpc}	m_{hpc}	η_{hpt}	η_{lpt}	m_{fan}	N_h	N_l
P_3	m_{hpt}	η_{hpt}	m_{hpc}	η_{hpc}	—	—	—	—	—
T_3	η_{hpc}	η_{hpt}	m_{hpt}	—	—	—	—	—	—
P_{45}	m_{lpt}	η_{hpt}	η_{lpt}	—	—	—	—	—	—
T_{45}	η_{hpt}	m_{hpt}	m_{lpt}	N_h	—	—	—	—	—
F_n	m_{fan}	m_{lpt}	m_{hpt}	N_l	—	—	—	—	—

分析表 3，可以得到各测量参数噪声扩大一倍时，相应较敏感状态参数的情况，即筛选出了状态参数对应的敏感性测量参数，如 m_{fan} 对应的测量参数就有 N_l 和 F_n，m_{hpc} 对应的测量参数为 P_{25}。说明当风扇与压气机流量系数发生蜕化时，对应的测量参数肯定变化较为明显。因此，在对涡扇发动机气路参数进行优化筛选时，就应该首先考虑相应敏感性较强的测量参数。

3 涡扇发动机线性状态模型故障诊断仿真

对于状态扩维后的涡扇发动机线性状态空间模型(12)，参考文献[13] 给出了改进平方根 UKF 递推算法，实现了对涡扇发动机气路部件健康参数的有效状态估计。应用该递推算法，本文进行了涡扇发动机气路故障诊断仿真，结合各健康参数的能观度，对比分析健康参数之间的跟踪效果，验证方法的正确性。

在 H=0km、Ma=0、风扇 N_l 为设计转速 70%$N_{l,\mathrm{design}}$ 的地面试车状态，针对风扇、压气机、高压涡轮与低压涡轮 4 个气路部件的效率系数及流量系数在 t=2s 同时发生突变故障的情况进行仿真分析，具体故障值见表 4。

表 4 各气路部件突变故障植入情况

Table 4 Rapid fault implantation of various gas path components

故障类型	η_{fan}	η_{hpc}	η_{hpt}	η_{lpt}	m_{fan}	m_{hpc}	m_{hpt}	m_{lpt}
蜕化值	0.020	0.020	0.020	0.020	0.025	0.016	−0.015	−0.033

表 5 中给出了针对不同气路部件发生故障时，各待估计健康参数的均方根误差，表格中第 5 行为所有气路部件均无故障时的仿真结果。由表 5 可以发现，针对扩维后的发动机线性状态空间模型，采用改进平方根 UKF 递推算法进行跟踪估计时，各待估计健康参数的均方根误差大小关系基本上与各健康状态参数的能观度关系保持一致。以各气路部件均未发生故障的仿真结果为例，能观度最高的状态参数高、低压涡轮流量系数的均方根误差最小为 0.0001，而能观度最低的状态参数风扇、低压涡轮效率系数的均方根误差最大为 0.0006，并且各健康参数的均方根误差变化趋势相同于能观度变化趋势。观察其他发生了气路部件突变故障的仿真结果，因为发生故障的气路部件的健康参数在递推估计时发生了较大幅度振荡，造成该健康参数的均方根误差大于其他健康参数，影响了相互之间的变化趋势。倘若抛开此因素的干扰，8 个待估计健康参数的均方根误差变化趋势也是相同于能观度变化趋势的。综上，该仿真结果验证了本文所采用的能观度分析方法的正确性。

为便于更加清晰地分析本文所采用的涡扇发动机扩维线性状态模型在诊断过程中各状态参数的估计精度，图 1 与图 2 分别给出了风扇与压气机两个气路部件发生效率系数和流量系数突变故障的仿真曲线，植入的具体故障值见表 4。

表 5 各待估计健康参数仿真过程中的均方根误差

Table 5 Root mean square error in the simulation of health parameters to be estimated

故障部件	待估计的健康参数							
	η_{fan}	η_{hpc}	η_{hpt}	η_{lpt}	m_{fan}	m_{hpc}	m_{hpt}	m_{lpt}
fan	0.0027	0.0010	0.0007	0.0009	0.0022	0.0003	0.0022	0.0014
hpc	0.0002	0.0014	0.0002	0.0002	0.0005	0.0018	0.0008	0.0011
hpt	0.0003	0.0003	0.0015	0.0005	0.0005	0.0011	0.0018	0.0015
lpt	0.0042	0.0036	0.0039	0.0053	0.0048	0.0098	0.0121	0.0055
无故障	0.0006	0.0005	0.0005	0.0006	0.0003	0.0004	0.0001	0.0001

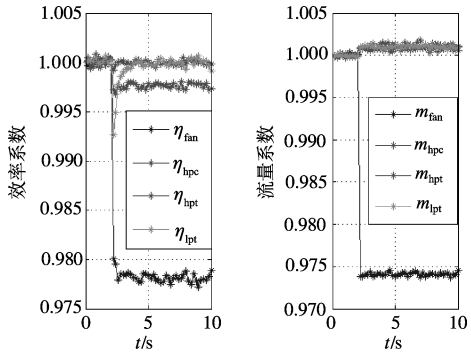

图 1 风扇突变故障跟踪估计结果

Fig.1 Results of tracking estimation for fan rapid faults

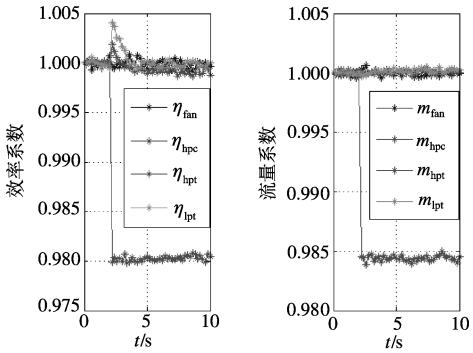

图 2 压气机突变故障跟踪估计结果

Fig.2 Results of tracking estimation for hpc rapid faults

观察图 1、图 2 可发现，η_{fan} 和 η_{hpc} 的突变故障均设置为 0.02，但是 η_{fan} 的估计效果远差于 η_{hpc} 的估计效果，此关系相符于两者能观度大小趋势。类似的 η_{fan} 和 m_{fan} 也可得到相同的结论。同时该仿真也验证了改进平方根 UKF 递推算法对气路部件突变故障具有良好的跟踪估计效果，可以有效地实现对故障诊断与定位。

4 结论

通过分析，可以得出以下结论：

（1）本文采用基于奇异值分解的能观度分析方法对涡扇发动机扩维后的线性状态模型进行了能观度分析计算，获得了各状态参数的具体能观度以及它们之间的大小关系。

（2）通过分别增加各测量参数的噪声，分析了各状态参数能观度的变化情况，从而获得了各测量参数对各状态参数能观度的敏感度，为后期涡扇发动机气路测量参数的筛选优化提供了理论基础。

（3）采用改进平方根 UKF 递推算法，针对风扇、压气机、高压涡轮、低压涡轮等气路部件发生突变故障的情况，跟踪估计获得各健康参数的均方根误差，验证了本文所采用的能观度分析方法的正确性，同时验证了该递推算法对气路部件故障诊断的有效性。

参考文献

[1] Urban A L. Gas path analysis applied to turbine engine condition monitoring[J]. Journal of Engineering for Power，1972，10（2）：400–406.

[2] Pinelli M，Spina P R. Gas turbine field performance determination：Sources of uncertainties[J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power，2002，124（1）：155–160.

[3] Aretakis N，Mathioudakis K，Stamatis A. Nonlinear engine component fault diagnosis from a limited number of measurements using a combinatorial approach[J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power，2003，125（3）：642–650.

[4] Goshen-Meskin D，Bar-Itzhack I Y. Observability analysis of piece-wise constant systems-part I：theory[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic System，1992，28（4）：1056–1067.

[5] Provost M J. The use of optimal estimation techniques in the analysis of gas turbines[D]. England：Cranfield University，1994.

[6] Borguet S，Leonard O. The fisher information matrix as a relevant tool for sensor selection in engine health monitoring[J]. International Journal of Rotating Machinery，2008（7）：991–993.

[7] Hong S，Chun H H，Kwon S H，et al. Observability measures and their application to GPS/INS[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology，2008，57（1）：97–106.

[8] Mathioudakis K，Kamboukos P H. Assessment of the effectiveness of gas path diagnostic schemes[J]. ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power，2006，128（1）：57–63.

[9] Yim J R. Autonomous spacecraft orbit navigation[D]. U.S：Texas A&M University，2002.

[10] 蒲星星，刘尚明，蒋洪德．重型燃气轮机状态能观度分析及其在故障诊断中的应用 [J]. 中国电机工程学报，2012，32（2）：117–122.

Pu Xingxing，Liu Shangming，Jiang Hongde. States observable degree analysis of a heavy-duty gas turbine and its application in fault diagnosis[J]. Proceedings of the CSEE，2012，32（2）：117–122.（in Chinese）

[11] 范炜，李勇．基于奇异值分解的航天器自主导航系统能观度分析 [J]. 航天控制，2009，27（2）：50–55.

Fan Wei，Li Yong. Analysis observable degree of autonomous

spacecraft orbit navigation based on SVD method[J]. Aerospace Control, 2009, 27 (2): 50-55. (in Chinese)

[12] 胡宇,杨月诚,张世英,等. 基于改进拟合法的涡扇发动机状态变量模型建立方法 [J]. 推进技术, 2013, 34 (03): 405-410. Hu Yu, Yang Yuecheng, Zhang Shiying, et al. Establishment of turbofan engine state variable model based on improved fitting method[J]. Journal of Propulsion Technology, 2013, 34 (3): 405-410. (in Chinese)

[13] 胡宇,杨月诚,张世英,等. 基于改进平方根无迹卡尔曼滤波方法的涡扇发动机气路状态监控 [J]. 航空动力学报, 2014, 29 (02): 441-450. Hu Yu, Yang Yuecheng, Zhang Shiying, et al. Turbofan engine gas path performance monitoring based on improved spherical simplex square root unscented kalman filter[J]. Journal of Aerospace Power, 2014, 29 (02): 441-450. (in Chinese)

(责任编辑 刘玲蕊)

作者简介

胡宇 (1984-) 男,博士,讲师。主要研究方向:弹用涡扇发动机建模与故障诊断。

Tel: 15289360632

E-mail: huyu1222@163.com

Observable Degree Analysis about Linear State Model of Turbofan Engine Based on the Singular Value Decomposition

Hu Yu[1,*], Shi Luyou[1], Sun Zhensheng[1], Li Xun[2], Zhu Jietang[1]

1. Rocket Force University of Engineering, Xi'an 710025, China

2. AVIC Chengdu Aircraft Design and Research Institute , Chengdu 610041, China

Abstract: In order to solve the issue that it's difficult to optimize the gas path measurement parameters of the turbofan engine, the observable degree analysis method based on the Singular Value Decomposition (SVD) was presented, which can calculate the specific observable degree of each state parameter and realize the quantitative evaluation of the model's advantages and disadvantages. Based on the method, it can also obtain sensitivity relationship between the measured parameters and the observable degree of each state parameter, and the correlation between them can be grasped to establish the theoretical basis for the optimization screening of subsequent gas path measurement parameters. Finally, the simulations of the modified square root UKF recursive algorithm were also conducted using the rapid faults of gas path components, and the results prove the accuracy and the feasibility of the proposed method.

Key Words: turbofan engine; observable degree; UKF recursive algorithm; rapid faults

Received: 2017-11-13; **Revised:** 2017-12-13; **Accepted:** 2018-01-09

Foundation item: Aeronacctical Science Foun dation of China (201605U8002); Natural Science Basic Research Plan in Shanxi Province of China (2017JQ5067)

***Corresponding author.Tel.:** 15289360632 **E-mail:** huyu1222@163.com